Este lanzador está a punto de acelerar la pelota de béisbol a una gran velocidad ejerciendo una fuerza sobre ella. Él efectuará trabajo sobre la pelota al ejercer la fuerza sobre un desplazamiento de tal vez varios metros, desde atrás de la cabeza hasta que la libera con el brazo extendido frente a él. El trabajo que se hace sobre la pelota será igual a la energía cinética $\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$ que se le da a la pelota, un resultado conocido como el principio del trabajo y la energía.

CAPÍTULO 7

Trabajo y energía

Hasta ahora hemos estudiado el movimiento traslacional de un objeto en términos de las tres leyes del movimiento de Newton. En este análisis, la *fuerza* ha jugado un papel central como la cantidad que determina el movimiento. En este capítulo y en los dos siguientes, veremos un análisis alternativo del movimiento de un objeto en términos de las cantidades *energía* y *momentum* (o *cantidad de movimiento*). La importancia de esas cantidades es que se *conservan*. Es decir, que en circunstancias bastante generales, permanecen constantes. El hecho de que existan cantidades que se conservan no sólo nos da una apreciación más profunda de la naturaleza del mundo, sino también otra manera de enfocar los problemas prácticos.

Las leyes de conservación de la energía y el momentum son especialmente valiosas al tratar con sistemas de muchos objetos, en los que una consideración detallada de las fuerzas implícitas sería difícil o imposible. Esas leyes son aplicables a un amplio rango de fenómenos, incluyendo el mundo atómico y subatómico, donde las leyes de Newton no son aplicables.

Este capítulo se dedica al muy importante concepto de *energía* y al concepto íntimamente asociado de *trabajo*. Estas dos cantidades son escalares y no tienen dirección asociada a ellas, lo que las hace más fácil de tratar que a cantidades vectoriales como la aceleración y la fuerza. La energía tiene gran importancia por dos razones. Primero, porque se conserva. Segundo, la energía es un concepto útil no sólo en el estudio del movimiento, sino en todas las áreas de la física, así como en todas las demás ciencias. Antes de estudiar la energía, veremos primero la noción de trabajo.

Por ahora consideraremos sólo el movimiento traslacional y, a menos (indique otra cosa, los objetos se supondrán rígidos y por tanto tipo partícula sin r movimiento interno.

7–1 Trabajo hecho por una fuerza constante

La palabra *trabajo* tiene diversos significados en el lenguaje diario. Pero en fí: trabajo se le da un significado muy específico para describir lo que se logra acción de una fuerza al actuar ésta sobre un objeto a lo largo de cierta dis Específicamente, el **trabajo** hecho sobre un objeto por una fuerza constante (en ma y sentido) se define como *el producto de la magnitud del desplazamiento multip por la componente de la fuerza paralela al desplazamiento*. En forma de ecu podemos escribir

$$W = F_{\parallel} d$$

donde $F_{\parallel}$ es la componente de la fuerza constante $\mathbf{F}$ paralela al desplazamie Podemos también escribir

Definición del trabajo (para una fuerza constante)

$$W = Fd\cos\theta,$$

donde F es la magnitud de la fuerza constante, d es la magnitud del desplazamie objeto y θ es el ángulo entre las direcciones de la fuerza y el desplazamiento. El cos θ aparece en la ecuación 7–1 porque $F\cos\theta\,(=F_{\parallel})$ es la componente de $\mathbf{F}$ p a $\mathbf{d}$. Véase la figura 7–1. El trabajo es una cantidad escalar, ya que tiene sólo mag

Consideremos primero el caso en que el movimiento y la fuerza tienen el sentido, por lo que $\theta = 0$ y $\cos\theta = 1$; entonces $W = Fd$. Por ejemplo, si emp carro de supermercado cargado una distancia de 50 m ejerciendo una fuerza hor de 30 N sobre el carro, usted efectúa 30 N × 50 m = 1500 N·m de trabajo sobr

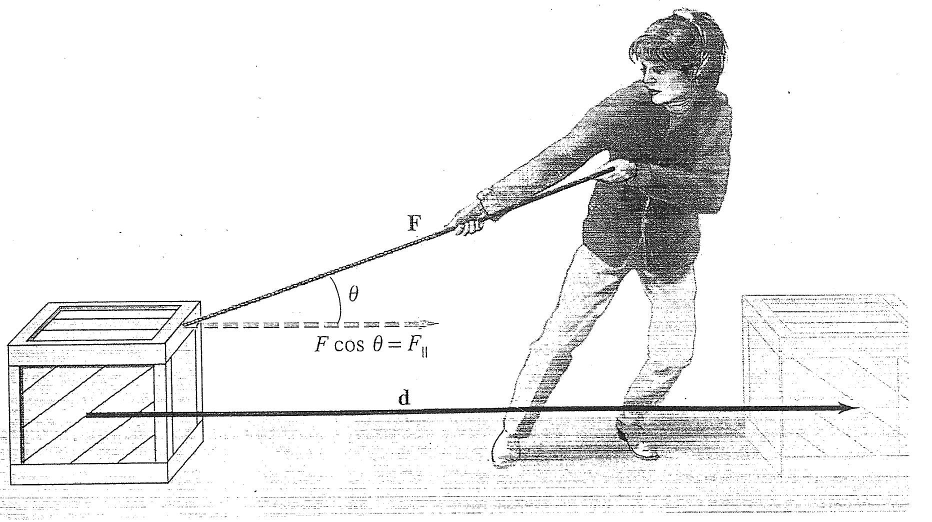
Unidades de trabajo; el joule

Como lo muestra este ejemplo, en unidades SI, el trabajo se mide en newton A esta unidad se le llama joule; **joule** (J): 1 J = 1 N·m. En el sistema cgs, la uni trabajo se llama *erg* y se define como 1 erg = 1 dina·cm. En unidades británicas, el se mide en pie-libra. Es fácil mostrar que 1 J = 10^7 erg = 0.7376 ft·lb.

Fuerza sin trabajo

Una fuerza puede ser ejercida sobre un objeto y sin embargo no efectuar t Por ejemplo, si sostiene en las manos una bolsa pesada de comestibles en reposo no efectúa trabajo sobre ella. Una fuerza es ejercida, pero el desplazamiento e por lo que el trabajo $W = 0$. Tampoco efectúa trabajo sobre la bolsa si la lleva al c

FIGURA 7–1 Una persona jala un cajón a lo largo del piso. El trabajo hecho por la fuerz $W = Fd\cos\theta$, donde $\mathbf{d}$ es el desplazamiento.



horizontalmente a lo largo del piso a velocidad constante, como se muestra en la figura 7–2. Ninguna fuerza horizontal se requiere para mover la bolsa a velocidad constante. Sin embargo, la persona mostrada en la figura 7–2 ejerce una fuerza hacia arriba $\mathbf{F}_\text{P}$ sobre el paquete igual a su peso. Pero esta fuerza hacia arriba es perpendicular al movimiento horizontal del paquete y por tanto nada tiene que ver con ese movimiento. Por consiguiente, la fuerza hacia arriba no está efectuando trabajo. A esta conclusión se llega de la definición de trabajo, ecuación 7–1: $W = 0$, porque $\theta = 90°$ y $\cos 90° = 0$. Entonces, cuando una fuerza particular es perpendicular al movimiento, ningún trabajo es hecho por esa fuerza. (Cuando usted empieza a caminar o se detiene, se tiene una aceleración horizontal y ejerce brevemente una fuerza horizontal que sí efectúa trabajo.)

Al tratar con el trabajo, así como con una fuerza, es necesario especificar si usted habla del trabajo hecho *por* un objeto específico o hecho *sobre* un objeto específico. También es importante especificar si el trabajo hecho es debido a una fuerza particular (y cuál), o el trabajo total (neto) hecho por la *fuerza neta* sobre el objeto.

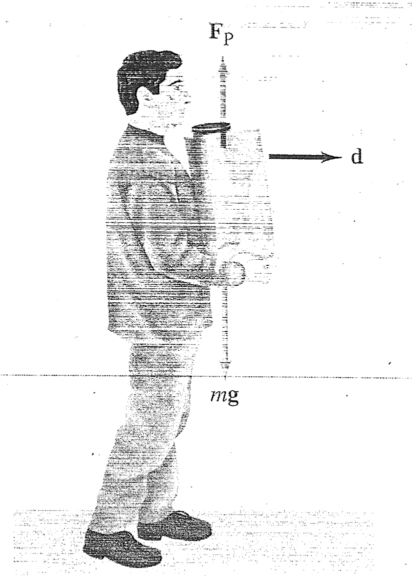


FIGURA 7–2 El trabajo hecho sobre la bolsa de comestibles por la persona en este caso, es cero ya que $\mathbf{F}_\text{P}$ es perpendicular al desplazamiento $\mathbf{d}$.

EJEMPLO 7–1 **Trabajo hecho sobre un cajón.** Un cajón de 50 kg es jalado 40 m a lo largo de un piso horizontal por una fuerza constante ejercida por una persona, $F_\text{P} = 100$ N, que actúa según un ángulo de 37° como se muestra en la figura 7–3. El piso es rugoso y ejerce una fuerza de fricción $F_\text{fr} = 50$ N. Determine el trabajo hecho por cada fuerza que actúa sobre el cajón y el trabajo neto hecho sobre el cajón.

SOLUCIÓN Escogemos nuestro sistema coordenado de manera que $\mathbf{x}$ sea el vector que representa el desplazamiento de 40 m (es decir, a lo largo del eje x). Hay cuatro fuerzas actuando sobre el cajón, como se muestra en la figura 7–3, que es un diagrama de cuerpo libre: la fuerza ejercida por la persona, $\mathbf{F}_\text{P}$; la fuerza de fricción $\mathbf{F}_\text{fr}$; el peso del cajón $m\mathbf{g}$; y la fuerza normal $\mathbf{F}_\text{N}$ ejercida hacia arriba por el piso. El trabajo hecho por las fuerzas gravitacional y normal es cero, ya que ellas son perpendiculares al desplazamiento $\mathbf{x}$ ($\theta = 90°$ en la ecuación 7–1):

$$W_\text{G} = mgx\cos 90° = 0$$

$$W_\text{N} = F_\text{N}\,x\cos 90° = 0.$$

El trabajo hecho por $\mathbf{F}_\text{P}$ es

$$W_\text{P} = F_\text{P}\,x\cos\theta = (100\,\text{N})(40\,\text{m})\cos 37° = 3200\,\text{J}.$$

El trabajo hecho por la fuerza de fricción es

$$W_\text{fr} = F_\text{fr}\,x\cos 180°$$

$$= (50\,\text{N})(40\,\text{m})(-1) = -2000\,\text{J}.$$

El ángulo entre el desplazamiento $\mathbf{x}$ y $\mathbf{F}_\text{fr}$ es de 180° porque ellos señalan en sentidos opuestos. Como la fuerza de fricción se opone al movimiento (y $\cos 180° = -1$), efectúa un trabajo *negativo* sobre el cajón.

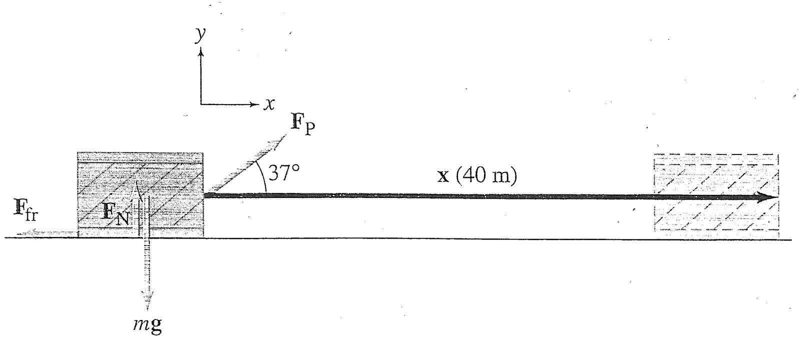


FIGURA 7–3 Ejemplo 7–1: un cajón de 50 kg es jalado a lo largo de un piso.

Por ahora consideraremos sólo el movimiento traslacional y, a menos que se indique otra cosa, los objetos se supondrán rígidos y por tanto tipo partícula sin ningún movimiento interno.

7–1 Trabajo hecho por una fuerza constante

La palabra *trabajo* tiene diversos significados en el lenguaje diario. Pero en física, al trabajo se le da un significado muy específico para describir lo que se logra por la acción de una fuerza al actuar ésta sobre un objeto a lo largo de cierta distancia. Específicamente, el **trabajo** hecho sobre un objeto por una fuerza constante (en magnitud y sentido) se define como *el producto de la magnitud del desplazamiento multiplicado por la componente de la fuerza paralela al desplazamiento*. En forma de ecuación, podemos escribir

$$W = F_{\parallel} d$$

donde $F_{\parallel}$ es la componente de la fuerza constante **F** paralela al desplazamiento **d**. Podemos también escribir

Definición del trabajo (para una fuerza constante)

$$W = Fd\cos\theta, \tag{7–1}$$

donde F es la magnitud de la fuerza constante, d es la magnitud del desplazamiento del objeto y θ es el ángulo entre las direcciones de la fuerza y el desplazamiento. El factor $\cos\theta$ aparece en la ecuación 7–1 porque $F\cos\theta\ (= F_{\parallel})$ es la componente de **F** paralela a **d**. Véase la figura 7–1. El trabajo es una cantidad escalar, ya que tiene sólo magnitud.

Consideremos primero el caso en que el movimiento y la fuerza tienen el mismo sentido, por lo que $\theta = 0$ y $\cos\theta = 1$; entonces $W = Fd$. Por ejemplo, si empuja un carro de supermercado cargado una distancia de 50 m ejerciendo una fuerza horizontal de 30 N sobre el carro, usted efectúa 30 N × 50 m = 1500 N·m de trabajo sobre él.

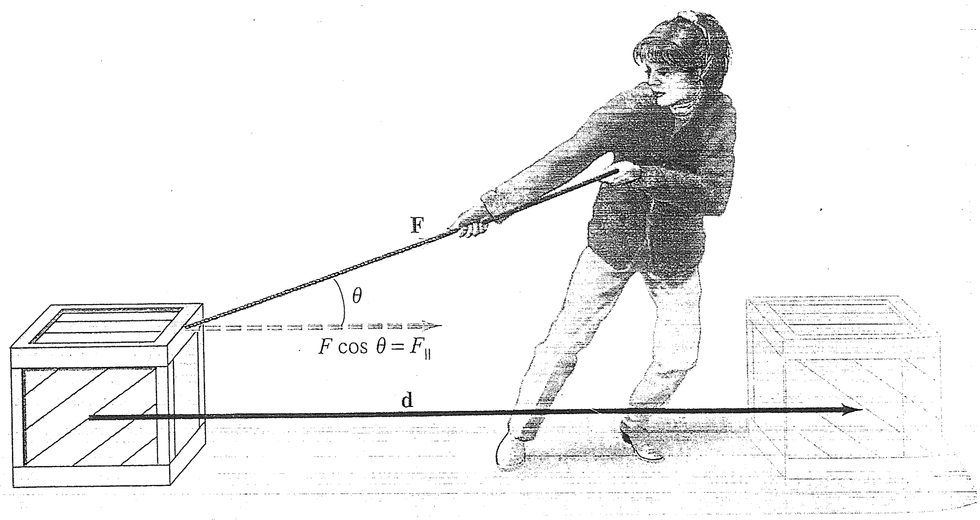
Unidades de trabajo; el joule

Como lo muestra este ejemplo, en unidades SI, el trabajo se mide en newton-metro. A esta unidad se le llama joule; **joule** (J): 1 J = 1 N·m. En el sistema cgs, la unidad de trabajo se llama *erg* y se define como 1 erg = 1 dina·cm. En unidades británicas, el trabajo se mide en pie-libra. Es fácil mostrar que 1 J = 10^7 erg = 0.7376 ft·lb.

Fuerza sin trabajo

Una fuerza puede ser ejercida sobre un objeto y sin embargo no efectuar trabajo. Por ejemplo, si sostiene en las manos una bolsa pesada de comestibles en reposo, usted no efectúa trabajo sobre ella. Una fuerza es ejercida, pero el desplazamiento es cero, por lo que el trabajo $W = 0$. Tampoco efectúa trabajo sobre la bolsa si la lleva al caminar

FIGURA 7–1 Una persona jala un cajón a lo largo del piso. El trabajo hecho por la fuerza **F** es $W = Fd\cos\theta$, donde **d** es el desplazamiento.



orizontalmente a lo largo del piso a velocidad constante, como se muestra en la figura –2. Ninguna fuerza horizontal se requiere para mover la bolsa a velocidad constante. in embargo, la persona mostrada en la figura 7–2 ejerce una fuerza hacia arriba $\mathbf{F}_P$ ›bre el paquete igual a su peso. Pero esta fuerza hacia arriba es perpendicular al ıovimiento horizontal del paquete y por tanto nada tiene que ver con ese movimiento. ›r consiguiente, la fuerza hacia arriba no está efectuando trabajo. A esta conclusión llega de la definición de trabajo, ecuación 7–1: $W = 0$, porque $\theta = 90°$ y $\cos 90° = 0$. ntonces, cuando una fuerza particular es perpendicular al movimiento, ningún trabajo hecho por esa fuerza. (Cuando usted empieza a caminar o se detiene, se tiene una celeración horizontal y ejerce brevemente una fuerza horizontal que sí efectúa trabajo.)

Al tratar con el trabajo, así como con una fuerza, es necesario especificar si usted ıbla del trabajo hecho *por* un objeto específico o hecho *sobre* un objeto específico. ımbién es importante especificar si el trabajo hecho es debido a una fuerza particular cuál), o el trabajo total (neto) hecho por la *fuerza neta* sobre el objeto.

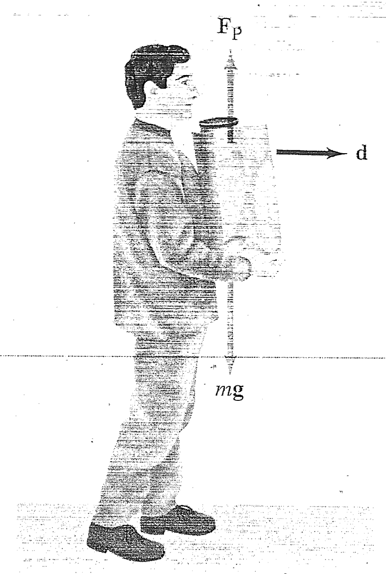


FIGURA 7–2 El trabajo hecho sobre la bolsa de comestibles por la persona en este caso, es cero ya que $\mathbf{F}_P$ es perpendicular al desplazamiento **d**.

EJEMPLO 7–1 **Trabajo hecho sobre un cajón.** Un cajón de 50 kg es jalado 40 m ı lo largo de un piso horizontal por una fuerza constante ejercida por una persona, $F_P = 100$ N, que actúa según un ángulo de 37° como se muestra en la figura 7–3. El ›iso es rugoso y ejerce una fuerza de fricción $F_{fr} = 50$ N. Determine el trabajo hecho ›or cada fuerza que actúa sobre el cajón y el trabajo neto hecho sobre el cajón.

SOLUCIÓN Escogemos nuestro sistema coordenado de manera que **x** sea el vector que representa el desplazamiento de 40 m (es decir, a lo largo del eje x). Hay cuatro uerzas actuando sobre el cajón, como se muestra en la figura 7–3, que es un diagrama de cuerpo libre: la fuerza ejercida por la persona, $\mathbf{F}_P$; la fuerza de fricción $\mathbf{F}_{fr}$; el ›eso del cajón mg; y la fuerza normal $\mathbf{F}_N$ ejercida hacia arriba por el piso. El trabajo ıecho por las fuerzas gravitacional y normal es cero, ya que ellas son perpendiculares ıl desplazamiento **x** ($\theta = 90°$ en la ecuación 7–1):

$$W_G = mgx \cos 90° = 0$$

$$W_N = F_N x \cos 90° = 0.$$

El trabajo hecho por $\mathbf{F}_P$ es

$$W_P = F_P x \cos\theta = (100\,\mathrm{N})(40\,\mathrm{m}) \cos 37° = 3200\,\mathrm{J}.$$

El trabajo hecho por la fuerza de fricción es

$$W_{fr} = F_{fr} x \cos 180°$$

$$= (50\,\mathrm{N})(40\,\mathrm{m})(-1) = -2000\,\mathrm{J}.$$

El ángulo entre el desplazamiento **x** y $\mathbf{F}_{fr}$ es de 180° porque ellos señalan en sentidos ›puestos. Como la fuerza de fricción se opone al movimiento (y $\cos 180° = -1$), efectúa un trabajo *negativo* sobre el cajón.

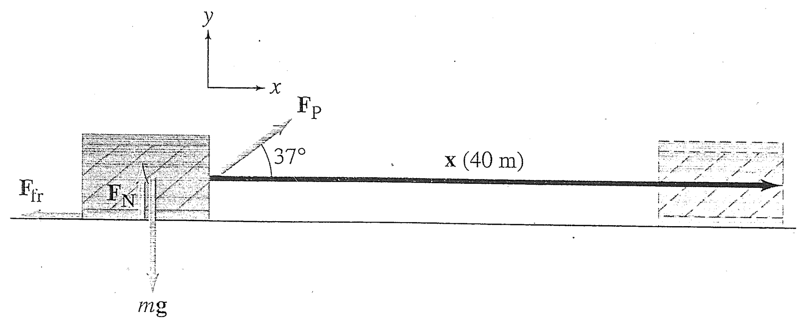


FIGURA 7–3 Ejemplo 7–1: un cajón de 50 kg es jalado a lo largo de un piso.

Finalmente, el trabajo neto puede ser calculado de dos maneras equivalentes. (1) El trabajo neto efectuado sobre un objeto es la suma algebraica del trabajo hecl por cada fuerza, ya que el trabajo es un escalar:

W_{neto} es el trabajo hecho por todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo

$$W_{neto} = W_G + W_N + W_P + W_{fr}$$
$$= 0 + 0 + 3200\,\text{J} - 2000\,\text{J} = 1200\,\text{J}.$$

(2) El trabajo neto puede también calcularse determinando primero la fuerza ne sobre el objeto y luego tomando su componente a lo largo del desplazamiento: $(F_{neta})_x$ $F_P \cos\theta - F_{fr}$. El trabajo neto es entonces

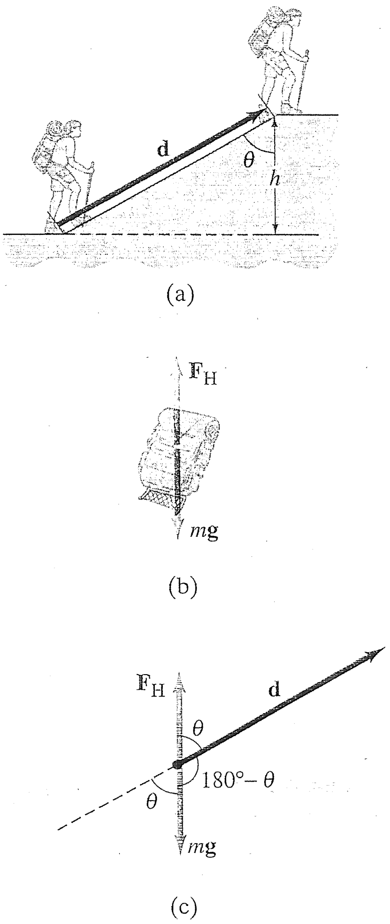
$$W_{neto} = (F_{neta})_x x = (F_P \cos\theta - F_{fr})x$$
$$= (100\,\text{N} \cos 37° - 50\,\text{N})(40\,\text{m}) = 1200\,\text{J}.$$

En la dirección vertical (y) no hay desplazamiento, y por tanto tampoco habrá trabajı

Trabajo negativo

En el ejemplo 7–1 vimos que la fricción hizo trabajo negativo. En general, el traba hecho por una fuerza es negativo siempre que la fuerza (o la componente de la fuerz $F_{\parallel}$) actúe en sentido opuesto al del movimiento.

FIGURA 7–4 Ejemplo 7–2.



EJEMPLO 7–2 **Trabajo hecho sobre una mochila.** (a) Determine el traba que un alpinista debe efectuar sobre una mochila de 15.0 kg al subirla a lo largo ı una colina de altura h = 10.0 m, como se muestra en la figura 7–4a. Determine tar bién (b) el trabajo hecho por la gravedad sobre la mochila y (c) el trabajo neto hecl sobre la mochila. Por simplicidad, suponga que el movimiento es suave y a velocida constante (es decir, se tiene una aceleración despreciable).

SOLUCIÓN (a) Las fuerzas sobre la mochila se muestran en la figura 7–4b: fuerza de gravedad, $m\mathbf{g}$, que actúa hacia abajo; y $\mathbf{F}_H$, la fuerza que el alpinista de ejercer hacia arriba para soportar la mochila. Como suponemos que la aceleración despreciable, las fuerzas horizontales también son despreciables. El sentido vertical hacia arriba lo escogemos como positivo. La segunda ley de Newton aplicada a mochila da

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$F_H - mg = 0.$$

Por consiguiente,

$$F_H = mg = (15.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 147\,\text{N}.$$

Para calcular el trabajo hecho por el alpinista sobre la mochila, la ecuación 7- puede escribirse

$$W_H = F_H(d\cos\theta),$$

y notamos de la figura 7–4a que $d\cos\theta = h$. El trabajo hecho por el alpinista pue entonces escribirse como:

$$W_H = F_H(d\cos\theta) = F_H h = mgh$$
$$= (147\,\text{N})(10.0\,\text{m}) = 1470\,\text{J}.$$

Nótese que el trabajo hecho depende sólo del cambio en elevación y no del ángulc de la colina. El mismo trabajo se haría al levantar la mochila verticalmente la misr altura h.

(b) El trabajo hecho por la gravedad es (de la ecuación 7–1 y figura 7–4c):

$$W_G = (F_G)(d)\cos(180° - \theta).$$

Como $\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$, tenemos

$$W_G = (F_G)(d)(-\cos\theta) = mg(-d\cos\theta)$$
$$= -mgh$$
$$= -(15.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2)(10.0\,\text{m}) = -1470\,\text{J}$$

Obsérvese que el trabajo hecho por la gravedad no depende del ángulo de la colina, sino sólo de la altura h vertical de ésta. Esto se debe a que la gravedad efectúa trabajo sólo en la dirección vertical. Haremos uso después de este importante resultado.

El trabajo hecho por la gravedad depende de la altura de la colina y no de la inclinación del plano inclinado

(c) El trabajo *neto* hecho sobre la mochila es $W_{\text{neto}} = 0$, ya que la fuerza neta sobre ella es cero (se supone que ella no acelera en forma considerable). Podemos también determinar el trabajo neto hecho escribiendo

$$W_{\text{neto}} = W_{\text{G}} + W_{\text{H}} = -1470\,\text{J} + 1470\,\text{J} = 0$$

que da el mismo resultado.

Nótese en este ejemplo que aunque el trabajo *neto* sobre la mochila es cero, el alpinista si efectúa un trabajo sobre la mochila igual a 1470 J.

EJEMPLO CONCEPTUAL 7–3 **¿Efectúa la Tierra trabajo sobre la Luna?** La Luna gira alrededor de la Tierra en una órbita casi circular, mantenida ahí por la fuerza gravitacional ejercida por la Tierra. ¿Efectúa la gravedad (a) trabajo positivo, (b) trabajo negativo, o (c) ningún trabajo sobre la Luna?

RESPUESTA La fuerza gravitacional sobre la Luna (figura 7–5) actúa hacia la Tierra (como una fuerza centrípeta), internamente a lo largo del radio de la órbita de la Luna. El desplazamiento de la Luna en cualquier momento es a lo largo del círculo, en la dirección de su velocidad, perpendicular al radio y perpendicular a la fuerza de la gravedad. Por tanto, el ángulo θ entre la fuerza $\mathbf{F}_{\text{G}}$ y el desplazamiento instantáneo de la Luna es de 90° y el trabajo hecho por la gravedad es entonces cero ($\cos 90° = 0$). Esta es la razón por lo que la Luna, así como los satélites artificiales, pueden permanecer en órbita sin consumir combustible, ya que ningún trabajo tiene que efectuarse contra la fuerza de la gravedad.

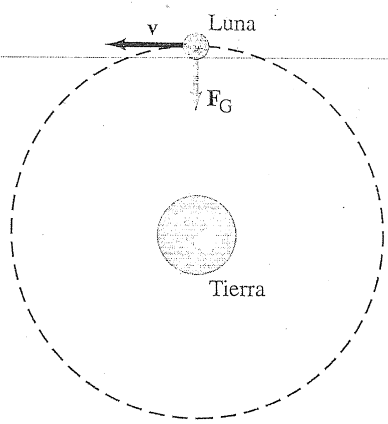


FIGURA 7–5
Ejemplo conceptual 7–3.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Trabajo

1. Escoja un sistema coordenado xy. Si el cuerpo está en movimiento, puede ser conveniente escoger el sentido del movimiento como uno de los sentidos coordenados. [Para un objeto sobre un plano inclinado, se podría escoger un eje coordenado paralelo al plano inclinado.]
2. Dibuje un diagrama de cuerpo libre que muestre todas las fuerzas que actúen sobre el cuerpo.
3. Determine cualquier fuerza desconocida usando las leyes de Newton.
4. Encuentre el trabajo hecho *por* una fuerza específica *sobre* el cuerpo usando $W = Fd \cos \theta$. Nótese que el trabajo hecho es negativo cuando una fuerza tiende a oponerse al desplazamiento.
5. Para encontrar el trabajo *neto* hecho sobre el cuerpo, (a) encuentre el trabajo hecho por cada fuerza y sume los resultados algebraicamente, o (b) encuentre la fuerza neta sobre el objeto F_{neta} y luego úsela para encontrar el trabajo neto hecho:

$$W_{\text{neto}} = F_{\text{neta}}\, d \cos\theta.$$

7–2 Producto escalar de dos vectores

Aunque el trabajo es un escalar, implica el producto de dos cantidades, fuerza y desplazamiento, cada una de las cuales es un vector. Estudiaremos ahora la multiplicación de vectores, que usaremos a lo largo de todo el libro.

Como los vectores tienen sentido, así como magnitud, no pueden multiplicarse de la misma manera que los escalares. Tenemos que *definir* qué significa la operación de multiplicación de vectores. Entre las muchas maneras posibles de definir cómo multiplicar vectores, hay tres que nos serán de utilidad en el estudio de la física: (1) multiplicación de un vector por un escalar, que ya vimos en la sección 3–3; (2) multiplicación de un vector por un segundo vector para producir un escalar; (3) la multiplicación de un vector por un segundo vector para producir otro vector. El tercer tipo, llamado *producto vectorial*, lo estudiaremos luego en la sección 11–1. Veremos ahora el segundo tipo, llamado *producto escalar*, o *producto punto* (porque se usa un punto para indicar la multiplicación). Si tenemos dos vectores, **A** y **B**, su **producto escalar** (o **producto punto**) se define como

Producto escalar (producto punto)

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta, \qquad (7\text{–}2)$$

donde A y B son las magnitudes de los vectores y θ es el ángulo (< 180°) entre ellos cuando sus colas se tocan, figura 7–6. Como A, B y cos θ son escalares, entonces también lo será el producto escalar $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ (léase "A punto B"). Esta definición, ecuación 7–2, se ajusta perfectamente con nuestra definición del trabajo hecho por una fuerza constante, ecuación 7–1. Es decir, podemos escribir el trabajo hecho por una fuerza constante como el producto escalar de una fuerza y un desplazamiento:

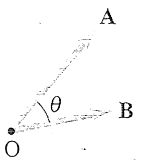


FIGURA 7–6 El producto escalar o producto punto de dos vectores, **A** y **B**, es $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta$.

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} = Fd \cos \theta. \qquad (7\text{–}3)$$

La definición del producto escalar, ecuación 7–2, se escoge así porque muchas cantidades físicas importantes, como el trabajo (y otras que encontraremos después), pueden describirse como el producto escalar de dos vectores.

Una definición equivalente del producto escalar se da como el producto de la magnitud de un vector (digamos A) y la componente del otro vector a lo largo de la dirección del primero (B cos θ).

Como A, B y cos θ son escalares, no importa en qué orden son multiplicados. Por consiguiente, el producto escalar es **conmutativo**:

Propiedad conmutativa

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}.$$

Es también fácil demostrar que es **distributivo** (véase el problema 29 para la prueba):

Propiedad distributiva

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C}.$$

Usemos esas propiedades y escribamos cada vector en términos de sus componentes rectangulares usando vectores unitarios (sección 3–5, ecuación 3–5) como

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k} \quad \text{y} \quad \mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k};$$

podemos ver entonces que

Producto escalar (en términos de componentes)

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z, \qquad (7\text{–}4)$$

porque los vectores unitarios, **i**, **j**, y **k** son perpendiculares entre sí de modo que

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = 1$$

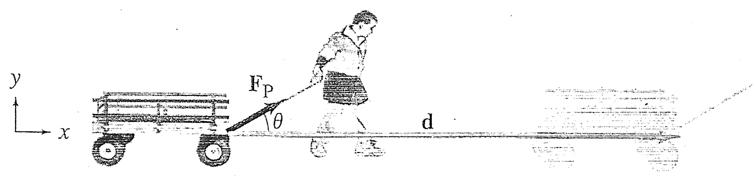
$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{i} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = 0.$$

La ecuación 7–4 es de gran utilidad.

Si **A** es perpendicular a **B**, la ecuación 7–2 no dice que $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 0$. Pero si $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 0$, puede deberse a que $\mathbf{A} = 0$, $\mathbf{B} = 0$, o a que $\mathbf{A} \perp \mathbf{B}$.

EJEMPLO 7–4 **Uso del producto punto.** La fuerza mostrada en la figura 7–7 tiene magnitud $F_P = 20$ N y forma un ángulo de 30° con el suelo. Calcule el trabajo hecho por esta fuerza usando la ecuación 7–4 cuando el carro es jalado 100 m a lo largo del suelo.

FIGURA 7–7 El trabajo hecho por una fuerza $\mathbf{F}_P$ actuando según un ángulo θ respecto al suelo es $W = \mathbf{F}_P \cdot \mathbf{d}$.



LUCIÓN Escogemos el eje x horizontalmente hacia la derecha y el eje y vertical-nte hacia arriba. Entonces

$$\mathbf{F}_P = F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} = (F_P \cos 30°)\mathbf{i} + (F_P \operatorname{sen} 30°)\mathbf{j} = (17\,\mathrm{N})\mathbf{i} + (10\,\mathrm{N})\mathbf{j},$$

= (100 m)**i**. Entonces, con la ecuación 7–4,

$$W = \mathbf{F}_P \cdot \mathbf{d} = (17\,\mathrm{N})(100\,\mathrm{m}) + (10\,\mathrm{N})(0) + (0)(0) = 1700\,\mathrm{J}.$$

ese que al escoger el eje x a lo largo de **d** simplificamos el cálculo porque **d** tiene onces sólo una componente.

3 Trabajo hecho por una fuerza variable

fuerza que actúa sobre un objeto es constante, el trabajo hecho por esa fuerza le calcularse usando la ecuación 7–1. Pero en muchos casos, la fuerza varía en itud o dirección durante un proceso. Por ejemplo, cuando un cohete se aleja de erra, se realiza trabajo para vencer la fuerza de la gravedad, que varía según el rado inverso de la distancia desde el centro de la Tierra. Otros ejemplos son la za ejercida por un resorte, que crece con la magnitud de su alargamiento, o el tra-hecho por una fuerza variable al jalar una caja o un carro hacia arriba por una a irregular.

La figura 7–8 muestra la trayectoria de un objeto en el plano xy al moverse del o a al punto b. La trayectoria ha sido dividida en intervalos cortos, cada uno de itud $\Delta l_1, \Delta l_2, ..., \Delta l_7$. Una fuerza **F** actúa en cada punto sobre la trayectoria y está ada en dos puntos como $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_5$. Durante cada intervalo pequeño Δl, la fuerza es ximadamente constante. Entonces, en el primer intervalo, la fuerza efectúa un tra-ΔW de valor aproximado (véase la ecuación 7–1)

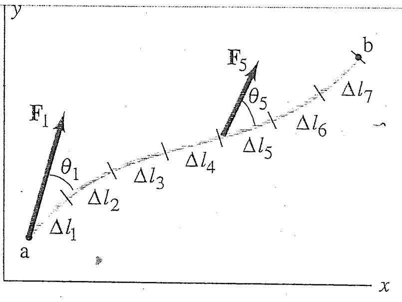


FIGURA 7–8 Una partícula sobre la que actúa una fuerza variable, **F**, se mueve a lo largo de la trayectoria mostrada del punto a al punto b.

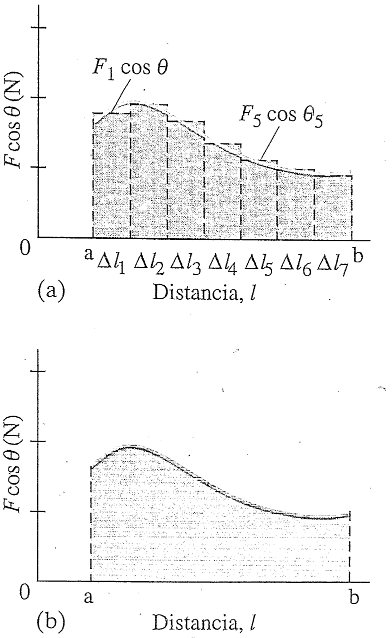
$$\Delta W \approx F_1 \cos \theta_1 \,\Delta l_1 .$$

l segundo intervalo, el trabajo hecho es aproximadamente $F_2 \cos \theta_2 \,\Delta l_2$, etc. El ajo total hecho al mover la partícula la distancia total $l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + ... + \Delta l_7$ es la de todos esos términos:

$$W \approx \sum_{i=1}^{7} F_i \cos \theta_i \,\Delta l_i . \qquad \textbf{(7–5)}$$

mos examinar esto gráficamente trazando $F \cos \theta$ versus l como se muestra en la a 7–9a. La distancia l ha sido subdividida en los mismos siete intervalos indicados as líneas verticales de rayas. El valor de $F \cos \theta$ en el centro de cada intervalo es ado por las líneas horizontales de rayas. Cada uno de los rectángulos sombreados un área $(F_i \cos \theta)(\Delta l_i)$, que es el trabajo hecho durante el intervalo. La estimación abajo hecho dado por la ecuación 7–5 es entonces igual a la suma de las áreas de los rectángulos. Si subdividimos la distancia en un número mayor de intervalos anera que cada Δl_i sea más pequeña, la estimación del trabajo hecho dado por uación 5 se vuelve más exacta (la suposición de que F es constante en cada inter-es más precisa). Si hacemos que cada Δl_i tienda a cero (el número de intervalos e entonces a infinito), obtenemos entonces un resultado exacto para el trabajo o:

FIGURA 7–9 El trabajo hecho por una fuerza F es (a) aproximadamente igual a la suma de las áreas de los rectángulos, (b) exactamente igual al área bajo la curva de $F \cos \theta$ *versus* l.



$$W = \lim_{\Delta l_i \to 0} \Sigma F_i \cos \theta_i \,\Delta l_i = \int_a^b F \cos \theta \, dl. \qquad \textbf{(7–6)}$$

límite cuando $\Delta l_i \to 0$ es la *integral* de $(F \cos \theta \, dl)$ del punto a al punto b. El sím-para la integral, $\int$, es una S alargada que indica una suma infinita; y Δl ha sido plazada por dl, que significa una distancia infinitesimal.

En este límite, cuando Δl tiende a cero, el área total de los rectángulos (figura) tiende al área entre la curva $(F \cos \theta)$ y el eje l de a a b que se muestra sombreada figura 7–9b. Es decir, *el trabajo hecho por una fuerza variable al mover un objeto dos puntos es igual al área bajo la curva (F cos θ)* versus *(l) entre esos dos puntos.*

W = área bajo la curva
F cos θ versus l en la curva

En el límite, cuando Δl tiende a cero, la distancia infinitesimal dl es igual[†] a la magnitud del vector desplazamiento infinitesimal $d\mathbf{l}$. La dirección del vector $d\mathbf{l}$ es a lo largo de la tangente a la curva en ese punto, por lo que θ es el ángulo entre $\mathbf{F}$ y $d\mathbf{l}$ en ese punto. Podemos entonces reescribir la ecuación 7–6, usando la notación del producto punto:

Definición del trabajo en general

$$W = \int_a^b F \cos\theta \, dl = \int_a^b \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}. \tag{7–7}$$

Esta es la *definición más general del trabajo*. La integral en la ecuación 7–7 se llama *integral de línea* ya que es la integral de $F \cos \theta$ a lo largo de la línea que representa la trayectoria del objeto. (La ecuación 7–1 para una fuerza constante es un caso especial de la ecuación 7–7.) En coordenadas rectangulares, la fuerza se puede escribir como

$$\mathbf{F} = F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} + F_z\mathbf{k}$$

y el desplazamiento $d\mathbf{l}$ es

$$d\mathbf{l} = dx\,\mathbf{i} + dy\,\mathbf{j} + dz\,\mathbf{k}.$$

El trabajo hecho puede entonces escribirse como

$$W = \int_a^b F_x\,dx + \int_a^b F_y\,dy + \int_a^b F_z\,dz.$$

Para usar la ecuación 7–6 o la 7–7 para calcular el trabajo, hay varias opciones. (1) Si $F \cos \theta$ se conoce como función de la posición, se puede dibujar una gráfica como la de la figura 7–9b y determinar el área gráficamente. (2) Otra posibilidad es usar integración numérica, tal vez con ayuda de una computadora o una calculadora. (3) Una tercera posibilidad es usar los métodos analíticos del cálculo integral. Para hacerlo así, tenemos que escribir $\mathbf{F}$ como función de la posición, $F(x,y,z)$, y conocer la trayectoria.

Por ejemplo, consideremos una situación unidimensional para determinar analíticamente el trabajo hecho por un resorte, como el mostrado en la figura 7–11. Para que una persona mantenga un resorte estirado o comprimido una cantidad x desde su longitud normal (no estirada) se requiere una fuerza F_P que es directamente proporcional a x. Es decir,

$$F_P = kx,$$

donde k es una constante llamada *constante del resorte*, y es una medida de la rigidez de un resorte particular. El resorte mismo ejerce una fuerza en el sentido opuesto (figura 7–11):

Fuerza del resorte

$$F_S = -kx. \tag{7–8}$$

Esta fuerza se llama a veces "fuerza restauradora" porque el resorte ejerce su fuerza en sentido opuesto al desplazamiento (por ello el signo negativo), actuando para regresarlo a su longitud normal. La ecuación 7–8 es conocida como la **ecuación de resorte** y también como **ley de Hooke** (véase el capítulo 12), y es exacta para resortes siempre que x no sea demasiado grande.

[†] La distancia a lo largo de una curva, Δl, no es en general igual a la magnitud del desplazamiento $\Delta\mathbf{r}$, como se ve en la figura 7–10. Pero en el límite de infinitesimales son iguales: $dl = dr$, y en este límite el vector $d\mathbf{l} = d\mathbf{r}$. Nótese que no podemos definir un vector $\Delta\mathbf{l}$ puesto que no le podemos asignar un sentido único cuando la trayectoria se curva; podemos definir una dirección para $d\mathbf{l}$, esto es, la dirección de la tangente a la curva en ese punto, por lo que $d\mathbf{l} = d\mathbf{r}$ y $dl = dr$.

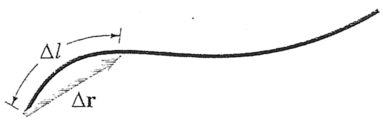


FIGURA 7–10
El vector desplazamiento $\Delta\mathbf{r}$ tiene una magnitud que no es necesariamente igual a la distancia recorrida Δl.

Calculemos el trabajo que una persona efectúa al estirar (o comprimir) un resorte
su longitud normal (no estirada), $x_a = 0$, hasta una longitud $x_b = x$. Suponemos
l estiramiento es hecho lentamente, de manera que la aceleración es esencialmente
La fuerza $\mathbf{F}_P$ es ejercida paralelamente al eje del resorte, a lo largo del eje x, por
e $\mathbf{F}_P$ y $d\mathbf{l}$ son paralelos. Por consiguiente, como en este caso $d\mathbf{l} = dx\mathbf{i}$, el trabajo hecho
a persona es[†]

$$W_P = \int_{x_a=0}^{x_b=x} [F_P(x)\mathbf{i}] \cdot [dx\,\mathbf{i}] = \int_0^x F_P(x)\,dx = \int_0^x kx\,dx = \tfrac{1}{2}kx^2\Big|_0^x = \tfrac{1}{2}kx^2.$$

no se hace a menudo, hemos usado x para representar la variable de integración y
bién el valor particular de x al final del intervalo $x_a = 0$ a $x_b = x$.) Vemos entonces
el trabajo necesario es proporcional al cuadrado de la distancia estirada x (o com-
ida). Este mismo resultado se puede obtener calculando el área bajo la gráfica F
us x (en este caso, con $\cos\theta = 1$), como se muestra en la figura 7–12. Como el área
n triángulo de altura kx con base x, el trabajo que una persona hace al estirar o
primir un resorte una cantidad x, igual al área, es

$$W = \tfrac{1}{2}(x)(kx) = \tfrac{1}{2}kx^2,$$

es el mismo resultado que antes.

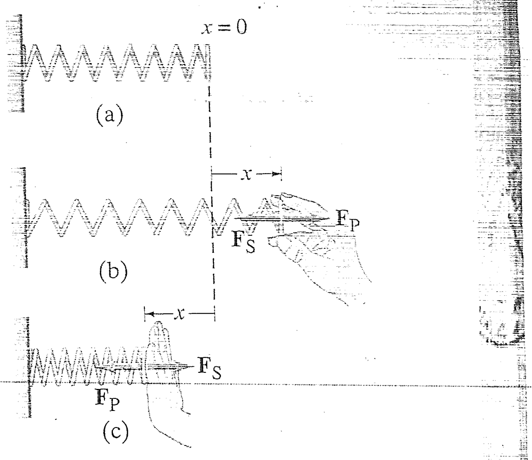


FIGURA 7–11 (a) Resorte en posición normal (sin estirar). (b) El resorte es estirado por una persona que ejerce una fuerza $\mathbf{F}_P$ hacia la derecha (sentido positivo). El resorte jala de regreso con una fuerza $\mathbf{F}_S$, donde $F_S = -kx$. (c) La persona comprime el resorte ($x < 0$) y éste empuja de regreso con una fuerza $F_S = -kx$, donde $F_S > 0$ porque $x < 0$.

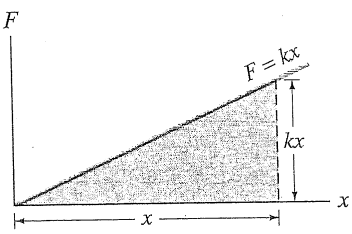


FIGURA 7–12 El trabajo hecho al estirar un resorte una distancia x es igual al área triangular bajo la curva $F = kx$. El área de un triángulo es $\frac{1}{2}\times$ base $\times$ altura, por lo que $W = \frac{1}{2}(x)(kx) = \frac{1}{2}kx^2$.

EJEMPLO 7–5 **Trabajo hecho sobre un resorte.** (*a*) Una persona jala el resorte
la figura 7–11, alargándolo 3.0 cm, lo que requiere una fuerza máxima de 75 N.
Cuánto trabajo hace la persona? (*b*) Si la persona comprime el resorte, ¿cuánto tra-
jo hace ahora?

OLUCIÓN (*a*) Primero tenemos que calcular la constante del resorte k:

$$k = \frac{F_{\text{máx}}}{x_{\text{máx}}} = \frac{75\ \text{N}}{0.030\ \text{m}} = 2.5 \times 10^3\ \text{N/m}.$$

l trabajo hecho por la persona sobre el resorte es entonces

$$W = \tfrac{1}{2}kx_{\text{máx}}^2 = \tfrac{1}{2}(2.5 \times 10^3\ \text{N/m})(0.030\ \text{m})^2 = 1.1\ \text{J},$$

b) La fuerza que la persona ejerce es aún $F_P = kx$, aunque ahora x y F_P son negativos
x es positiva hacia la derecha). El trabajo hecho es

$$W_P = \int_{x=0}^{x=-0.030\ \text{m}} F_P(x)\,dx = \int_0^{x=-0.030\ \text{m}} kx\,dx = \tfrac{1}{2}kx^2\Big|_0^{-0.030\ \text{m}}$$

$$= \tfrac{1}{2}(2.5 \times 10^3\ \text{N/m})(-0.030\ \text{m})^2 = 1.1\ \text{J},$$

que es el mismo que para alargarlo.

Nótese que no podemos usar $W = Fd$ (ecuación 7–1) para un resorte porque la
erza no es constante.

[†] Véase la tabla de integrales en el apéndice B.

EJEMPLO 7–6 **Fuerza en función de x.** Un brazo de robot que controla la posición de una cámara de vídeo (figura 7–13) en un sistema automático de vigilancia es manipulado por un servomotor que ejerce una fuerza sobre una barra de empuje. La fuerza está dada por

$$F(x) = F_0\left(1 + \frac{1}{6}\frac{x^2}{x_0^2}\right)$$

donde $F_0 = 2.0$ N, $x_0 = 0.0070$ m, y x es la posición del extremo de la barra de empuje. Si la barra se mueve de $x_1 = 0.010$ m a $x_2 = 0.050$ m, ¿cuánto trabajo hizo el servomotor?

SOLUCIÓN La fuerza aplicada por el motor no es una función lineal de x. Podemos determinar la integral $\int F(x)\,dx$, o el área bajo la curva $F(x)$ (mostrada en la figura 7–14). Integramos para hallar el trabajo hecho por el motor:

$$W_M = F_0\int_{x_1}^{x_2}\left(1 + \frac{x^2}{6x_0^2}\right)dx = F_0\int_{x_1}^{x_2}dx + F_0\int_{x_1}^{x_2}\frac{x^2\,dx}{6x_0^2}$$

$$= F_0\left(x + \frac{1}{3}\frac{x^3}{6x_0^2}\right)\Bigg|_{x_1}^{x_2}.$$

Insertamos los valores dados y obtenemos

$$W_M = 2.0\,\text{N}\left[(0.050\,\text{m} - 0.010\,\text{m}) + \frac{(0.050\,\text{m})^3 - (0.010\,\text{m})^3}{(3)(6)(0.0070\,\text{m})^2}\right] = 0.361\,\text{J}.$$

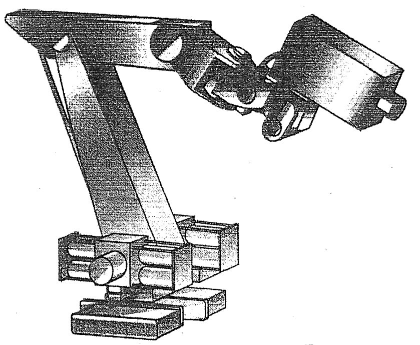


FIGURA 7–13 El brazo del robot controla una cámara de vídeo.

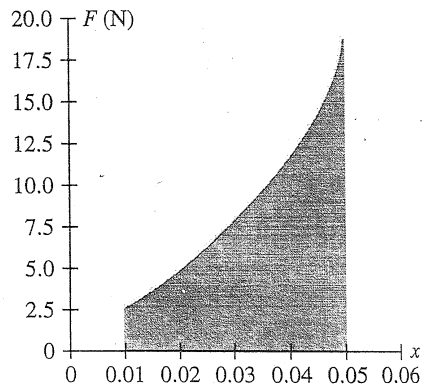


FIGURA 7–14 Ejemplo 7–6.

Energía cinética y el principio trabajo-energía

La *energía* es uno de los conceptos más importantes de la ciencia. Sin embargo, no podemos dar una definición general simple de la energía en una cuantas palabras. No obstante, cada tipo específico de energía puede ser definida fácilmente. En este capítulo definimos la energía cinética traslacional; en el siguiente capítulo veremos la energía potencial. En capítulos posteriores definiremos otros tipos de energía, como la relacionada con el calor (capítulos 19 y 20). El aspecto crucial de todos los tipos de energía es que pueden ser definidas consistentemente en una manera tal que la suma de todos los tipos, o *energía total*, sea la misma antes y después de que ocurra cualquier proceso: es decir, la cantidad "energía" puede definirse de manera que sea una cantidad que se conserve. Hablaremos después más sobre esto.

Para los fines de este capítulo, podríamos definir la energía en la manera usual como "la capacidad de efectuar trabajo". Esta simple definición no es muy precisa, ni es realmente válida para todos los tipos de energía.† Sin embargo, para la energía mecánica

† La energía asociada con el calor no está a menudo disponible para efectuar trabajo, como lo veremos en detalle en el capítulo 20.

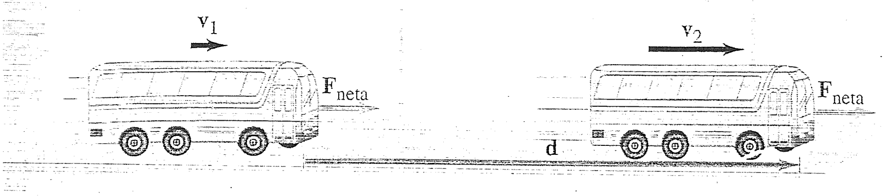


FIGURA 7–15 Una fuerza neta constante F_{neta} acelera a un autobús desde una rapidez v_1 hasta una rapidez v_2 en una distancia d. El trabajo hecho es $W = F_{neta}\, d$.

e estudiaremos en este y el siguiente capítulos, sirve para subrayar la conexión fundamental entre el trabajo y la energía. Definimos y analizamos ahora uno de los tipos sicos de energía, la energía cinética.

Un objeto en movimiento puede efectuar trabajo sobre otro al que golpea. Una la de cañón efectúa trabajo sobre una pared de ladrillos al derribarla; un martillo ectúa trabajo sobre un clavo al golpearlo. En cualquier caso, un objeto en movimiento ejerce una fuerza sobre un segundo objeto y lo mueve cierta distancia. Un objeto movimiento tiene la capacidad de efectuar trabajo y se dice entonces que tiene ergía. La energía de movimiento se llama **energía cinética**, palabra derivada del griego *ietikos*, que significa "movimiento."

Para obtener una definición cuantitativa para la energía cinética, consideremos un jeto rígido de masa m que se mueve en línea recta con rapidez inicial v_1. Para acelerarlo iformemente hasta una rapidez v_2, se ejerce una fuerza neta constante F_{neta} sobre él ralela a su movimiento sobre una distancia d, figura 7–15. El trabajo neto hecho bre el objeto es $W_{neto} = F_{neta}\, d$. Aplicamos la segunda ley de Newton, $F_{neta} = ma$ y amos la ecuación 2–12c, que escribimos ahora como $v_2^2 = v_1^2 + 2ad$, con v_1 como la pidez inicial y v_2 como la rapidez final, y encontramos

$$W_{neto} = F_{net}\, d = mad = m\left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2d}\right)d$$

bien,

$$W_{neto} = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2. \tag{7–9}$$

efinimos la cantidad $\frac{1}{2}mv^2$ como la **energía cinética traslacional** K del objeto:

Definición de la energía cinética traslacional

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2. \tag{7–10}$$

lamamos a esta energía cinética "traslacional" para distinguirla de la energía cinética tatoria, que veremos más tarde en el capítulo 10.)

Podemos reescribir la ecuación 7–9 como:

$$W_{neto} = K_2 - K_1$$

bien,

$$W_{neto} = \Delta K. \tag{7–11}$$

PRINCIPIO DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA

a ecuación 7–11 (o ecuación 7–9) es un resultado importante. Éste puede enunciarse mo:

El trabajo neto hecho sobre un objeto es igual al cambio en su energía cinética.

PRINCIPIO DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA

sto se conoce como el **principio del trabajo y la energía**. Sin embargo, nótese que usamos segunda ley de Newton, $F_{neta} = ma$, donde F_{neta} es la fuerza *neta* o la suma de todas las erzas que actúan sobre el objeto. El principio del trabajo y la energía es entonces lido sólo si W es el *trabajo neto* hecho sobre el objeto, es decir, el trabajo hecho por das las fuerzas que actúan sobre el objeto.

El principio del trabajo y la energía nos dice que si un trabajo neto (positivo) W hecho sobre un cuerpo, su energía cinética crece una cantidad W. El principio también es válido en la situación inversa: si un trabajo neto negativo W es hecho sobre el erpo, la energía cinética de éste decrece una cantidad W. Es decir, una fuerza neta ercida sobre un cuerpo opuesta a la dirección del movimiento del cuerpo reduce su

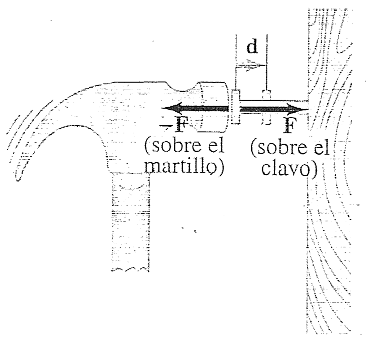


FIGURA 7–16 Un martillo en movimiento golpea un clavo y llega al reposo. El martillo ejerce una fuerza F sobre el clavo; el clavo ejerce una fuerza $-F$ sobre el martillo (tercera ley de Newton). El trabajo hecho sobre el clavo por el martillo es positivo ($W_n = Fd > 0$). El trabajo hecho sobre el martillo es negativo ($W_h = -Fd$).

rapidez y su energía cinética. Un ejemplo es un martillo (figura 7–16) que golpea un clavo. La fuerza neta sobre el martillo ($-\mathbf{F}$ en la figura, donde $\mathbf{F}$ se supone constante por simplicidad) actúa hacia la izquierda, mientras que el desplazamiento $\mathbf{d}$ es hacia la derecha. El trabajo neto hecho sobre el martillo $W_h = (F)(d)(\cos 180°) = -Fd$, es negativo y la energía cinética del martillo decrece (usualmente a cero).

La figura 7–16 también ilustra cómo la energía puede considerarse como la capacidad de efectuar trabajo. El martillo, al perder velocidad, efectúa trabajo positivo sobre el clavo: si éste ejerce una fuerza $-\mathbf{F}$ sobre el martillo disminuyendo su velocidad, el martillo ejerce una fuerza $+\mathbf{F}$ sobre el clavo (tercera ley de Newton) a lo largo de la distancia d. Por consiguiente, el trabajo hecho sobre el clavo por el martillo es $W_n = (+F)(+d) = Fd = -W_h$, y W_n es positivo. Así entonces, la disminución de la energía cinética del martillo es igual al trabajo que éste puede hacer sobre otro objeto, lo que es consistente con el hecho de que la energía tiene la capacidad de efectuar trabajo.

Nótese que mientras que la energía cinética traslacional $\left(= \frac{1}{2}mv^2\right)$ es directamente proporcional a la masa del objeto, ella es proporcional al *cuadrado* de la rapidez. Entonces, si la masa se duplica, la energía cinética también se duplica. Pero si la rapidez se duplica, el objeto tendrá cuatro veces más energía cinética y es capaz entonces de efectuar cuatro veces más trabajo.

Para resumir, la conexión entre trabajo y energía cinética (ecuación 7–11) opera en ambos sentidos. Si el trabajo neto W hecho sobre un objeto es positivo, entonces la energía cinética del objeto se incrementa. Si el trabajo neto W hecho sobre un objeto es negativo, su energía cinética decrece. Si el trabajo neto sobre el objeto es cero, su energía cinética permanece constante (lo que significa también que su rapidez es constante).

Obtención general del principio del trabajo y la energía

Obtuvimos el principio del trabajo y la energía, ecuación 7–11, para movimiento en una dimensión con una fuerza constante. Es válido aun si la fuerza es variable y el movimiento es en dos o tres dimensiones, como lo mostraremos ahora. Supongamos que la fuerza neta $\mathbf{F}_{\text{neta}}$ sobre un objeto varía tanto en magnitud como en dirección y que la trayectoria del objeto es una curva como la mostrada en la figura 7–8. La fuerza neta puede ser considerada una función de l, o la distancia a lo largo de la curva. El trabajo neto hecho es (ecuación 7–6):

$$W_{\text{neto}} = \int F_{\text{neta}} \cos\theta \, dl = \int F_{\parallel} \, dl,$$

donde $F_{\parallel}$ representa la componente de la fuerza neta paralela a la curva en cualquier punto. Por la segunda ley de Newton,

$$F_{\parallel} = ma_{\parallel} = m\frac{dv}{dt},$$

donde $a_{\parallel}$, la componente de a paralela a la curva en cualquier punto, es igual a la razón de cambio de la rapidez, dv/dt. Podemos pensar que v es una función de l, y usando la regla de la cadena para derivadas, tenemos

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dl}\frac{dl}{dt} = v\frac{dv}{dl},$$

ya que dl/dt es la rapidez v. Entonces (si 1 y 2 se refieren a las cantidades inicial y final, respectivamente):

$$W_{\text{neto}} = \int_1^2 F_{\parallel} \, dl = \int_1^2 m\frac{dv}{dt} dl = \int_1^2 mv\frac{dv}{dl} dl = \int_1^2 mv \, dv,$$

que al integrar nos da

$$W_{\text{neto}} = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2 = \Delta K.$$

Éste es nuevamente el principio del trabajo y la energía, que obtuvimos ahora para movimiento en tres dimensiones con una fuerza neta variable. Nótese, incidentalmente, que el principio del trabajo y la energía no es una nueva ley independiente, sino que fue derivado a partir de la definición de trabajo y energía cinética usando la segunda ley de Newton.

Nótese en esta deducción que sólo la componente de $\mathbf{F}_{\text{neta}}$ paralela al movimiento, $F_{\parallel}$, contribuye al trabajo. Una fuerza (o componente de una fuerza) actuando perpenularmente al vector velocidad no efectúa trabajo. Tal fuerza sólo cambia la dirección la velocidad y no afecta la magnitud de la velocidad. Un ejemplo de esto es el movimiento circular uniforme en el que un objeto se mueve con rapidez constante en un culo, tiene una fuerza ("centrípeta") actuando sobre él hacia el centro del círculo. ta fuerza no efectúa trabajo sobre el objeto, ya que (como vimos en el ejemplo 7–3) siempre perpendicular al desplazamiento dl del objeto.

La fuerza centrípeta no efectúa trabajo

Debido a la conexión directa entre el trabajo y la energía cinética, ecuación -11, la energía se mide en las mismas unidades que el trabajo: joules en unidades SI, ergs el sistema cgs, y pies–libras en el sistema británico. Igual que el trabajo, la energía nética es una cantidad escalar. La energía cinética de un conjunto de objetos es la ma (escalar) de las energías cinéticas de los objetos individuales.

Unidad de la energía: el joule

EJEMPLO 7–7 Una pelota de béisbol. Una pelota de béisbol de 145 g es lanzada on una rapidez de 25 m/s. (*a*) ¿Cuál es su energía cinética? (*b*) ¿Cuánto trabajo se izo para alcanzar esta rapidez, partiendo del reposo?

SOLUCIÓN (*a*) La energía cinética es

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}(0.145\ \text{kg})(25\ \text{m/s})^2 = 45\ \text{J}.$$

b) Como la energía cinética inicial es cero, el trabajo neto hecho es igual a la energía inética final, 45 J.

EJEMPLO CONCEPTUAL 7–8 Trabajo para detener un automóvil. Un automóvil que viaja a 60 km/h puede frenar y detenerse en una distancia de 20 m (figura 7–17a). Si el automóvil viaja con doble rapidez, es decir, a 120 km/h, ¿cuál será la distancia en que se detenga (figura 7–17b)? La fuerza máxima de frenado es aproximadamente independiente de su rapidez.

RESPUESTA Tratamos al automóvil como si fuera una partícula o un cuerpo rígido simple. Como la fuerza para detenerlo F es aproximadamente constante, el trabajo necesario para detenerlo, Fd, es proporcional a la distancia viajada. Aplicamos el principio del trabajo y la energía, notando que $\mathbf{F}$ y $\mathbf{d}$ tienen sentidos opuestos y que la rapidez final del automóvil es cero:

$$\begin{aligned} W_{\text{neto}} &= Fd\cos 180^\circ = -Fd \\ &= \Delta K = 0 - \tfrac{1}{2}mv^2. \end{aligned}$$

Así entonces, como la fuerza y la masa son constantes, podemos ver que la distancia d en que se detiene, se incrementa con el cuadrado de la rapidez:

$$d \propto v^2.$$

La distancia en que se detiene es proporcional a la rapidez inicial al cuadrado

Si se duplica la rapidez inicial del automóvil, la distancia requerida para detenerlo es $(2)^2 = 4$ veces mayor, u 80 metros.

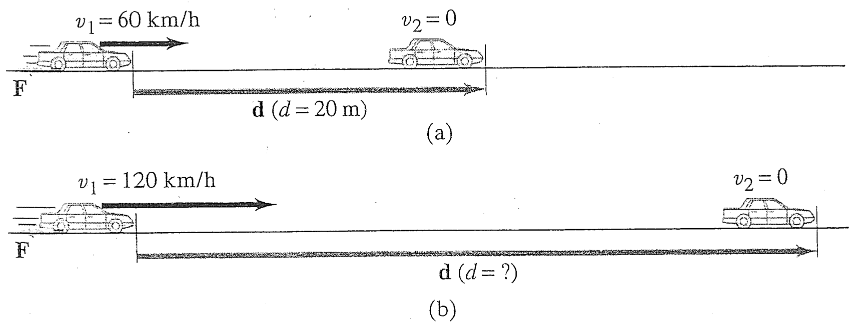


FIGURA 7–17 Ejemplo 7–8.

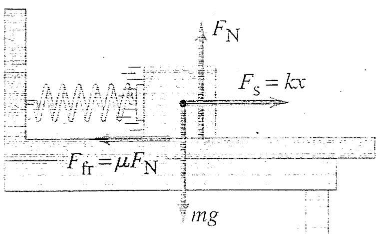


FIGURA 7–18 Ejemplo 7–9.

EJEMPLO 7–9 **Un resorte comprimido.** Un resorte horizontal tiene una constante $k = 360$ N/m. (*a*) ¿Cuánto trabajo se requiere para comprimirlo a partir de su longitud no comprimida ($x = 0$) a $x = 11.0$ cm? (*b*) Si se coloca un bloque de 1.85 kg contra el resorte y éste se libera, ¿cuál será la rapidez del bloque cuando éste se separa del resorte en $x = 0$? Desprecie la fricción. (*c*) Resuelva la parte (*b*) pero suponga que el bloque se está moviendo sobre una mesa como en la figura 7–18 y que el coeficiente de fricción cinético es $\mu_k = 0.38$.

SOLUCIÓN (*a*) Vimos en la sección 7–3 que el trabajo neto, W, necesario para alargar o comprimir un resorte una distancia x es $W = \frac{1}{2}kx^2$. Por lo tanto, el trabajo requerido para comprimir el resorte una distancia $x = 0.110$ m es

$$W = \tfrac{1}{2}(360\,\mathrm{N/m})(0.110\,\mathrm{m})^2 = 2.18\,\mathrm{J},$$

donde hemos convertido todas las unidades a SI.

(*b*) Al retornar a su longitud no comprimida, el resorte efectúa 2.18 J de trabajo sobre el bloque (mismo cálculo que en la parte (*a*), sólo que al revés). De acuerdo con el principio del trabajo y la energía, el bloque adquiere energía cinética de 2.18 J. Como $K = \frac{1}{2}mv^2$, la rapidez del bloque debe ser

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2(2.18\,\mathrm{J})}{1.85\,\mathrm{kg}}} = 1.54\,\mathrm{m/s}.$$

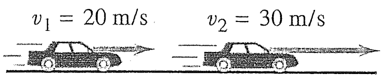
(*c*) Hay dos fuerzas sobre el bloque: la ejercida por el resorte y la ejercida por la fricción. El resorte efectúa 2.18 J de trabajo sobre el bloque. Como la fuerza normal F_N es igual al peso mg (no hay movimiento vertical), el trabajo hecho por la fuerza de fricción sobre el bloque, $\mu_k F_N = \mu_k mg$, es

$$W_{fr} = (-\mu_k mg)(x) = -(0.38)(1.85\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m/s^2})(0.110\,\mathrm{m}) = -0.76\,\mathrm{J}.$$

Este trabajo es negativo porque la fuerza de fricción es en sentido opuesto al desplazamiento x. El trabajo neto hecho sobre el bloque es $W_{neto} = 2.18\,\mathrm{J} - 0.76\,\mathrm{J} = 1.42\,\mathrm{J}$. Del principio del trabajo y la energía, la ecuación 7–9 (con $v_2 = v$ y $v_1 = 0$), tenemos

$$v = \sqrt{\frac{2W_{neto}}{m}} = \sqrt{\frac{2(1.42\,\mathrm{J})}{1.85\,\mathrm{kg}}} = 1.24\,\mathrm{m/s}.$$

FIGURA 7–19 Ejemplo 7–10.



EJEMPLO 7–10 **Trabajo para acelerar un automóvil.** ¿Cuánto trabajo se requiere para acelerar un automóvil de 1000 kg de 20 m/s a 30 m/s? Véase la figura 7–19.

SOLUCIÓN Tenemos que ser cuidadosos, pues esta es (si nos fijamos en los detalles) una situación complicada. Sin embargo, si tratamos el automóvil como una partícula, podemos escribir que el trabajo neto necesario es igual al incremento de su energía cinética:

$$W_{neto} = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$

$$= \tfrac{1}{2}(1000\,\mathrm{kg})\left[(30\,\mathrm{m/s})^2 - (20\,\mathrm{m/s})^2\right] = 2.5 \times 10^5\,\mathrm{J}.$$

Esta conclusión es útil. La dificultad surge si observamos con mayor profundidad. Primero notamos que la fuerza neta que acelera al automóvil es la fuerza de fricción que el camino ejerce sobre los neumáticos (la reacción sobre los neumáticos al empujar éstos contra el camino). En realidad, esta fuerza no efectúa trabajo porque los neumáticos no se deslizan y no tienen componente de movimiento paralela al camino o a la fuerza de fricción. En principio, este ejemplo podría enfocarse examinando el trabajo hecho por el motor, la transmisión a las ruedas, etc., (llamado a veces "trabajo interno"), pero resulta muy complicado. Lo que cuenta aquí es que obtenemos un resultado útil de nuestro cálculo anterior, en el que tratamos el automóvil como una partícula (o cuerpo rígido simple) sometido a un movimiento traslacional.

te último ejemplo, si bien es útil, muestra también que el concepto de trabajo :mpre de utilidad. El problema es que estamos tratando de examinar un objeto ble (no rígido) que puede tener movimientos internos. Para ver más profunda- l ejemplo del automóvil, para tratar con el motor, transmisión y conexiones a as, tenemos que usar el poderoso concepto de la energía. Con la energía en sus ırmas, tenemos que considerar la energía almacenada en la gasolina usada para trabajo sobre los pistones y la energía eventualmente transferida a las ruedas. guiente capítulo extenderemos nuestro análisis de la energía a otras formas de ticularmente a la energía potencial. La energía es un tema central en física y á también con mucha frecuencia en los últimos capítulos. Un importante resul- próximo capítulo es que la energía puede ser transformada de un tipo a otro, e la energía total nunca crece o decrece. Esta es la ley de la conservación de la una de las más importantes leyes de la física.

Energía cinética a muy alta velocidad

ía de la relatividad de Einstein, que estudiaremos en el capítulo 37, señala dificultades dentro de la mecánica clásica de Newton. La importante teoría de ı, publicada en 1905, nos ha obligado a reevaluar algunos aspectos de la mecá- ır ahora sólo señalaremos que, de acuerdo con la teoría de la relatividad, la cinética de una partícula de masa m que se mueve con velocidad v está dada

$$K = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right) \qquad \text{[Energía cinética relativista]} \qquad \textbf{(7–12)}$$

es la rapidez de la luz, $c = 3.00 \times 10^8$ m/s. La fórmula de Einstein, ecuación 7–12, esultado muy diferente al dado por la forma clásica más simple, $K = \frac{1}{2}mv^2$, ındo la rapidez v del objeto es extremadamente alta, mayor que digamos $\frac{1}{10}c$. De a ecuación 7–12 se reduce a la ecuación clásica cuando $v << c$, lo que es fácil trar usando el desarrollo binomial,

$$(1 + x)^n = 1 + nx + n(n-1)x^2/2! + \cdots.$$

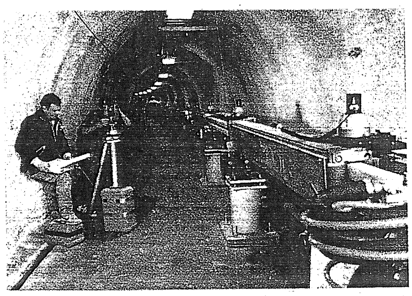
mos $n = -\frac{1}{2}$ y $x = -v^2/c^2$, entonces para $v << c$, la ecuación 7–12 nos da

$$K = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right) = mc^2\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \cdots - 1\right) \approx \frac{1}{2}mv^2$$

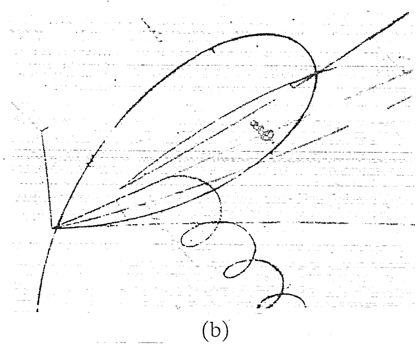
despreciamos los términos de orden superior en el desarrollo por ser muy os, dado que $v/c << 1$.

os experimentos con partículas subatómicas (figura 7–20), como electrones y es, confirman la ecuación 7–12. Un aspecto interesante de la ecuación 7–12 es velocidades iguales o mayores que la de la luz no son posibles. ¿Por qué? Si v gual a c, el denominador en el primer término, $\sqrt{1 - v^2/c^2}$, sería igual a cero; gía cinética sería entonces infinita. Es decir, se requeriría una cantidad infinita ajo para acelerar un objeto de masa no nula hasta $v = c$. Y si v fuese mayor que tor $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ implicaría la raíz cuadrada de un número negativo, que es imagi- no tendría carácter físico. Los experimentos confirman que ninguna partícula con lcanza (o excede) la rapidez de la luz.

FIGURA 7–20 (a) Fotografía interior del acelerador lineal de Stanford. (b) Fotografía en la cámara de niebla de Brookhaven que revela las trayectorias de pequeñas partículas elementales.



(a)



(b)

Resumen

Se efectúa trabajo sobre un cuerpo por una fuerza cuando esa fuerza actúa sobre el cuerpo moviéndolo a través de alguna distancia. El **trabajo** W hecho por una fuerza constante **F** sobre un objeto cuya posición cambia por un desplazamiento **d** está dado por

$$W = Fd\cos\theta = \mathbf{F}\cdot\mathbf{d},$$

donde θ es el ángulo entre **F** y **d**.

La última expresión se llama producto escalar de **F** y **d**. En general, el **producto escalar** de dos vectores cualesquiera **A** y **B** se define como

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = AB\cos\theta$$

donde θ es el ángulo entre **A** y **B**. En coordenadas rectangulares podemos también escribir $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$.

El trabajo W hecho por una fuerza variable **F** sob objeto que se mueve de un punto a a un punto b es

$$W = \int_a^b \mathbf{F}\cdot d\mathbf{l} = \int_a^b F\cos\theta\, dl,$$

donde $d\mathbf{l}$ representa un desplazamiento infinitesimal largo de la trayectoria del objeto y θ es el ángulo entre **F** en cada punto de la trayectoria del objeto.

La **energía cinética** K traslacional de un objeto de ma que se mueve con rapidez v se define como

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2.$$

El **principio del trabajo y la energía** establece que el tra neto hecho sobre un cuerpo por la fuerza neta resultan igual al cambio de energía cinética del cuerpo:

$$W_{\text{neto}} = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2.$$

Preguntas

1. ¿En qué manera coincide la palabra "trabajo" tal como se usa en el lenguaje cotidiano con la manera en que se usa en física? ¿En qué es diferente?

2. Una mujer que nada aguas arriba en un río de corriente rápida no se mueve con respecto a la orilla. ¿Efectúa ella un trabajo? Si deja de nadar y simplemente flota, ¿está siendo efectuado un trabajo sobre ella?

3. ¿Es el trabajo hecho por una fuerza de fricción cinética siempre negativo? [*Sugerencia*: Considere qué sucede a una vajilla al jalar el mantel debajo de ella.]

4. ¿Depende del sistema coordenado escogido el producto escalar de dos vectores?

5. ¿Puede un producto punto ser negativo? Si es así, ¿bajo qué condiciones?

6. Si $\mathbf{A}\cdot\mathbf{C} = \mathbf{B}\cdot\mathbf{C}$, ¿es necesariamente cierto que $\mathbf{A} = \mathbf{B}$?

7. ¿Tiene el producto punto de dos vectores sentido y magnitud?

8. ¿Puede la fuerza normal sobre un objeto efectuar trabajo? Explique.

9. Usted tiene dos resortes idénticos excepto que el resorte 1 es más rígido que el 2 ($k_1 > k_2$). ¿Sobre qué resorte se efectúa más trabajo: (*a*) si ambos son alargados usando la misma fuerza; (*b*) si ambos son alargados la misma distancia?

10. ¿Puede la energía cinética ser negativa? Explique.

11. Si se duplica la energía cinética de una partícula, ¿por qué factor se ha incrementado su rapidez?

12. Si se triplica la rapidez de una partícula, ¿por qué factor se incrementa su energía cinética?

13. En el ejemplo 7–9 se estableció que el bloque se separa resorte comprimido cuando éste alcanza su longitud de equili ($x = 0$). Explique porqué la separación no tiene lugar ante después) de este punto.

14. Dos balas son disparadas simultáneamente con la misma e gía cinética. Si una bala tiene el doble de masa que la otra, ¿ tiene mayor rapidez y por qué factor? ¿Cuál puede efec más trabajo?

15. ¿Depende del marco de referencia el trabajo neto hecho so una partícula? ¿Cómo afecta esto el principio del trabajo energía?

16. Una mano ejerce una fuerza horizontal constante sobre un blo que puede deslizarse libremente sobre una superficie sin f ción, como se muestra en la figura 7–21. El bloque parte del poso en el punto A y cuando ha viajado una distancia d al pu B, tiene una rapidez v_B. Cuando el bloque ha viajado otra dis cia d al punto C, ¿será su rapidez mayor, menor o igual que 2 Explique su razonamiento.

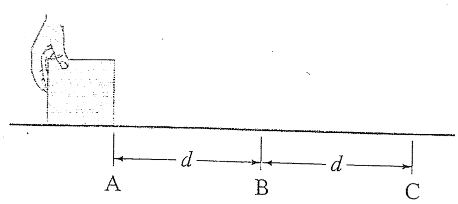


FIGURA 7–21 Pregunta 16.

Problemas

Sección 7–1

1. (I) ¿Cuánto trabajo se efectúa por la fuerza gravitacional cuando un martillo de hincado de 250 kg cae 2.80 m?
2. (I) Si la fuerza retardadora promedio sobre un automóvil es de 535 N, ¿cuánto trabajo es hecho por esta fuerza cuando el automóvil se mueve 1.25 km?
3. (I) Un bombero de 65.0 kg sube una escalera de 20.0 m de altura. ¿Cuánto trabajo efectúa?
4. (I) Un cajón de 1200 N descansa sobre el piso. ¿Cuánto trabajo se requiere para moverlo con rapidez constante (*a*) 4.0 m a lo largo del piso contra una fuerza de fricción de 230 N, y (*b*) 4.0 m verticalmente?
5. (I) ¿Cuánto trabajo se efectúa al mover (horizontalmente) un cajón de 160 kg 10.3 m a lo largo de un piso rugoso sin aceleración si el coeficiente de fricción es 0.50?
6. (I) ¿Cuánto subirá una roca de 1.85 kg al ser lanzada en línea recta hacia arriba por alguien que hace 80.0 J de trabajo sobre ella? Desprecie la resistencia del aire.
7. (I) Determine el factor de conversión entre joules y ergs y entre joules y pies–libras.
8. (I) Un martillo con masa de 2.0 kg se deja caer sobre un clavo desde una altura de 0.50 m. ¿Cuál es la cantidad máxima de trabajo que podría efectuar sobre el clavo? ¿Por qué la gente no lo "deja caer" meramente, sino que agrega su propia fuerza al martillo al caer éste?
9. (II) Estime el trabajo efectuado por usted al podar un jardín de 10 m por 20 m. Suponga que empuja con una fuerza de aproximadamente 15 N.
10. (II) ¿Cuál es el trabajo mínimo necesario para empujar un automóvil de 950 kg, 310 m a lo largo de una pendiente de 9.0°? (*a*) Desprecie la fricción. (*b*) Suponga que el coeficiente de fricción efectivo que retarda al automóvil es de 0.25.
11. (II) Una palanca como la mostrada en la figura 7–22 se puede usar para levantar objetos que de otra manera no se podrían levantar. Demuestre que la razón de la fuerza de salida F_O a la fuerza de entrada F_I está relacionada con las longitudes l_I y l_O desde el pivote por $F_O/F_I = l_I/l_O$ (despreciando la fricción y la masa de la palanca), dado que el trabajo de salida es igual al trabajo de entrada.

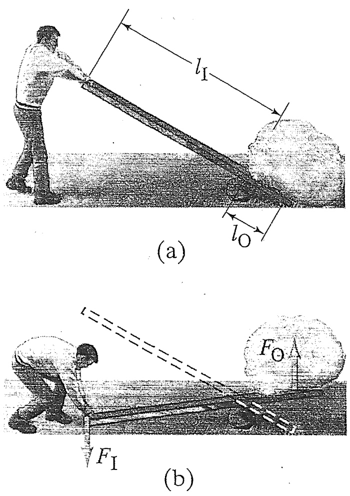


FIGURA 7–22 Una palanca simple. Problema 11.

12. (II) Ocho libros, cada uno de 4.3 cm de espesor y masa de 1.7 kg, se encuentran en posición horizontal sobre una mesa. ¿Cuánto trabajo se requiere para ponerlos uno encima de otro?
13. (II) Un piano de 380 kg resbala 3.5 m por una rampa de 27° y un hombre le impide acelerar empujando hacia arriba *paralelamente a la rampa* (figura 7–23). El coeficiente efectivo de fricción cinética es 0.40. Calcule: (*a*) la fuerza ejercida por el hombre, (*b*) el trabajo hecho por el hombre sobre el piano, (*c*) el trabajo hecho por la fuerza de fricción, (*d*) el trabajo hecho por la fuerza de gravedad, y (*e*) el trabajo neto hecho sobre el piano.

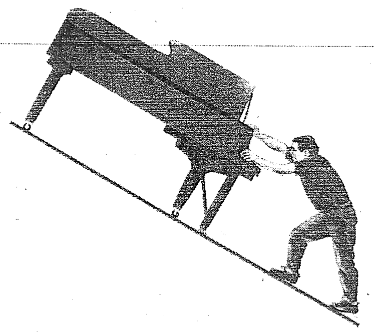


FIGURA 7–23 Problema 13.

14. (II) Un avión a chorro de 20,000 kg despega desde un portaaviones con ayuda de una catapulta (figura 7–24a). Los motores del avión ejercen una fuerza constante de 130 kN sobre el avión; la fuerza ejercida sobre el avión por la catapulta está graficada en la figura 7–24b. Determine: (*a*) el trabajo hecho sobre el avión por los motores durante el despegue, y (*b*) el trabajo hecho sobre el avión por la catapulta durante el despegue.

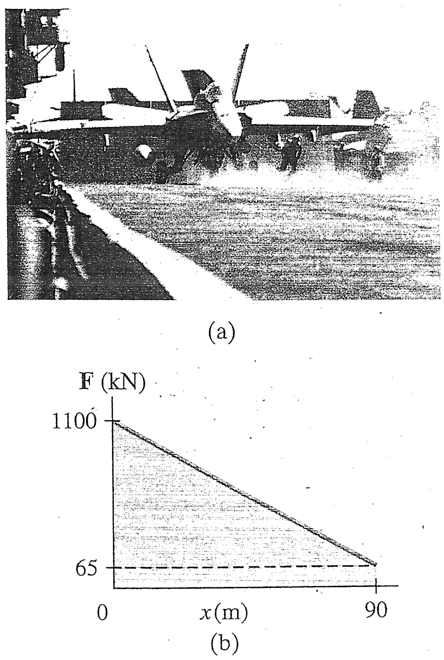


FIGURA 7–24 Problema 14.

15. (II) Un carrito de supermercado con masa de 18 kg es empujado con rapidez constante a lo largo de un corredor por una fuerza $F_P = 14$ N que actúa con un ángulo de 20° respecto a la horizontal. Encuentre el trabajo hecho por cada una de las fuerzas ($m\mathbf{g}$, $\mathbf{F}_N$, $\mathbf{F}_P$, $\mathbf{F}_{fr}$) sobre el carrito si el corredor tiene 15 m de longitud.

16. (II) (*a*) Encuentre la fuerza requerida para dar a un helicóptero de masa M una aceleración de 0.10 g hacia arriba. (*b*) Encuentre el trabajo hecho por esta fuerza cuando el helicóptero se mueve una distancia h hacia arriba.

Sección 7–2

17. (I) Para cualquier vector $\mathbf{V} = V_x\mathbf{i} + V_y\mathbf{j} + V_z\mathbf{k}$, demuestre que

$$V_x = \mathbf{i} \cdot \mathbf{V}, \quad V_y = \mathbf{j} \cdot \mathbf{V}, \quad V_z = \mathbf{k} \cdot \mathbf{V}.$$

18. (I) Calcule el ángulo entre los vectores:

$$\mathbf{A} = 6.8\mathbf{i} + 4.6\mathbf{j} + 6.2\mathbf{k} \quad \text{y} \quad \mathbf{B} = 8.2\mathbf{i} + 2.3\mathbf{j} - 7.0\mathbf{k}.$$

19. (I) Demuestre que $\mathbf{A} \cdot (-\mathbf{B}) = -\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$.

20. (I) El vector $\mathbf{V}_1$ señala a lo largo del eje z y tiene magnitud $V_1 = 75$. El vector $\mathbf{V}_2$ se encuentra en el plano xz, tiene magnitud $V_2 = 50$ y forma un ángulo de $-48°$ con el eje X (señala debajo del eje x). ¿Cuál es el producto escalar $\mathbf{V}_1 \cdot \mathbf{V}_2$?

21. Si $\mathbf{A} = 7.0\mathbf{i} - 8.5\mathbf{j}$, $\mathbf{B} = -8.0\mathbf{i} + 8.1\mathbf{j} + 4.2\mathbf{k}$, y $\mathbf{C} = 6.8\mathbf{i} - 7.2\mathbf{j}$, determine (*a*) $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C})$; (*b*) $(\mathbf{A} + \mathbf{C}) \cdot \mathbf{B}$; (*c*) $(\mathbf{B} + \mathbf{A}) \cdot \mathbf{C}$.

22. (II) Demuestre que $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$, partiendo de la ecuación 7–2 y usando la ley distributiva (probada en el problema 29).

23. (II) Dados los vectores $\mathbf{A} = -4.8\mathbf{i} + 7.8\mathbf{j}$ y $\mathbf{B} = 9.6\mathbf{i} + 6.7\mathbf{j}$, determine el vector $\mathbf{C}$ que se encuentra en el plano xy y es perpendicular a $\mathbf{B}$ y cuyo producto punto con $\mathbf{A}$ es 20.0.

24. (II) Demuestre que si dos vectores no paralelos tienen la misma magnitud, su suma debe ser perpendicular a su diferencia.

25. (II) Sea $\mathbf{V} = 20.0\mathbf{i} + 12.0\mathbf{j} - 14.0\mathbf{k}$. ¿Qué ángulo forma este vector con los ejes x, y y z?

26. (II) Use el producto escalar para demostrar la ley de los cosenos para un triángulo:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta,$$

donde a, b y c son las longitudes de los lados de un triángulo y θ es el ángulo opuesto al lado c.

27. (II) Los vectores $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$ están en el plano xy y su producto escalar es de 20.0 unidades. Si $\mathbf{A}$ forma un ángulo de 30° con el eje x y tiene magnitud $A = 12.0$ unidades, y $\mathbf{B}$ tiene magnitud $B = 4.0$ unidades, ¿qué se puede decir sobre la dirección de $\mathbf{B}$?

28. (II) $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$ son dos vectores en el plano xy que forman ángulos α y β con el eje x, respectivamente. Evalúe el producto escalar de $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$ y deduzca la siguiente identidad trigonométrica: $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\beta$.

29. (III) Demuestre que el producto escalar de dos vectores es distributivo: $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C}$. [*Sugerencia*: Use un diagrama que muestre los tres vectores en un plano e indique los productos punto sobre el diagrama.]

Sección 7–3

30. (I) Al pedalear una bicicleta hacia arriba en una colina, un ciclista ejerce una fuerza hacia abajo de 470 N durante cada golpe de pedal. Si el diámetro del círculo descrito por cada pedal es de 36 cm, calcule cuánto trabajo es hecho en cada golpe.

31. (I) Un resorte tiene una $k = 84$ N/m. Dibuje una gráfica como la de la figura 7–12 y úsela para determinar el trabajo necesario para alargar el resorte de $x = 3.0$ cm a $x = 5.5$ cm, donde $x = 0$ se refiere a la longitud sin alargar del resorte.

32. (II) Si la colina en el ejemplo 7–2 (figura 7–4) no tuviese una pendiente uniforme, sino una dada por una curva irregular como en la figura 7–25, demuestre que se obtendría el mismo resultado que en el ejemplo 7–2: es decir, que el trabajo hecho por la gravedad depende sólo de la altura de la colina y no de su forma o del camino seguido.

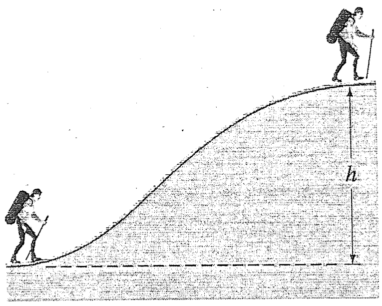


FIGURA 7–25 Problema 32.

33. (II) La fuerza neta ejercida sobre una partícula actúa en el sentido x positivo. Su magnitud crece linealmente de cero en $x = 0$ a 300 N en $x = 3.0$ m. La fuerza permanece constante a 300 N de $x = 3.0$ m a $x = 7.0$ m y luego decrece linealmente a cero en $x = 11.0$ m. Determine el trabajo hecho al mover la partícula de $x = 0$ a $x = 11.0$ m determinando gráficamente el área bajo la gráfica F versus x.

34. (II) La fuerza sobre una partícula que actúa a lo largo del eje x varía como se muestra en la figura 7–26. Determine el trabajo hecho por esta fuerza al mover la partícula a lo largo del eje x (*a*) de $x = 0.0$ a $x = 10.0$ m; (*b*) de $x = 0.0$ a $x = 15.0$ m.

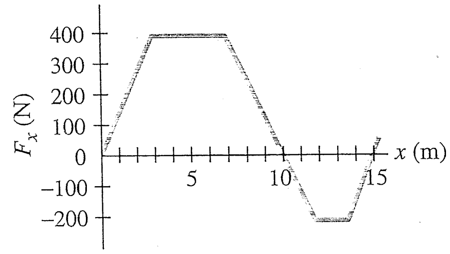


FIGURA 7–26 Problema 34.

35. (II) En la figura 7–9 suponga que el eje de distancia es lineal y que $a = 10.0$ m y $b = 30.0$ m. Estime el trabajo hecho por es fuerza al mover un objeto de 2.50 kg de a a b.

36. (II) La resistencia de un material de empaque a un obje agudo que lo penetra es una fuerza proporcional a la cuar potencia de la profundidad de penetración x: $\mathbf{F} = kx^4\,\mathbf{i}$. Calcu el trabajo hecho al penetrar el objeto agudo una distancia d.

(II) La fuerza necesaria para mantener comprimido un resorte dado una cantidad x desde su longitud normal está dada por $F = kx + ax^3 + bx^4$. ¿Cuánto trabajo debe efectuarse para comprimirlo una cantidad X, a partir de $x = 0$?

(III) Una cadena de acero de 3.0 m de longitud está estirada sobre una mesa horizontal de manera que 2.0 m de la cadena permanecen sobre la mesa y 1.0 m cuelga verticalmente, figura 7–27. En este punto, la fuerza sobre el segmento colgante es suficiente para jalar toda la cadena sobre el borde. Una vez que la cadena se mueve, la fricción cinética es tan pequeña que puede ser despreciada. ¿Cuánto trabajo es efectuado sobre la cadena por la fuerza de gravedad cuando la cadena cae desde el punto en que 2.0 m permanecen sobre la mesa hasta el punto en que toda la cadena ha dejado la mesa? (Suponga que la cadena tiene un peso lineal de 20 N/m.)

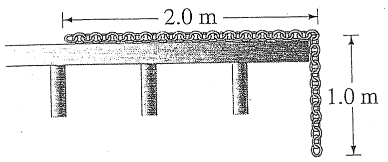


FIGURA 7–27 Problema 38.

(III) Un vehículo espacial de 2500 kg, inicialmente en reposo, cae verticalmente desde una altura de 3000 km por arriba de la superficie de la Tierra. (*a*) Determine cuánto trabajo se hace por la fuerza de gravedad al llevar el vehículo a la superficie terrestre, construyendo primero una gráfica de F versus r (usando la ecuación 7–1), donde r es la distancia desde el centro de la Tierra. Luego determine gráficamente el trabajo con una precisión del 3%. (*b*) Determínelo usando integración.

ección 7–4

0. (I) A temperatura ambiente, una molécula de oxígeno, con masa de 5.31×10^{-26} kg tiene una energía cinética de aproximadamente 6.21×10^{-21} J. ¿Qué tan rápido se está moviendo?

1. (I) (*a*) Si la energía cinética de una partícula se triplica, ¿por qué factor se incrementa su rapidez? (*b*) Si la rapidez de una partícula disminuye a la mitad, ¿por qué factor cambia su energía cinética?

2. (I) ¿Cuánto trabajo se requiere para detener un electrón ($m = 9.11 \times 10^{-31}$ kg) que se mueve con una rapidez de 1.70×10^6 m/s?

3. (I) ¿Cuánto trabajo debe efectuarse para detener un vehículo de 1300 kg que viaja a 100 km/h?

44. (II) Una flecha de 85 g es disparada desde un arco cuya cuerda ejerce una fuerza promedio de 105 N sobre la flecha en una distancia de 80 cm. ¿Cuál es la rapidez de la flecha al salir del arco?

45. (II) Una pelota de béisbol ($m = 145$ g) que viaja a 32 m/s mueve el guante de un jardinero hacia atrás 25 cm cuando recibe la pelota. ¿Cuál es la fuerza promedio ejercida por la pelota sobre el guante?

46. (II) Si la rapidez de un automóvil se incrementa 50%, ¿por qué factor se incrementará su distancia mínima de frenado, suponiendo que todo lo demás permanece igual? Desprecie el tiempo de reacción del conductor.

47. (II) En la escena de un accidente sobre un camino a nivel, los investigadores midieron que las marcas de resbalamiento de un automóvil tenían 78 m de longitud. Era un día lluvioso y se estimó que el coeficiente de fricción era de 0.38. Use estos datos para determinar la rapidez del auto cuando el conductor pisó y bloqueó los frenos. (¿Por qué no es de importancia la masa del automóvil?)

48. (II) Un automóvil tiene el doble de masa que un segundo automóvil, pero sólo la mitad de energía cinética. Cuando ambos vehículos incrementan su rapidez en 7.0 m/s, tienen entonces la misma energía cinética. ¿Cuáles eran las velocidades originales de los dos automóviles?

49. (II) Una fuerza de 6.0 N se usa para acelerar una masa de 1.0 kg desde el reposo en una distancia de 12 m. La fuerza es aplicada a lo largo de la dirección del movimiento. El coeficiente de fricción cinética es 0.30. ¿Cuál es el trabajo hecho (*a*) por la fuerza aplicada? ¿(*b*) Por la fricción? (*c*) ¿Cuál es la energía cinética en la marca de los 12 metros?

50. (II) Un vehículo de 1200 kg que viaja sobre una superficie horizontal tiene rapidez $v = 60$ km/h cuando golpea un resorte enrollado horizontalmente y es llevado al reposo en una distancia de 2.2 m. ¿Cuál es la constante del resorte?

51. (II) Un cajón de 66.0 kg es jalado a lo largo del piso, partiendo del reposo, con una fuerza horizontal constante de 225 N. Los primeros 11.0 m del piso no tienen fricción y en los siguientes 10.0 m, el coeficiente de fricción es de 0.20. ¿Cuál es la rapidez final del cajón después de ser jalado esos 21.0 m?

52. (II) Una masa m está unida a un resorte que es mantenido estirado una distancia x por una fuerza F (figura 7–28) y es luego liberado. El resorte se comprime, empujando la masa. Suponiendo que no hay fricción, determine la rapidez de la masa m cuando el resorte regresa: (*a*) a su longitud normal ($x = 0$); (*b*) a la mitad de su extensión original ($x/2$).

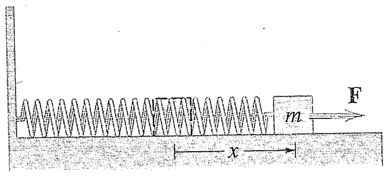


FIGURA 7–28 Problemas 52 y 53.

53. (II) Suponga que se tiene fricción en el problema anterior y que la masa en el extremo del resorte estirado en la figura 7–28, después de liberado, llega al reposo justamente cuando alcanza la posición de equilibrio del resorte. Determine el coeficiente de fricción μ_k, en términos de F, x, g y m.

54. (II) Una carga de 355 kg es levantada verticalmente 33.0 m por un solo cable con aceleración $a = 0.15\,g$. Determine (*a*) la tensión en el cable; (*b*) el trabajo neto hecho sobre la carga; (*c*) el trabajo hecho por el cable sobre la carga; (*d*) el trabajo hecho por la gravedad sobre la carga; (*e*) la rapidez final de la carga suponiendo que ésta parte del reposo.

55. (II) (*a*) ¿Cuánto trabajo se efectúa por la fuerza horizontal F_P = 150 N sobre el bloque de 20 kg de la figura 7−29 cuando la fuerza empuja al bloque 5.0 m hacia arriba por el plano inclinado 30° sin fricción? (*b*) ¿Cuánto trabajo es hecho por la fuerza de la gravedad sobre el bloque durante este desplazamiento? (*c*) ¿Cuánto trabajo es hecho por la fuerza normal? (*d*) ¿Cuál es la rapidez del bloque (suponga que es cero inicialmente) después de este desplazamiento?

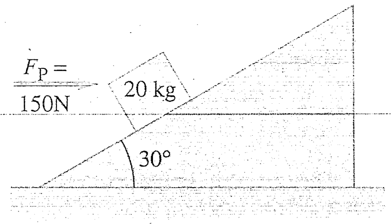


FIGURA 7−29 Problemas 55 y 56.

56. (II) Resuelva el problema 55 suponiendo un coeficiente de fricción $\mu_k = 0.10$.

57. (III) El cable de un elevador se rompe cuando el elevador de 755 kg está a 22.5 m arriba de la parte superior de un gran resorte ($k = 8.00 \times 10^4$ N/m) en el fondo del pozo. Calcule (*a*) el trabajo hecho por la gravedad sobre el elevador antes de que éste toque al resorte; (*b*) la rapidez del elevador justamente antes de tocar al resorte; (*c*) el desplazamiento del resorte (nótese que aquí el trabajo es hecho tanto por el resorte como por la gravedad).

58. (III) Usualmente despreciamos la masa de un resorte si ésta es pequeña comparada con la masa unida al resorte. Pero en algunas aplicaciones, la masa del resorte debe tomarse en cuenta. Considere un resorte de longitud no estirada L y masa M_S. Esta masa está uniformemente distribuida a lo largo de la longitud

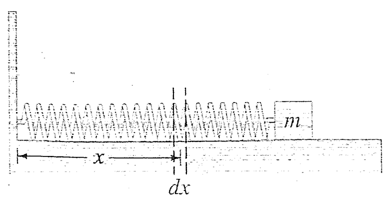


FIGURA 7−30 Problema 58.

del resorte. Una masa m está unida al extremo del resorte. Un extremo del resorte está fijo y se permite que la masa m vibre horizontalmente sin fricción (véase la figura 7−30). Cada punto sobre el resorte se mueve con una velocidad proporcional a la distancia de ese punto al extremo fijo. Por ejemplo, si la masa sobre el extremo se mueve con rapidez v, el punto medio del resorte se mueve con rapidez $v/2$. Demuestre que la energía cinética de la masa m más la del resorte cuando la masa m se mueve con velocidad v es

$$K = \tfrac{1}{2}Mv^2$$

donde $M = m + \frac{1}{3}M_S$ es la "masa efectiva" del sistema.

* Sección 7−5

* 59. (II) En dos experimentos separados, un protón (con masa de 1.67×10^{-27} kg) y un electrón (con masa de 9.1×10^{-31} kg) son acelerados cada uno por un dispositivo que efectúa 3.2×10^{-13} J de trabajo sobre cada partícula. Usando la fórmula relativística para la energía cinética, determine la rapidez resultante de cada partícula. Compare sus cálculos con los resultados que se obtendrían usando la fórmula clásica.

* 60. (II) Calcule con tres cifras significativas la energía cinética de una partícula de masa m que se mueve con una rapidez de (*a*) 3.00×10^4 m/s, (*b*) 3.00×10^6 m/s (1% de la velocidad de la luz), y (*c*) 3.00×10^7 m/s (= $0.1c$). Compare cada resultado con el dado por un cálculo clásico.

Problemas generales

61. En cierta biblioteca el primer anaquel está a 12.0 cm arriba del suelo, y los restantes cuatro anaqueles están cada uno separados 33.0 cm arriba del anaquel previo. Si el libro promedio tiene una masa de 1.60 kg con una altura de 22.0 cm, y un anaquel promedio contiene 25 libros (de pie), ¿cuánto trabajo se requiere para llenar este librero vacío, suponiendo que inicialmente todos los libros se encuentran en posición plana sobre el piso?

62. (*a*) Un grillo de 3.0 g alcanza una rapidez de 3.0 m/s al saltar. ¿Cuál es su energía cinética a esta rapidez? (*b*) Si el grillo transforma energía con 40% de eficiencia, ¿cuánta energía se requiere para el salto?

63. Un bloque de 6.0 kg es empujado 7.0 m hacia arriba por una rampa inclinada 37°, por medio de una fuerza horizontal de 75 N. Si la rapidez inicial del bloque es de 2.2 m/s hacia arriba del plano y una fuerza de fricción cinética constante de 25 N se opone al movimiento, calcule (*a*) la energía cinética inicial del bloque; (*b*) el trabajo hecho por la fuerza de 75 N; (*c*) el trabajo hecho por la fuerza de fricción; (*d*) el trabajo hecho por la gravedad; (*e*) el trabajo hecho por la fuerza normal; (*f*) la energía cinética final del bloque.

64. Una masa m se desliza sobre una vía circular horizontal en un círculo de radio R, figura 7−31. Su rapidez inicial es v_0, pero después de una revolución la rapidez es sólo de $0.75v_0$ debido a la fricción. Determine (*a*) el trabajo hecho por la fricción durante una revolución; (*b*) el coeficiente de fricción; (*c*) el número de revoluciones que la masa debe efectuar antes de llegar al reposo.

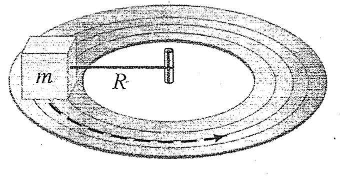


FIGURA 7−31 Problema 64.

65. Dos fuerzas, $\mathbf{F}_1 = (1.50\mathbf{i} - 0.80\mathbf{j} + 0.70\mathbf{k})$ N y $\mathbf{F}_2 = (-0.70\mathbf{i} + 1.20\mathbf{j})$ N, son aplicadas a un cuerpo en movimiento de masa 0.20 kg. El vector desplazamiento producido por las dos fuerzas es $\mathbf{d} = (8.0\mathbf{i} + 6.0\mathbf{j} + 5.0\mathbf{k})$ m. (*a*) ¿Qué trabajo es hecho por las dos fuerzas? (*b*) Si se tiene una fuerza de fricción dada por $\mathbf{F}_{fr} = -0.20\mathbf{F}_1$, ¿cuál es el trabajo neto hecho? (*c*) ¿Cuál es el trabajo hecho por la fuerza de fricción en (*b*)?

Los cañones de 16 pulgadas (diámetro del cañón = 16 in = 40 cm) del acorazado *U.S.S. Massachusetts* en la Segunda Guerra Mundial tenían 15 m de longitud. Los obuses que disparaban tenían una masa de 1250 kg y eran disparados con una velocidad inicial de 750 m/s. Use el principio del trabajo y la energía para determinar la fuerza explosiva (suponga que era constante) que era aplicada al obús dentro del barril del cañón. Exprese su respuesta en newtons y también en libras.

Una fuerza $\mathbf{F} = (10.0\mathbf{i} + 9.0\mathbf{j} + 12.0\mathbf{k})$ kN actúa sobre un objeto pequeño de 100 g de masa. Si el desplazamiento del objeto es $\mathbf{d} = (5.0\mathbf{i} + 4.0\mathbf{j})$ m, encuentre el trabajo hecho por la fuerza. ¿Cuál es el ángulo entre $\mathbf{F}$ y $\mathbf{d}$?

El arreglo de los átomos del zinc es un ejemplo de una estructura "hexagonal compacta". Tres de los vecinos más cercanos se encuentran en las siguientes coordenadas (x, y, z), dadas en nanómetros (10^{-9} m): el átomo 1 está en (0, 0, 0); el átomo 2 está en (0.230, 0.133, 0); el átomo 3 está en (0.077, 0.133, 0.247). Encuentre el ángulo entre dos vectores: uno que conecta el átomo 1 con el átomo 2 y otro que conecta el átomo 1 con el átomo 3.

Una fuerza variable está dada por $F = Ae^{-kx}$, donde x es la posición; A y k son constantes con unidades de N y m^{-1}, respectivamente. ¿Cuál es el trabajo hecho cuando x cambia de 0.10 m a infinito?

La fuerza requerida para comprimir un resorte horizontal imperfecto una cantidad x está dada por $F = 150x + 12x^3$, donde x está en metros y F en newtons. Si el resorte es comprimido 2.0 m, ¿qué rapidez le impartirá a una bola de 3.0 kg apoyada contra él y ésta es luego liberada?

Una pelota de softbol con masa de 0.25 kg es lanzada a 110 km/h. Cuando llega a "home", su velocidad ha disminuido en un 10%. Despreciando la gravedad, estime la fuerza promedio de la resistencia del aire durante un lanzamiento, si la distancia entre el "home" y el lanzador es de aproximadamente 15 m.

Los automóviles actuales tienen "parachoques de 5 mi/h" (8 km/h) diseñados para comprimirse y rebotar elásticamente sin ningún daño físico a velocidades menores a 8 km/h. Si el material de los parachoques se deforma permanentemente después de una compresión de 1.5 cm, pero permanecen como un resorte elástico hasta ese punto, ¿cuál debe ser la constante efectiva del resorte del material del parachoques, suponiendo que el automóvil tiene una masa de 1150 kg y es probado chocándolo contra una pared sólida?

¿Cuál debe ser la constante de resorte k de un resorte diseñado para llevar un vehículo de 1300 kg al reposo desde una velocidad de 90 km/h de manera que los ocupantes experimenten una aceleración máxima de 5.0 g?

Un piloto cayó 370 m después de saltar del avión, sin que se abriese el paracaídas. Cayó en un banco de nieve, creando un cráter de 1.1 m de profundidad, pero sobrevivió con sólo heridas leves. Suponiendo que la masa del piloto era de 80 kg y su velocidad terminal fue de 50 m/s, estime: (*a*) el trabajo hecho por la nieve al llevarlo al reposo; (*b*) la fuerza promedio ejercida sobre él por la nieve al detenerlo; y (*c*) el trabajo hecho sobre él por la resistencia del aire al caer.

75. Suponga que un ciclista de peso mg puede ejercer una fuerza sobre los pedales igual a 0.90 mg en promedio. Si los pedales giran en un círculo de 18 cm de radio, las ruedas tienen un radio de 34 cm, y las ruedas dentadas adelante y atrás sobre las que corre la cadena tienen 42 y 19 dientes respectivamente (figura 7–32), determine la inclinación máxima de la colina que el ciclista puede ascender con rapidez constante. Suponga que la masa de la bicicleta es de 12 kg y la del ciclista es de 60 kg. Desprecie la fricción. Suponga que la fuerza promedio del ciclista es siempre: (*a*) hacia abajo; (*b*) tangencial al movimiento del pedal.

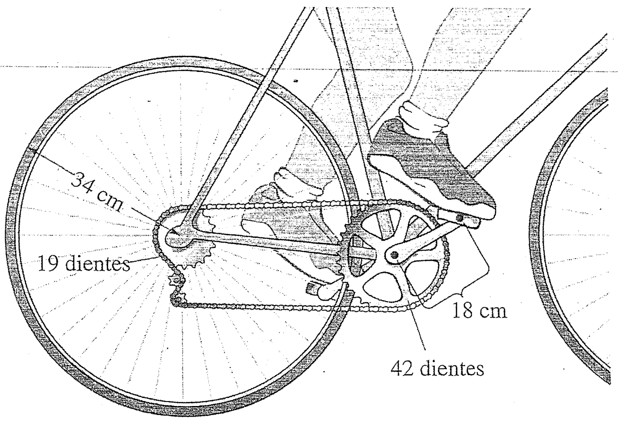


FIGURA 7–32 Problema 75.

76. Un péndulo simple consiste en un objeto pequeño de masa m suspendida de una cuerda de longitud L (figura 7–33) de masa despreciable. Una fuerza $\mathbf{F}$ se aplica en la dirección horizontal (por lo que $\mathbf{F} = F\mathbf{i}$), que mueve a la masa m muy lentamente de manera que la aceleración es esencialmente nula. (Nótese que la magnitud de $\mathbf{F}$ tendrá que variar con el ángulo θ que la cuerda forma con la vertical en cualquier momento.) (*a*) Determine el trabajo hecho por esta fuerza $\mathbf{F}$ para mover el péndulo de $\theta = 0$ a $\theta = \theta_0$. (*b*) Determine el trabajo hecho por la fuerza gravitacional sobre la masa m, $\mathbf{F}_G = m\mathbf{g}$ y el trabajo hecho por la fuerza $\mathbf{F}_T$ que la cuerda ejerce sobre la masa m.

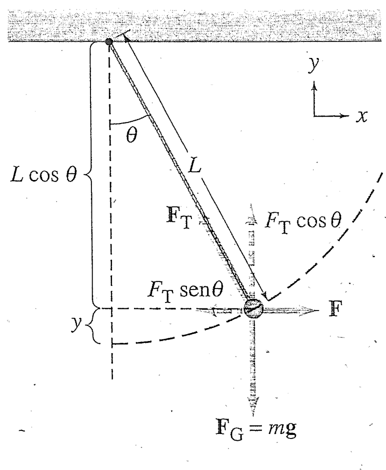


FIGURA 7–33 Problema 76.

Un saltador de garrocha adquiere energía cinética al correr hacia la barra en alto. Cuando apoya la garrocha y pone su peso sobre ella, su energía cinética se transforma: primero en energía potencial elástica de la garrocha y luego en energía potencial gravitacional al elevarse su cuerpo. Cuando cruza la barra, la garrocha está recta y ha cedido toda su energía potencial elástica, transformada en energía potencial gravitacional, al atleta. Casi toda la energía cinética de éste ha desaparecido, transformándose también en energía potencial gravitacional de su cuerpo a la gran altura de la barra (récord mundial de más de 6 m), que es exactamente lo que él quiere. En esas y todas las otras transformaciones de energía que continuamente tienen lugar en el mundo, la energía total siempre se conserva. De hecho, la conservación de la energía es una de las grandes leyes de la física, y encuentra aplicación en un amplio rango de otros campos.

CAPÍTULO 8

Conservación de la energía

Este capítulo continúa el análisis de los conceptos de trabajo y energía iniciado en el capítulo precedente e introduce los tipos adicionales de energía, en particular la energía potencial. Veremos ahora por qué es tan importante el concepto de energía. La razón es que la energía se conserva, es decir, la energía total permanece constante en cualquier proceso. El que una cantidad se pueda definir como que permanece constante, de acuerdo con nuestros mejores experimentos, es un enunciado extraordinario acerca de la naturaleza. De hecho, la ley de la conservación de la energía, es uno de los grandes principios unificadores de la ciencia.

La ley de la conservación de la energía nos proporciona también otra herramienta o enfoque para resolver problemas. Hay muchas situaciones en las que un análisis basado en las leyes de Newton sería difícil o imposible, ya que las fuerzas podrían no conocerse o no ser accesibles a una medición. Pero esas situaciones pueden a menudo tratarse con la ley de la conservación de la energía, y en algunos casos con otras leyes de conservación (como la conservación del momento lineal o cantidad de movimiento).

En este capítulo trataremos a los objetos como si fuesen partículas u objetos rígidos que experimentan sólo movimientos de traslación, sin movimiento interno o rotatorio.

-1 Fuerzas conservativas y no conservativas

importante clasificar las fuerzas en dos tipos: conservativas y no conservativas. Por inición, llamamos a una fuerza **fuerza conservativa** si

el trabajo hecho por la fuerza sobre un objeto que se mueve de un punto a otro depende sólo de las posiciones inicial y final y es independiente de la trayectoria particular tomada.

Definición de fuerza conservativa

Podemos mostrar fácilmente que la fuerza de la gravedad es una fuerza conserva-. La fuerza gravitacional sobre un objeto de masa m cerca de la superficie terrestre es $= m\mathbf{g}$, donde $\mathbf{g}$ es una constante. Vimos en el capítulo 7 (véase el ejemplo 7–2) que rabajo hecho por la fuerza gravitacional cerca de la superficie de la Tierra es $W_G = = mgh$, donde h es la altura vertical por la cual cae un objeto de masa m (véase la ıra 8–1a). Ahora supongamos que en vez de moverse verticalmente hacia abajo o ia arriba, un objeto sigue alguna trayectoria arbitraria en el plano xy, como se mues- en la figura 8–1b. El objeto parte de una altura vertical y_1 y alcanza una altura y_2, de $y_2 - y_1 = h$. Para calcular el trabajo hecho por la gravedad, W_G, usamos la ación 7–7:

$$W_G = \int_1^2 \mathbf{F}_G \cdot d\mathbf{l} = \int_1^2 mg \cos\theta \, dl.$$

emos ahora $\phi = 180° - \theta$, el ángulo entre $d\mathbf{l}$ y su componente vertical dy, como se stra en la figura 8–1b. Entonces, como $\cos\theta = -\cos\phi$ y $dy = dl\cos\phi$, tenemos

$$W_G = -\int_{y_1}^{y_2} mg \, dy$$

$$= -mg(y_2 - y_1). \qquad \textbf{(8–1)}$$

ıo $(y_2 - y_1)$ es la altura vertical h, vemos que el trabajo hecho depende sólo de la a vertical y *no* de la trayectoria particular tomada. Por consiguiente, por definición avedad es una fuerza conservativa. (Nótese que en el caso mostrado en la figura b, $y_2 > y_1$ y por tanto el trabajo hecho por la gravedad es negativo. Si por otra parte y_1, entonces el objeto está cayendo y W_G es positivo.)

Podemos dar la definición de una fuerza conservativa en otra manera completa- te equivalente: una fuerza es conservativa si

el trabajo neto hecho por la fuerza sobre un objeto que se mueve alrededor de cualquier trayectoria cerrada es cero.

ver por qué ésta es equivalente a la definición anterior, considere un pequeño o que se mueve del punto 1 al punto 2 a lo largo de dos trayectorias marcadas A n la figura 8–2a. Si suponemos que una fuerza conservativa actúa sobre el objeto, ıbajo hecho por esta fuerza es el mismo si el objeto toma la trayectoria A o la ctoria B, de acuerdo con nuestra primera definición. A este trabajo para pasar del 1 al punto 2 lo llamamos W. Consideremos ahora el viaje redondo mostrado en ura 8–2b. El objeto se mueve de 1 a 2 por la trayectoria A y nuestra fuerza efec- ın trabajo W. Nuestro objeto regresa luego al punto 1 por la trayectoria B. nto trabajo se efectúa durante el regreso? Al pasar de 1 a 2 por la trayectoria B el jo hecho es W, que por definición es igual a $\int_1^2 \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}$.. En el viaje de regreso de 2 ı fuerza $\mathbf{F}$ en cada punto es la misma, pero $d\mathbf{l}$ está dirigida precisamente en sen- puesto. En consecuencia $\mathbf{F}\cdot d\mathbf{l}$ tiene un signo opuesto en cada punto de manera l trabajo total hecho durante el viaje de retorno de 2 a 1 debe ser $-W$. Por tanto, bajo total hecho al ir de 1 a 2 y de regreso a 1 es $W + (-W) = 0$, lo que prueba ıivalencia de las dos definiciones anteriores para una fuerza conservativa.

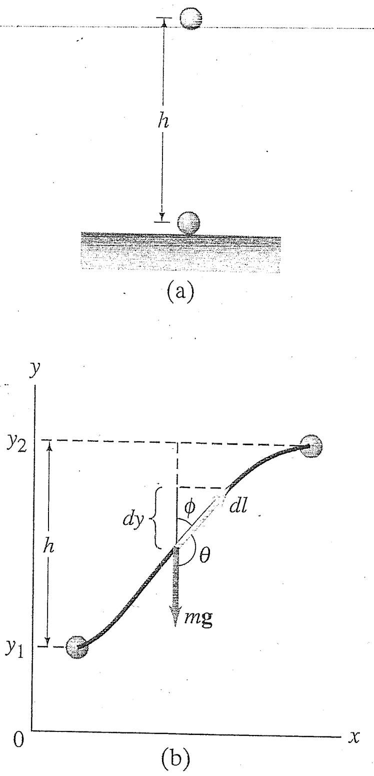
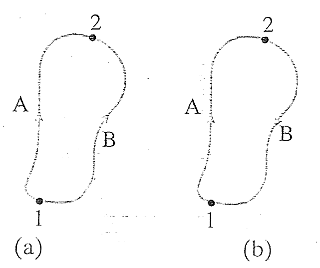


FIGURA 8–1 Objeto de masa m: (a) cae verticalmente una altura h; (b) es elevado a lo largo de una trayectoria bidimensional arbitraria.

FIGURA 8–2 (a) Un objeto pequeño se mueve entre los puntos 1 y 2 a lo largo de dos trayectorias diferentes, A y B. (b) El objeto hace un viaje redondo, por la trayectoria A del punto 1 al punto 2 y por la trayectoria B de regreso al punto 1.



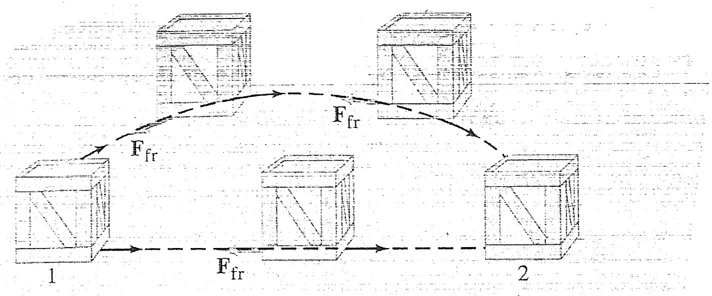


FIGURA 8–3 Un cajón es jalado por el piso de la posición 1 a la posición 2 a lo largo de dos trayectorias, una recta y otra curva. La fuerza de fricción actúa siempre en sentido opuesto al del movimiento. Por consiguiente, para una fuerza de fricción de magnitud constante, $W_{fr} = -F_{fr}d$, si d es mayor (trayectoria curva), entonces W es también mayor.

La segunda definición de una fuerza conservativa aclara un aspecto importante de una fuerza: *el trabajo hecho por una fuerza conservativa es recuperable* en el sentido de que si se hace trabajo positivo *por* un objeto (sobre algún otro) sobre una parte de una trayectoria cerrada, una cantidad equivalente de trabajo negativo será hecho por el objeto durante su retorno.

Como vimos arriba, la fuerza de gravedad es conservativa, y es fácil demostrar que la fuerza elástica ($F = -kx$) es también conservativa.

Pero no todas las fuerzas son conservativas. Por ejemplo, la fuerza de fricción es una fuerza **no conservativa**. El trabajo hecho al mover un cajón pesado sobre un piso a nivel es igual al producto de la fuerza de fricción (constante) y la distancia total recorrida, ya que la fuerza de fricción está dirigida precisamente en sentido opuesto al del movimiento. Por consiguiente, el trabajo hecho al mover el objeto entre dos puntos depende de la longitud de la trayectoria; el trabajo hecho a lo largo de una línea recta es menor que si la trayectoria entre los dos puntos es curva, como en la figura 8–3.

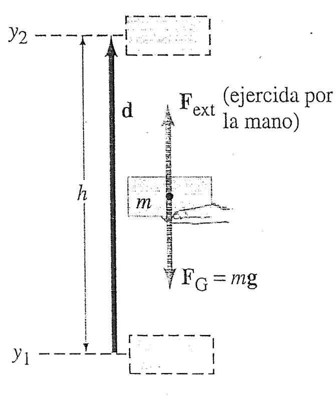
Nótese también en este ejemplo de fricción cinética que como la fuerza de fricción siempre se opone al movimiento, el trabajo hecho sobre un cuerpo por la fricción es negativo. Así entonces, cuando un objeto se mueve en un viaje redondo, digamos de algún punto 1 a un punto 2 y de regreso al 1, el trabajo total hecho por la fricción nunca es cero sino siempre negativo. El trabajo hecho por una fuerza no conservativa no es entonces recuperable como sí es el caso para una fuerza conservativa.

8–2 Energía potencial

En el capítulo 7 estudiamos la energía asociada con un objeto en movimiento, que es su energía cinética $K = \frac{1}{2}mv^2$. Veremos ahora la **energía potencial**, que es la energía asociada con la posición o configuración de un objeto (u objetos). Varios tipos de energía potencial pueden definirse y cada tipo está asociado con una fuerza conservativa particular.

El resorte enrollado de un reloj es un ejemplo de energía potencial. El resorte del reloj adquirió energía potencial porque se efectuó trabajo *sobre* él por la persona que lo enrolló. Al desenrollarse el resorte, éste ejerce una fuerza y efectúa trabajo al hacer mover las manecillas del reloj.

FIGURA 8–4 Una persona ejerce una fuerza hacia arriba $F_{ext} = mg$ para levantar un ladrillo de y_1 a y_2.



Energía potencial gravitacional

El ejemplo más común de energía potencial tal vez sea la *energía potencial gravitacional*. Un ladrillo pesado sostenido en alto tiene energía potencial debido a su posición relativa a la Tierra. Tiene la capacidad de efectuar trabajo, ya que si se le suelta, caerá al suelo debido a la fuerza gravitacional y puede efectuar trabajo sobre, digamos, una estaca al hincarla en el terreno. Determinemos cuantitativamente la energía potencial gravitacional de un objeto cerca de la superficie terrestre. Para levantar un objeto de masa m verticalmente, debe ejercerse una fuerza hacia arriba por lo menos igual a su peso mg sobre él, digamos, por la mano de una persona. Para levantarlo sin aceleración hasta una altura h, de la posición y_1 a y_2 en la figura 8–4 (el sentido hacia arriba se ge como positivo), una persona debe efectuar un trabajo igual al producto de la za externa necesaria $F_{ext} = mg$ hacia arriba, y la distancia vertical h. Es decir,

$$W_{ext} = \mathbf{F}_{ext} \cdot \mathbf{d} = mgh \cos 0° = mgh = mg(y_2 - y_1)$$

de ambas $\mathbf{F}_{ext}$ y $\mathbf{d}$ señalan hacia arriba. La gravedad también está actuando sobre el to al moverse éste de y_1 a y_2 y efectúa trabajo sobre él igual a

$$W_G = \mathbf{F}_G \cdot \mathbf{d} = mgh \cos 180° = -mgh = -mg(y_2 - y_1).$$

no $\mathbf{F}_G$ es hacia abajo y $\mathbf{d}$ es hacia arriba, W_G es negativo. Si el objeto sigue una tra- toria arbitraria, como en la figura 8–1b, el trabajo hecho por la gravedad depende sólo del cambio en la altura vertical (véase la ecuación 8–1):

$$W_G = -mg(y_2 - y_1) = -mgh.$$

Si permitimos que el objeto caiga libremente partiendo del reposo bajo la acción de ravedad, éste adquiere una velocidad dada por $v^2 = 2gh$ (ecuación 2-12) después caer desde una altura h. Tiene entonces energía cinética $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(2gh) = mgh$. Si go golpea una estaca, el objeto puede efectuar trabajo sobre ella igual a mgh (prin- io del trabajo y la energía, sección 7–4). Así entonces, para elevar un objeto de sa m hasta una altura h, *se requiere* una cantidad de trabajo igual a mgh. Una vez a ltura h, el objeto tiene la *capacidad* de efectuar una cantidad de trabajo igual a mgh. lemos decir que el trabajo hecho al levantar el objeto ha sido almacenado como rgía potencial gravitacional.

Podemos definir el *cambio en energía potencial gravitacional U* cuando un objeto mueve de una altura y_1 a una altura y_2 como igual al trabajo hecho por la fuerza erna necesaria para lograr esto bajo aceleración constante:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = W_{ext} = mg(y_2 - y_1).$$

forma equivalente podemos definir el cambio en energía potencial gravitacional no igual al negativo del trabajo hecho por la gravedad misma en el proceso:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = -W_G = mg(y_2 - y_1). \qquad \textbf{(8–2)}$$

Cambio en la energía potencial gravitacional

La ecuación 8–2 define el cambio en la energía potencial gravitacional entre dos ntos. La energía potencial gravitacional U en cualquier punto a una altura vertical y iba de algún punto de referencia (el origen del sistema coordenado) puede definirse no

$$U = mgy. \qquad \text{[sólo gravedad]} \qquad \textbf{(8–3)}$$

Energía potencial gravitacional

tese que la energía potencial está asociada con la fuerza de la gravedad entre la rra y la masa m. Por consiguiente, U representa la energía potencial gravitacional, sólo de la masa m sola, sino del sistema masa-Tierra.

Podríamos también definir la energía potencial gravitacional en un punto como

$$U = mgy + C,$$

nde C es una constante. Esto es consistente con la ecuación 8–2 (las constantes C se ncelan entre sí cuando restamos U_1 de U_2). Usualmente se escoge C, por conveniencia, al a cero ya que U depende de todas maneras de la selección del sistema coordenado decir, de dónde escogemos que y sea cero). Por ejemplo, la energía potencial gravi- ional de un libro sostenido arriba de una mesa depende de si medimos y desde la rte superior de la mesa, desde el piso, o desde algún otro punto de referencia. Lo que físicamente importante en cualquier situación es el *cambio* en la energía potencial rque esto es lo que está relacionado con el trabajo hecho. Podemos entonces escoger e la energía potencial sea cero en cualquier punto que sea conveniente, pero debemos r consistentes con esto a lo largo de cualquier problema dado. El *cambio* de energía tencial entre dos puntos cualesquiera no depende del punto de referencia escogido.

El cambio de energía potencial es lo que tiene importancia físicamente

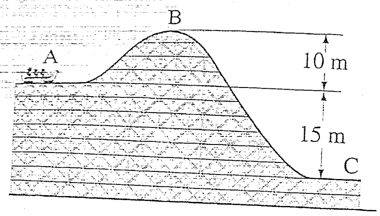


FIGURA 8–5 Ejemplo 8–1.

EJEMPLO 8–1 **Cambios de la energía potencial en una montaña rusa.** U carro de 1000 kg de una montaña rusa se mueve del punto A, figura 8–5, al punto y luego al punto C. (*a*) ¿Cuál es la energía potencial gravitacional en B y en C respec al punto A? Considere $y = 0$ para el punto A. (*b*) ¿Cuál es el cambio en la energ potencial cuando el carro pasa de B a C? (*c*) Resuelva las partes (*a*) y (*b*) pero tom el punto de referencia ($y = 0$) en el punto C.

SOLUCIÓN (*a*) Consideramos hacia arriba la dirección positiva y medimos la alturas desde el punto A, lo que significa que inicialmente la energía potencial es cer En el punto B, donde $y_B = 10$ m,

$$U_B = mgy_B = (1000\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(10\,\text{m}) = 9.8 \times 10^4\,\text{J}.$$

En el punto C, $y_C = -15$ m, ya que C está debajo de A. Por tanto,

$$U_C = mgy_C = (1000\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(-15\,\text{m}) = -1.5 \times 10^5\,\text{J}.$$

(*b*) Al pasar de B a C, el cambio de energía potencial es

$$\begin{aligned} U_C - U_B &= (-1.5 \times 10^5\,\text{J}) - (9.8 \times 10^4\,\text{J}) \\ &= -2.5 \times 10^5\,\text{J}. \end{aligned}$$

La energía potencial gravitacional decrece por 2.5×10^5 J.
(*c*) En este caso, $y_A = +15$ m en el punto A, por lo que la energía potencial inicialmente (en A) es igual a

$$U_A = (1000\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(15\,\text{m}) = 1.5 \times 10^5\,\text{J}.$$

En B, $y_B = 25$ m, por lo que la energía potencial es

$$U_B = 2.5 \times 10^5\,\text{J}.$$

En C, $y_C = 0$, por lo que $U_C = 0$. El cambio en energía potencial al pasar de B a C es

$$U_C - U_B = 0 - 2.5 \times 10^5\,\text{J} = -2.5 \times 10^5\,\text{J},$$

que es el mismo que en la parte (*b*).

Energía potencial en general

Definimos el cambio en energía potencial gravitacional (ecuación 8–2) como igual al negativo del trabajo hecho por la gravedad† cuando el objeto se mueve de la altura y_1 a la y_2:

$$\Delta U = -W_G = -\int_1^2 \mathbf{F}_G \cdot d\mathbf{l}.$$

Hay otros tipos de energía potencial además de la gravitacional. En general, definimos el *cambio en energía potencial asociada con una fuerza conservativa particular* $\mathbf{F}$ *como el negativo del trabajo hecho por esa fuerza*:

Definición general de la energía potencial

$$\Delta U = U_2 - U_1 = -\int_1^2 \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = -W. \qquad (8\text{–}4)$$

Sin embargo, no podemos usar esta definición para definir una energía potencial para todas las fuerzas posibles. Sólo tiene sentido para fuerzas conservativas como la

†Esto es equivalente a decir que el cambio en energía potencial ΔU es igual al trabajo hecho (no a su negativo) por una segunda fuerza (de igual magnitud), digamos, ejercida por una persona, al levantar el objeto contra la fuerza de la gravedad.

ėdad. para la cual la integral depende sólo de los puntos extremos y no de la tra-
òria tomada. No se aplica a fuerzas no conservativas como la fricción, porque la
ȝral en la ecuación 8–4 no tendría un valor único dependiente de los puntos extre-
1 y 2. Es decir, ΔU dependería de la trayectoria y no podríamos decir que la U
ȝ un valor particular en cada punto del espacio. El concepto de energía potencial
įene sentido entonces para una fuerza no conservativa.

rgía potencial elástica

siderarernos ahora otro tipo de energía potencial, aquella asociada con materiales icos. Esto incluye una gran variedad de aplicaciones prácticas.

Consideremos un resorte como el mostrado en la figura 8–6. El resorte tiene ener- ɔotencial en posición comprimida (o estirada), ya que cuando es liberado puede uar trabajo sobre una bola, como se muestra. Igual que otros materiales elásticos, esorte es descrito por la ley de Hooke (como vimos en la Sección 7–3) siempre el desplazamiento x no sea muy grande. Tomemos nuestro sistema coordenado de era que el extremo del resorte no comprimido esté en $x = 0$ (figura 8–6a) y que el do de las x positivas sea hacia la derecha. Para mantener el resorte comprimido (o ado) una distancia x, una persona debe ejercer una fuerza $F_P = kx$ (recuerde la a 7–11), y el resorte empujará entonces en sentido contrario con una fuerza (tercera e Newton),

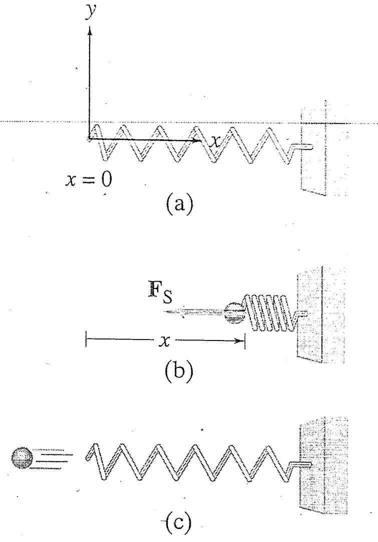


FIGURA 8–6 (a) Un resorte puede (b) almacenar energía (energía potencial elástica) cuando está comprimido, y (c) puede usarse para efectuar trabajo al ser liberado.

$$F_S = -kx.$$

gno negativo aparece porque la fuerza F_S está dirigida en sentido opuesto al lazamiento x (véase la figura 8–6b). De la ecuación 8–4, el cambio en energía ıcial del resorte entre $x_1 = 0$ (su posición no comprimida) y $x_2 = x$ es

$$\Delta U = U(x) - U(0) = -\int_1^2 \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = -\int_0^x (-kx)\, dx = \tfrac{1}{2}kx^2.$$

, $U(x)$ significa la energía potencial en x, y $U(0)$ significa U en $x = 0$. Es usual- e conveniente escoger la energía potencial en $x = 0$ igual a cero: $U(0) = 0$, con lo a energía potencial de un resorte comprimido o estirado una cantidad x desde el ibrio es

$$U(x) = \tfrac{1}{2}kx^2. \qquad \text{[elástica]} \qquad \textbf{(8–5)}$$

Energía potencial elástica

ımen de la energía potencial

ıda uno de los ejemplos precedentes de energía potencial, gravitacional o elástica, ȷjeto tiene la capacidad o el *potencial* de efectuar trabajo aunque no este aún real- ȝ haciéndolo. Por eso es que usamos el término energía "potencial". De esos ɔlos podemos ver también que la energía puede ser almacenada, para uso poste- ɔn la forma de energía potencial. Nótese que la forma matemática de cada tipo de ía potencial depende de la fuerza implicada.

Resumimos ahora aquí los aspectos importantes de la energía potencial:

Una energía potencial está siempre asociada con una fuerza conservativa, y la diferencia en energía potencial entre dos puntos se define como el negativo del trabajo hecho por esa fuerza, ecuación 8–4.

La selección de dónde $U = 0$ es arbitraria y puede escogerse donde sea más conveniente.

Como una fuerza es siempre ejercida sobre un cuerpo por otro cuerpo (la Tierra ejerce una fuerza gravitacional sobre una piedra al caer; un resorte comprimido ejerce una fuerza sobre una bola; y así sucesivamente), la energía potencial no es algo que un cuerpo "tiene" por sí mismo, sino más bien está asociada con la interacción de dos (o más) cuerpos.

En el caso unidimensional, donde una fuerza conservativa puede escribirse como una función, digamos de x, la energía puede escribirse

$$U(x) = -\int F(x)\, dx. \tag{8-6}$$

Esta relación nos dice cómo obtener $U(x)$ si se da $F(x)$. Si, por el contrario, se nos da $U(x)$, podemos obtener $F(x)$ invirtiendo la ecuación anterior: es decir, tomamos la derivada de ambos lados, recordando que la integración y la diferenciación son operaciones inversas:

$$\frac{d}{dx}\int F(x)\, dx = F(x).$$

De ahí,

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}. \tag{8-7}$$

[En tres dimensiones, podemos escribir la relación entre $\mathbf{F}(x, y, z)$ y U como:

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z},$$

o bien,

$$\mathbf{F}(x, y, z) = -\mathbf{i}\frac{\partial U}{\partial x} - \mathbf{j}\frac{\partial U}{\partial y} - \mathbf{k}\frac{\partial U}{\partial z}.$$

Aquí, $\partial/\partial x$, etc., se llaman derivadas parciales; por ejemplo, $\partial/\partial x$ significa que aunque U puede ser una función de x, y y z, escrito $U(x, y, z)$, tomamos la derivada sólo con respecto a x con las otras variables mantenidas constantes.]

EJEMPLO 8-2 **Determine F a partir de U.** Suponga que $U(x) = -ax/(b^2 + x^2)$, donde a y b son constantes. ¿Cómo se expresa F en función de x?

SOLUCIÓN Como $U(x)$ depende sólo de x, éste es un problema unidimensional y no tenemos que usar derivadas parciales, por lo que

$$F(x) = -\frac{dU}{dx} = -\frac{d}{dx}\left[-\frac{ax}{b^2 + x^2}\right] = \frac{a}{b^2 + x^2} - \frac{ax}{\left(b^2 + x^2\right)^2}2x = \frac{a\left(b^2 - x^2\right)}{\left(b^2 + x^2\right)^2}.$$

8-3 Energía mecánica y su conservación

Consideremos un sistema conservativo (implica que sólo las fuerzas conservativas efectúan trabajo) en el que la energía es transformada de cinética a potencial o viceversa. De nuevo, debemos considerar un sistema porque la energía potencial no existe para un cuerpo aislado. Nuestro sistema podría ser una masa m oscilando en el extremo de un resorte o moviéndose en el campo gravitatorio de la Tierra.

De acuerdo con el principio del trabajo y la energía (ecuación 7–11), el trabajo neto W_{neto} hecho sobre un objeto es igual a su cambio en energía cinética:

$$W_{\text{neto}} = \Delta K.$$

(Si más de un objeto de nuestro sistema tiene trabajo hecho sobre sí, entonces W_{neto} y ΔK puede representar la suma para todos los objetos.) Como suponemos un sistema contivo, podemos escribir el trabajo neto hecho en términos de la energía potencial (véanse las ecuaciones 7–7 y 8–4):

$$\Delta U_{\text{total}} = -\int_1^2 \mathbf{F}_{\text{neta}} \cdot d\mathbf{l} = -W_{\text{neta}} \qquad \textbf{(8–8)}$$

ɔinamos las dos ecuaciones previas, haciendo U igual a la energía potencial total:

$$\Delta K + \Delta U = 0 \qquad \text{[sólo fuerzas conservativas]} \qquad \textbf{(8–9a)}$$

n,

$$(K_2 - K_1) + (U_2 - U_1) = 0. \qquad \textbf{(8–9b)}$$

ıimos ahora una cantidad E llamada **energía mecánica total** de nuestro sistema ı la suma de la energía cinética más la energía potencial del sistema en cualquier ento

$$E = K + U.$$

Definición de la energía mecánica total

mos ahora reescribir la ecuación 8–9b como

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1 \qquad \text{[sólo fuerzas conservativas]} \qquad \textbf{(8–10a)}$$

n,

$$E_2 = E_1 = \text{constante.} \qquad \text{[sólo fuerzas conservativas]} \qquad \textbf{(8–10b)}$$

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

ecuaciones 8–10 expresan un útil y profundo principio respecto a la energía ınica total, esto es, que se trata de una **cantidad que se conserva**. La energía me- a total E permanece constante en tanto que ninguna fuerza no conservativa efectúe ıjo: $(K + U)$ en algún punto inicial 1 es igual a $(K + U)$ en cualquier punto 2 ıés. Dicho de otra manera, considere la ecuación 8–9 que nos dice $\Delta U = -\Delta K$; ɛcir, que si aumenta la energía cinética K, entonces la energía potencial U debe ɛcer una cantidad equivalente como compensación. Así entonces, el total $K + U$ ıanece constante. Esto se llama el **principio de conservación de la energía mecánica** fuerzas conservativas:

Si sólo fuerzas conservativas están efectuando trabajo, la energía mecánica total de un sistema ni crece ni decrece en cualquier proceso, permanece constante, es decir, se conserva.

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

ra vemos la razón para el término "fuerza conservativa", ya que para tales fuerzas ınserva la energía mecánica.

Si sólo un objeto de un sistema† tiene energía cinética significativa, entonces las ciones 8–10 toman la forma

$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 + U = \text{constante.} \qquad \text{[sólo fuerzas conservativas]} \qquad \textbf{(8–11a)}$$

y U_1 representan la velocidad y la energía potencial en un instante, y v_2 y U_2 las ɛsentan en un segundo instante, entonces podemos reescribir esto como

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + U_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + U_2. \qquad \text{[sistema conservativo]} \qquad \textbf{(8–11b)}$$

ɛsta ecuación podemos ver de nuevo que no importa dónde se escoja el cero para ıergía potencial: sumar una constante a U (como se vio en la sección 8–2) mera- te agrega una constante a ambos lados de la ecuación anterior, y ellas se cancelan. constante no afecta la fuerza obtenida con la ecuación 8–7, $F = -dU/dx$, ya que ɛrivada de una constante es cero. Como tratamos sólo con cambios en la energía ncial, no es importante el valor absoluto de U.

un objeto que se mueve bajo la influencia de la gravedad de la Tierra, la energía cinética de la Tierra ɛ usualmente ser despreciada, siempre que la masa del objeto sea pequeña en comparación con la masa de rra. Por ejemplo, para una masa oscilando en el extremo de un resorte, la masa de éste y por consiguiente ɛrgía cinética pueden a menudo ser despreciadas.

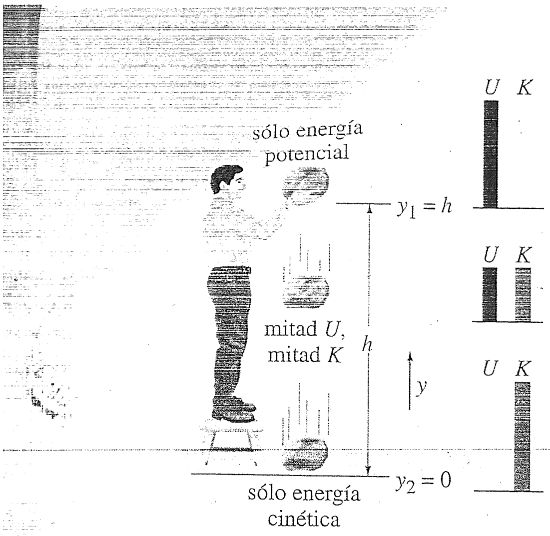


FIGURA 8–7 La energía potencial de la piedra cambia a energía cinética al caer. Nótense las gráficas de barras que representan energía cinética K y energía potencial U para las tres posiciones diferentes.

8–4 Resolución de problemas usando la conservación de la energía mecánica

Un ejemplo simple de la conservación de la energía mecánica es una piedra que se deja caer desde una altura h bajo la acción de la gravedad (despreciando la resistencia del aire), como se muestra en la figura 8–7. En el instante en que se deja caer, la piedra, partiendo del reposo, tiene inicialmente sólo energía potencial. Al caer, su energía potencial disminuye (porque y decrece), pero su energía cinética aumenta, de manera que la suma de las dos energías permanece constante. En cualquier punto a lo largo de su trayectoria, la energía mecánica total está dada por

$$E = K + U = \tfrac{1}{2}mv^2 + mgy$$

donde y es la altura de la piedra por arriba del suelo en un instante dado y v es su rapidez en ese punto. Si el subíndice 1 representa la piedra en un punto a lo largo de su trayectoria (por ejemplo, el punto inicial), y el 2 la representa en algún otro punto, podemos entonces escribir

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2. \qquad \text{[sólo gravedad]} \qquad (8\text{–}12)$$

Justo antes de que la piedra toque el suelo ($y_2 = 0$), la energía potencial será cero: toda la energía potencial inicial se habrá transformado en energía cinética.

EJEMPLO 8–3 **Caída de una piedra.** Si la altura original de la piedra en la figura 8–7 es $y_1 = h = 3.0$ m, calcule la rapidez de la piedra cuando ha caído hasta 1.0 m por arriba del suelo.

SOLUCIÓN Como $v_1 = 0$ (el momento en que es soltada), $y_1 = 3.0$ m, $y_2 = 1.0$ m, y $g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$, la ecuación 8–12 da

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2$$
$$0 + (m)(9.8\ \mathrm{m/s^2})(3.0\ \mathrm{m}) = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + (m)(9.8\ \mathrm{m/s^2})(1.0\ \mathrm{m}).$$

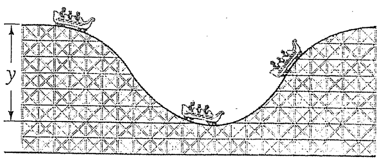
Las m se cancelan y despejando v_2^2 (que no depende de m), encontramos

$$v_2^2 = 2\big[(9.8\ \mathrm{m/s^2})(3.0\ \mathrm{m}) - (9.8\ \mathrm{m/s^2})(1.0\ \mathrm{m})\big] = 39.2\ \mathrm{m^2/s^2},$$

y

$$v_2 = \sqrt{39.2}\ \mathrm{m/s} = 6.3\ \mathrm{m/s}.$$

FIGURA 8–8 Un carro de montaña rusa que se mueve sin fricción ilustra la conservación de la energía mecánica.



La ecuación 8–12 puede aplicarse a cualquier objeto en movimiento sin fricción bajo la acción de la gravedad. Por ejemplo, la figura 8–8 muestra un carro de una montaña rusa que parte del reposo en la cima de una colina y se desplaza libremente sin fricción hasta el fondo y luego hacia arriba de la colina al otro lado. Ciertamente hay otra fuerza además de la gravedad actuando sobre el carro, la fuerza normal ejercida por la vía. Pero esta fuerza "restrictiva" actúa perpendicularmente a la dirección del movimiento en cada punto por lo que no efectúa ningún trabajo. Ignoramos el movimiento rotacional de las ruedas del carro y tratamos a éste como una partícula sometida a traslación simple. Inicialmente, el carro tiene sólo energía potencial. Al moverse libremente hacia abajo por la colina, pierde energía potencial y gana energía cinética, pero la suma de las dos permanece constante. En el fondo de la colina, adquiere su energía cinética máxima y al subir por el otro lado la energía cinética cambia de nuevo a energía potencial. Cuando el carro alcanza el reposo de nuevo, toda su energía será potencial. Dado que la energía potencial es proporcional a la altura vertical, la conservación de la energía nos dice que (en ausencia de fricción) el carro alcanza el reposo a una altura igual a su altura original. Si las dos colinas tienen la misma altura, el carro alcanzará justamente la cima de la segunda colina al detenerse. Si la segunda colina es más baja que la primera, no toda la energía cinética del carro se transformará en energía potencial y el carro puede continuar sobre la cima y hacia abajo por el otro lado. Si la segunda colina es más alta, el carro sólo alcanzará una altura sobre ella igual a su altura original sobre la primera colina. Esto es cierto (en ausencia de fricción) sin importar que tan empinada sea la colina, ya que la energía potencial depende sólo de la altura vertical.

EMPLO 8-4 Rapidez en la montaña rusa usando la conservación de la ıergía. Suponiendo que la altura de la colina en la figura 8–8 es de 40 m y que s carros parten del reposo en la cima, calcule (*a*) la rapidez de un carro en el ndo de la colina, y (*b*) a qué altura tendrá el carro la mitad de esta rapidez. Haga = 0 (y $U = 0$) en el fondo de la colina.

OLUCIÓN (*a*) Usamos la ecuación 8–12 con $v_1 = 0, y_1 = 40$ m, y $y_2 = 0$. Entonces

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2$$
$$0 + (m)(9.8\,\mathrm{m/s^2})(40\,\mathrm{m}) = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + 0.$$

ıs m se cancelan y encontramos $v_2 = \sqrt{2(9.8\,\mathrm{m/s^2})(40\,\mathrm{m})} = 28\,\mathrm{m/s}$.
) Usamos la misma ecuación, pero ahora $v_2 = 14$ m/s (mitad de 28 m/s) y y_2 es la cógnita:

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2$$
$$0 + (m)(9.8\,\mathrm{m/s^2})(40\,\mathrm{m}) = \tfrac{1}{2}(m)(14\,\mathrm{m/s})^2 + (m)(9.8\,\mathrm{m/s^2})(y_2).$$

ıncelamos las m, resolvemos la ecuación y encontramos $y_2 = 30$ m. Es decir, el ırro tiene una rapidez de 14 m/s cuando está en vertical a 30 m por arriba del punto ás bajo, tanto cuando desciende la colina izquierda como cuando asciende la coıa derecha en el ejemplo 8–8.

La matemática de este ejemplo es casi la misma que la del ejemplo 8–3. Pero ıy una diferencia importante entre ellos. El ejemplo 8–3 podría haberse resuelto ando fuerza y aceleración. Pero aquí, donde el movimiento no es vertical, usar $F = ma$ ıbría sido muy difícil, mientras que la conservación de la energía nos dio rápidaente la respuesta.

JEMPLO CONCEPTUAL 8–5 Velocidades sobre dos resbaladillas de agua. os resbaladillas de agua en una alberca tienen perfiles diferentes pero ambas comienn a la misma altura h (figura 8–9). Dos personas, Pablo y Catalina, parten del reposo mismo tiempo en diferentes resbaladillas. (*a*) ¿Quién, Pablo o Catalina, llegará con ayor velocidad al fondo? (*b*) ¿Quién llegará primero al fondo? Desprecie la fricción.

ESPUESTA (*a*) La energía potencial inicial mgh de cada persona se transforma en ıergía cinética, por lo que la velocidad v en el fondo se obtiene de $\tfrac{1}{2}mv^2 = mgh$. La asa se cancela en esta ecuación por lo que la rapidez será la misma, independienteente de la masa de la persona. Como ambos descienden desde la misma altura vertil, llegarán al fondo con la misma rapidez.
) Nótese que Catalina está siempre consistentemente a una menor elevación que ıblo durante todo el trayecto. Esto significa que ella ha convertido antes que él su enera potencial en energía cinética. En consecuencia, ella viaja más rápido que Pablo ırante todo el trayecto, excepto hacia el final donde Pablo finalmente alcanza la isma rapidez. Como ella viajó más rápido en casi todo el trayecto, y la distancia es ›roximadamente la misma, Catalina llega primero al fondo.

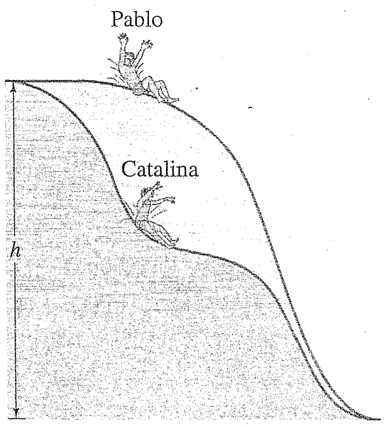


FIGURA 8–9 Ejemplo 8–5.

FIGURA 8–10 Transformación de energía durante un salto con garrocha.

Hay muchos ejemplos interesantes de conservación de la energía en los deportes, › de los cuales es el salto de garrocha ilustrado en la figura 8–10. A menudo tenes que hacer aproximaciones, pero la secuencia de los eventos a grandes rasgos para caso es como sigue. La energía cinética del atleta corriendo se transforma en energía encial elástica de la garrocha y, cuando el atleta deja el piso, se transforma en ergía potencial grayitacional. Cuando el atleta llega a la parte superior y la garrocha ha enderezado, toda la energía se ha transformado en energía potencial gravitacional. ignoramos la pequeña rapidez horizontal del atleta sobre la barra). La garrocha no porciona ninguna energía, pero actúa como un dispositivo para *almacenarla* y ayuda en la transformación de la energía cinética en energía potencial gravitacional, que el resultado neto. La energía requerida para pasar sobre la barra depende de qué tan › debe ser elevado el centro de masa† (CM) del atleta. Flexionando el cuerpo, los

centro de masa (CM) de un cuerpo es aquel punto en que toda la masa del cuerpo se puede considerar centrada, para fines de describir su movimiento traslacional. (Esto se verá en el capítulo 9.) En la ecuación 12, y es la posición del CM.

saltadores de garrocha mantienen su CM tan bajo que pueden pasar en realidad ligeramente por debajo de la barra (figura 8–11), permitiéndoles cruzar sobre una barra más alta que lo que de otra manera sería posible.

FÍSICA APLICADA

Deportes

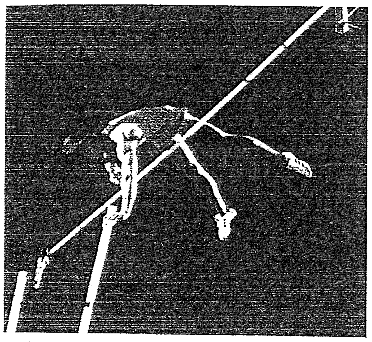


FIGURA 8–11 Flexionando el cuerpo, un saltador de garrocha puede mantener su centro de masa tan bajo que puede pasar aun por debajo de la barra. Cambiando su energía cinética (de correr) en energía potencial gravitacional ($= mgy$), los saltadores de garrocha podrían librar una barra más alta que si el cambio en energía potencial ocurriese sin tener que flexionar cuidadosamente el cuerpo.

EJEMPLO 8–6 ESTIMACIÓN Salto con garrocha. Estime la energía cinética y la rapidez requeridas para que un saltador de garrocha de 70 kg libre justamente la barra horizontal colocada a 5.0 m de altura. Suponga que el centro de masa del atleta está inicialmente a 0.90 m desde el suelo y que alcanza su altura máxima al nivel de la barra misma.

SOLUCIÓN Igualamos la energía total justo antes de que el atleta coloque el extremo de la garrocha sobre el suelo (y la garrocha empiece a flexionarse y a almacenar energía potencial), con la energía total del atleta al pasar sobre la barra (despreciamos la pequeña cantidad de energía cinética en este punto). Escogemos la posición inicial del centro de masa del atleta como $y_1 = 0$; su cuerpo debe entonces elevarse a una altura $y_2 = 5.0\text{ m} - 0.9\text{ m} = 4.1\text{ m}$. Entonces, con la ecuación 8–12,

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + 0 = 0 + mgy_2$$

y

$$K_1 = \tfrac{1}{2}mv_1^2 = mgy_2 = (70\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(4.1\text{ m}) = 2.8 \times 10^3\text{ J}.$$

La rapidez es

$$v_1 = \sqrt{\frac{2K_1}{m}} = \sqrt{\frac{2(2800\text{ J})}{70\text{ kg}}} = 8.9\text{ m/s}.$$

Ésta es una aproximación porque hemos ignorado la rapidez del saltador al cruzar sobre la barra, la energía mecánica transformada cuando la garrocha es apoyada sobre el suelo, y el trabajo hecho por el atleta sobre la garrocha.

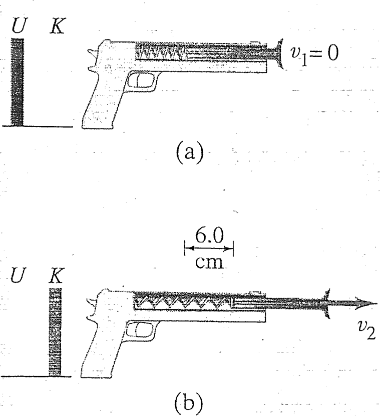
Como otro ejemplo de la conservación de la energía mecánica, consideremos una masa m conectada a un resorte horizontal cuya masa propia puede despreciarse y cuya constante de rigidez es k. La masa m tiene rapidez v en cualquier momento y la energía potencial del sistema es $\frac{1}{2}kx^2$, donde x es el desplazamiento del resorte medido desde su longitud no estirada. Si no se considera la fricción ni ninguna otra fuerza, el principio de la conservación de la energía nos dice que

Conservación de la energía mecánica (sólo fuerza elástica)

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + \tfrac{1}{2}kx_1^2 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + \tfrac{1}{2}kx_2^2 \qquad \text{[sólo energía potencial elástica]} \qquad \textbf{(8–13)}$$

donde los subíndices 1 y 2 se refieren a la velocidad y al desplazamiento en dos puntos diferentes.

FIGURA 8–12 Ejemplo 8–7. (*a*) Un dardo es oprimido contra un resorte, comprimiendo a éste 6.0 cm. El dardo se libera y en (b) se separa del resorte a muy alta velocidad (v_2).



EJEMPLO 8–7 Pistola de dardos. Un dardo de 0.100 kg de masa es oprimido contra el resorte de una pistola de juguete, como se muestra en la figura 8–12. El resorte ($k = 250$ N/m) es comprimido 6.0 cm y luego liberado. Si el dardo se separa del resorte cuando éste alcanza su longitud normal ($x = 0$), ¿qué velocidad adquiere el dardo?

SOLUCIÓN En la dirección horizontal, la única fuerza sobre el dardo (despreciando la fricción) es la fuerza ejercida por el resorte. Verticalmente, la gravedad es balanceada por la fuerza normal ejercida sobe el dardo por el barril de la pistola. (Después de que el dardo deja el barril, seguirá la trayectoria de un proyectil sometido a la gravedad.) Usamos la ecuación 8–13 en la que el punto 1 corresponde a la compresión máxima del resorte, por lo que $v_1 = 0$ (el dardo no ha sido aún liberado) y $x_1 = -0.060$ m. El punto 2 lo asociamos al instante en que el dardo sale volando en el extremo del resorte (figura 8–12b), por lo que $x_2 = 0$ y queremos encontrar v_2. La ecuación 8–13 puede escribirse como:

$$0 + \tfrac{1}{2}kx_1^2 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + 0,$$

y entonces

$$v_2 = \sqrt{\frac{kx_1^2}{m}} = \sqrt{\frac{(250\text{ N/m})(0.060\text{ m})^2}{(0.100\text{ kg})}} = 3.0\text{ m/s}.$$

MPLO 8-8 **Dos tipos de energía potencial.** Una bola de masa $m = 2.60$ kg, parte del reposo, cae una distancia vertical $h = 55.0$ cm antes de golpear un resorte ical al que comprime (véase la figura 8–13) una cantidad $Y = 15.0$ cm. Determine onstante del resorte. Suponga que éste tiene una masa despreciable. Mida todas las ancias desde el punto en que la bola toca por primera vez al resorte no comprimido = 0 en este punto).

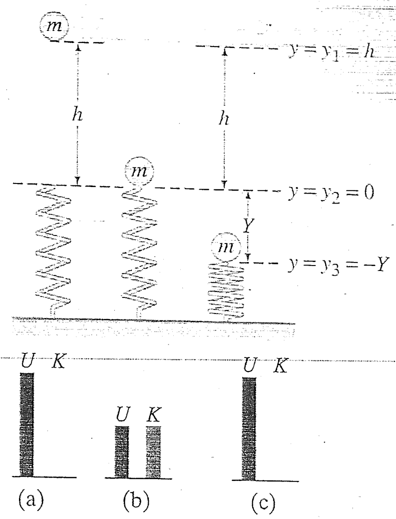


FIGURA 8–13 Ejemplo 8–8 (sin escala).

Conservación de la energía: gravedad y energía potencial elástica

UCIÓN Como el movimiento es vertical, usamos y en vez de x (y positiva hacia ba). Dividimos esta solución en dos partes. (Véase también la solución alternativa entado abajo.)

e 1: Consideremos primero los cambios de energía de la bola cuando cae desde altura $y_1 = h = 0.55$ m, figura 8–13a, a $y_2 = 0$, que es cuando toca al resorte, fi 8–13b. Nuestro sistema es la bola, actuado sobre ella la gravedad (en tanto que sorte no reacciona), por lo que

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2$$
$$0 + mgh = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + 0$$
$$v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.80\,\mathrm{m/s^2})(0.550\,\mathrm{m})} = 3.28\,\mathrm{m/s}.$$

e 2: Cuando la bola comprime al resorte, figura 8–13b a c, hay dos fuerzas conativas sobre la bola, la gravedad y la fuerza sobre el resorte. La ecuación de la gía es entonces

$$E \text{ (la bola toca al resorte)} = E \text{ (resorte comprimido)}$$
$$\tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2 + \tfrac{1}{2}ky_2^2 = \tfrac{1}{2}mv_3^2 + mgy_3 + \tfrac{1}{2}ky_3^2.$$

amos el punto 2 como el instante en que la bola justamente toca al resorte, $y_2 = 0$ = 3.28 m/s. El punto 3 lo tomamos en el momento en que la bola llega al reposo y sorte está totalmente comprimido, por lo que $v_3 = 0$ y $y_3 = -Y = -0.150$ m (valor). Sustituyendo estos valores en la ecuación anterior de la energía, obtenemos

$$\tfrac{1}{2}mv_2^2 + 0 + 0 = 0 - mgY + \tfrac{1}{2}kY^2.$$

ocemos m, v_2, y Y; podemos entonces despejar k:

$$k = \frac{2}{Y^2}\left[\tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgY\right]$$
$$= \frac{m}{Y^2}\left[v_2^2 + 2gY\right]$$
$$= \frac{2.60\,\mathrm{kg}}{(0.150\,\mathrm{m})^2}\left[(3.28\,\mathrm{m/s})^2 + 2(9.80\,\mathrm{m/s^2})(0.150\,\mathrm{m})\right] = 1580\,\mathrm{N/m}.$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Solución alternativa

ción alternativa: En vez de dividir la solución en dos partes, podemos obla en un solo paso. Después de todo, tenemos que escoger qué dos puntos usar a quierda y a la derecha de la ecuación de la energía. Escribamos la ecuación de la gía para los puntos 1 y 3 (figura 8–13). El punto 1 es el punto inicial justo antes le la bola empiece a caer (figura 8–13a), por lo que $v_1 = 0$, $y_1 = h = 0.550$ m; y el o 3 corresponde a la posición en que el resorte está totalmente comprimido ra 8–13c), por lo que $v_3 = 0$, $y_3 = -Y = -0.150$ m. Las fuerzas sobre la bola en proceso son la gravedad y (por lo menos parte del tiempo) la del resorte. La concición de la energía nos dice que

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 + \tfrac{1}{2}k(0)^2 = \tfrac{1}{2}mv_3^2 + mgy_3 + \tfrac{1}{2}ky_3^2$$
$$0 + mgh + 0 = 0 - mgY + \tfrac{1}{2}kY^2$$

e hemos hecho $y = 0$ para el resorte en el punto 1 porque no está actuando y no comprimido o estirado en este punto. Despejamos k:

$$k = \frac{2mg(h + Y)}{Y^2} = \frac{2(2.60\,\mathrm{kg})(9.80\,\mathrm{m/s^2})(0.550\,\mathrm{m} + 0.150\,\mathrm{m})}{(0.150\,\mathrm{m})^2} = 1580\,\mathrm{N/m}$$

igual al encontrado con el primer método de solución.

FÍSICA APLICADA

Salto bungee

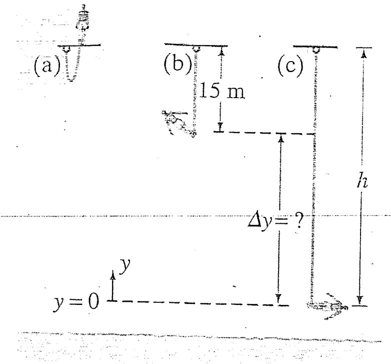
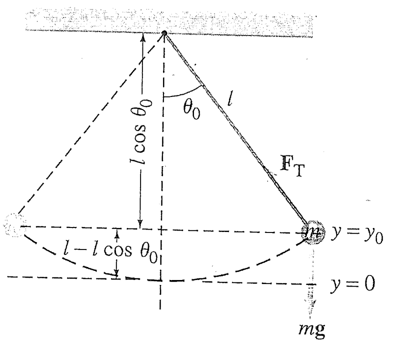


FIGURA 8–14 Ejemplo 8–9. (a) Saltador *bungee* a punto de lanzarse. (b) Cuerda *bungee* en su longitud no estirada. (c) Alargamiento

FIGURA 8–15 Ejemplo 8–10: un péndulo simple; *y* se mide positiva hacia arriba.



EJEMPLO 8–9 **Salto *bungee*.** David salta de un puente con una cuerda *bungee* (una cuerda sumamente estirable) atada alrededor del tobillo, figura 8–14. Él cae 15 metros antes de que la cuerda empiece a estirarse. La masa de David es de 75 kg y suponemos que la cuerda obedece la ley de Hooke, $F = -kx$, con $k = 50$ N/m. Si se desprecia la resistencia del aire, estime cuántos metros abajo del puente caerá David antes de llegar al reposo. Ignore la masa de la cuerda (sin embargo, esto no es realista).

SOLUCIÓN David comienza con energía potencial gravitacional, que durante su caída es transformada en energía cinética y en energía potencial elástica. Suponiendo que no actúan fuerzas de fricción en nuestro sistema, la energía total al inicio debe ser la misma que la energía total al final. Si definimos nuestro sistema coordenado de manera que $y = 0$ en el punto más bajo del salto de David, y si hacemos que el alargamiento de la cuerda en este punto quede representado por Δy, entonces la caída total es (véase la figura 8–14)

$$h = 15\text{ m} + \Delta y$$

La conservación de la energía da entonces:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$0 + mg(15\text{ m} + \Delta y) = 0 + \tfrac{1}{2}k(\Delta y)^2.$$

Para despejar Δy, usamos la fórmula cuadrática y obtenemos dos soluciones:

$$\Delta y = 40\text{ m y } \Delta y = -11\text{ m}.$$

La solución negativa no tiene sentido físico, por lo que la distancia que cae David es:

$$h = 15\text{ m} + 40\text{ m} = 55\text{ m}.$$

EJEMPLO 8–10 **Péndulo oscilatorio.** El péndulo simple mostrado en la figura 8–15 consiste en una pequeña lenteja de masa m suspendida de una cuerda sin masa de longitud l. La lenteja es liberada (sin empujarla) en $t = 0$, donde la cuerda forma un ángulo $\theta = \theta_0$ con la vertical. (*a*) Describa el movimiento de la lenteja en términos de la energía cinética y la energía potencial. Luego determine la rapidez de la lenteja: (*b*) como función de la posición θ al oscilar, y (*c*) en el punto más bajo de la oscilación. (*d*) Encuentre la tensión en la cuerda $\mathbf{F}_T$. Desprecie la fricción y la resistencia del aire.

SOLUCIÓN (*a*) En el momento en que es liberada, la lenteja está en reposo, por lo que $K = 0$. Al caer ésta, pierde energía potencial y gana energía cinética. En su punto más bajo su energía cinética es un máximo y la energía potencial es un mínimo. La lenteja continúa su oscilación hasta que alcanza una altura y ángulo (θ_0) iguales en el lado opuesto, en donde la energía potencial es un máximo y $K = 0$. Continúa el movimiento oscilatorio según $U \to K \to U$, etc., pero nunca puede subir más alto que $\theta = \pm\,\theta_0$ (conservación de la energía mecánica).
(*b*) La cuerda se supone sin masa, por lo que no tenemos que preocuparnos de la energía de la cuerda, sino sólo de la energía cinética de la lenteja y de la energía potencial de ésta. La lenteja tiene actuando sobre ella dos fuerzas en cualquier momento: la gravedad $m\mathbf{g}$ y la fuerza que la cuerda ejerce sobre ella $\mathbf{F}_T$. Ésta última (una fuerza restrictiva) siempre actúa perpendicularmente al movimiento, por lo que no efectúa trabajo. Tenemos que escribir la energía potencial sólo en términos de la gravedad. La energía mecánica del sistema es

$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 + mgy,$$

donde y es la altura vertical de la lenteja en cualquier momento. Hacemos $y = 0$ en el punto más bajo de la oscilación de la lenteja. Por consiguiente, en $t = 0$,

$$y = y_0 = l = l\cos\theta_0 = l(1 - \cos\theta_0)$$

como puede ser visto en el diagrama. En el momento de la liberación

$$E = mgy_0,$$

puesto que $v = v_0 = 0$. En cualquier otro punto a lo largo de la oscilación

$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 + mgy = mgy_0.$$

spejamos a v:

$$v = \sqrt{2g(y_0 - y)}.$$

términos del ángulo θ de la cuerda, podemos escribir

$$v = \sqrt{2gl(\cos\theta - \cos\theta_0)},$$

que $y = l - l\cos\theta$ y $y_0 = l - l\cos\theta_0$.

En el punto más bajo, $y = 0$ por lo que

$$v = \sqrt{2gy_0} \qquad \text{o} \qquad v = \sqrt{2gl(1 - \cos\theta_0)}.$$

La tensión en la cuerda es la fuerza $\mathbf{F}_T$ que la cuerda ejerce sobre la lenteja. Como ios visto, esta fuerza no efectúa trabajo, pero podemos calcular la fuerza simple- ıte usando la segunda ley de Newton $\Sigma\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ y notando que en cualquier punto celeración de la lenteja en la dirección radial hacia el interior es v^2/l, ya que la len- está restringida a moverse en el arco de un círculo. En la dirección radial, $\mathbf{F}_T$ actúa ia adentro, y una componente de la gravedad igual a $mg\cos\theta$ actúa hacia afuera. consiguiente,

$$m\frac{v^2}{l} = F_T - mg\cos\theta.$$

pejamos F_T y usamos el resultado de la parte (b) para v^2:

$$F_T = m\left(\frac{v^2}{l} + g\cos\theta\right) = 2mg(\cos\theta - \cos\theta_0) + mg\cos\theta$$
$$= (3\cos\theta - 2\cos\theta_0)mg.$$

5 La ley de la conservación de la energía

remos ahora en cuenta las fuerzas no conservativas como la fricción, ya que nportantes en situaciones reales. Por ejemplo, consideremos el carro de la ıña rusa de la figura 8–8, pero esta vez incluiremos la fricción. El carro no al- rá en este caso la misma altura en la segunda colina que en la primera debido icción.

En éste y en otros procesos naturales, la energía mecánica (suma de las energías :a y potencial) no permanece constante sino que decrece. Como las fuerzas de n reducen la energía mecánica total, se llaman **fuerzas disipativas**. Histórica- , la presencia de las fuerzas disipativas impidió la formulación de una ley de la vación de la energía hasta bien entrado el siglo XIX. No fue sino hasta entonces calor, que es siempre producido en presencia de la fricción (frote las manos sí), fue interpretado como una forma de energía. Los estudios cuantitativos :dos por científicos del siglo XIX (capítulo 19) demostraron que si el calor es con- lo como energía, llamada ahora **energía térmica**, entonces la energía total es vada en cualquier proceso. Por ejemplo, si el carro de la montaña rusa en la 8–8 está sometido a fuerzas de fricción, entonces la energía inicial total del será igual a la energía cinética del carro más la energía potencial en cualquier subsecuente a lo largo de su trayectoria, más la cantidad de energía térmica pro- en el proceso. La energía térmica producida por una fuerza de fricción cons- F_{fr} es igual al trabajo hecho por esta fuerza. Por ejemplo, un bloque que se desliza ente sobre una mesa, llega al reposo debido a la fricción. Toda su energía cinética es transformada en energía térmica. El bloque y la mesa se calientan un poco esultado de este proceso. Un ejemplo más obvio de la transformación de la ener- ética en energía térmica puede observarse al golpear vigorosamente un clavo veces con un martillo y luego tocar el clavo con un dedo.

Fuerzas disipativas

De acuerdo con la teoría atómica, la energía térmica representa energía cinética éculas moviéndose rápidamente. Veremos en el capítulo 18 que una elevación

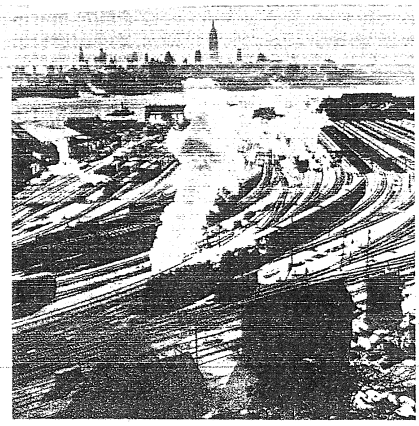


FIGURA 8–16 Al quemarse el combustible (reacción química) libera energía para hervir agua en esta locomotora. El vapor producido se expande contra un pistón que efectúa trabajo al mover las ruedas.

de temperatura corresponde a un incremento en la energía cinética promedio de las moléculas. Como la energía térmica representa la energía de átomos y moléculas que constituyen un cuerpo, a menudo se le llama *energía interna*. La energía interna,† desde el punto de vista atómico, puede incluir no sólo la energía cinética de las moléculas, sino también la energía potencial (de naturaleza eléctrica) debido a las posiciones relativas de los átomos dentro de las moléculas. A un nivel macroscópico, la energía interna corresponde a fuerzas no conservativas como la fricción. Pero al nivel atómico, la energía es cinética y potencial y las fuerzas correspondientes son principalmente conservativas. Por ejemplo, la energía almacenada en los alimentos, o en un combustible como la gasolina, puede ser considerada como energía potencial almacenada en virtud de las posiciones relativas de los átomos dentro de una molécula. Para que esta energía efectúe trabajo, debe ser liberada, usualmente por medio de una reacción química (figura 8–16). Esto es como el caso de un resorte comprimido que al ser liberado puede efectuar trabajo.

Para establecer la ley más general de la conservación de la energía, fue necesario que los físicos del siglo XIX reconocieran las energías eléctrica, química y otras formas en adición al calor y explorasen si éstas podían caber en una ley de conservación. Para cada tipo de fuerza, conservativa o no conservativa, ha sido siempre posible definir un tipo de energía que corresponda al trabajo hecho por esa fuerza. Se ha encontrado experimentalmente que la energía total E siempre permanece constante. Es decir, el cambio en la energía total, cinética más potencial más todas las otras formas de energía, es igual a cero:

$$\Delta K + \Delta U + [\text{cambio en todas las otras formas de energía}] = 0. \qquad (8\text{–}14)$$

Este es uno de los principios más importantes de la física. Se llama **ley de la conservación de la energía** y puede enunciarse como sigue:

LEY DE LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

> **La energía total no crece ni decrece en ningún proceso. La energía puede ser transformada de una forma a otra y ser transferida de un cuerpo a otro, pero la cantidad total permanece constante.**

Para sistemas mecánicos conservativos, esta ley se puede derivar de las leyes de Newton (sección 8–3) y es entonces equivalente a ellas. Pero en su generalidad plena, la validez de la ley de la conservación de la energía reside en la observación experimental. Y aun cuando se ha encontrado que las leyes de Newton fallan en el mundo submicroscópico del átomo, se ha encontrado que la ley de la conservación de la energía es válida ahí y en cualquier situación experimental probada hasta ahora.

8–6 Conservación de la energía con fuerzas disipativas: Resolución de problemas

En la sección 8–4 vimos varios ejemplos de la ley de la conservación de la energía para sistemas conservativos. Consideraremos ahora en detalle algunos ejemplos que contienen fuerzas no conservativas.

Por ejemplo, supongamos que el carro de la montaña rusa que rueda sobre las colinas de la figura 8–8 está sometido a fuerzas de fricción. Al pasar de un punto 1 a otro punto 2, el trabajo hecho por la fuerza de fricción $\mathbf{F}_{fr}$ sobre el carro es $W_{fr} = \int_1^2 \mathbf{F}_{fr} \cdot d\mathbf{l}$. Si $\mathbf{F}_{fr}$ es constante en magnitud, $W_{fr} = -F_{fr}l$, donde l es la distancia real a lo largo de la trayectoria recorrida por el objeto del punto 1 al punto 2. (El signo menos aparece porque $\mathbf{F}_{fr}$ se opone al movimiento y tiene entonces sentido opuesto a $d\mathbf{l}$.) Del principio del trabajo y la energía (ecuación 7–11), el trabajo neto W_{neto} hecho sobre un cuerpo es igual al cambio en su energía cinética:

$$\Delta K = W_{neto}.$$

Las fuerzas que efectúan trabajo sobre el carro en el presente caso son la gravedad y la fricción (la fuerza normal ejercida por la vía sobre el carro no efectúa

† Podemos usar también el término *energía interna* para referirnos a las energías cinética y potencial de las partes internas de un cuerpo, como la debida a vibraciones, cuando estamos principalmente interesados en el movimiento del cuerpo en su conjunto.

ɔajo porque actúa perpendicularmente al movimiento). Por tanto, podemos es-
ɔir

$$W_{neto} = W_C + W_{NC}$$

ıde en general W_C representa el trabajo hecho por las fuerzas conservativas (gravedad este caso) y W_{NC} es el trabajo hecho por las fuerzas no conservativas (fricción). ıos en la sección 8–2 (ecuación 8–4) que el trabajo hecho por una fuerza conserva- como la gravedad, puede escribirse en términos de la energía potencial:

$$W_C = \int_1^2 \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = -\Delta U.$$

tanto, podemos ahora escribir

$$\Delta K = -\Delta U + W_{NC}$$

ien,

$$\Delta K + \Delta U = W_{NC}. \qquad \textbf{(8–15)}$$

Conservación de la energía (forma general del principio del trabajo y la energía)

a ecuación representa la forma general del principio del trabajo y la energía. ıbién representa la conservación de la energía. Para nuestro carro, W_{NC} es el tra- ɔ hecho por la fuerza de fricción y representa energía térmica. La ecuación 8–15 dice que el cambio en energía mecánica, $\Delta(K + U)$, que es aquí decreciente por ser < 0 ($\mathbf{F}_{fr}$ y $d\mathbf{l}$ tienen sentidos opuestos), se transforma en energía térmica. Pero la ación 8–15 es válida en general. Con base en nuestra derivación del principio del ɔajo y la energía, W_{NC} en el lado derecho de la ecuación 8–15 debe ser el trabajo ıl hecho por todas las fuerzas que no están incluidas en el término de la energía encial, ΔU, en el lado izquierdo.† El término de la energía potencial, U, debe incluir ıs las fuerzas conservativas actuantes.

Reescribamos la ecuación 8–15 para nuestro carro de la montaña rusa de la fi- ı 8–8, mostrado aquí en la figura 8–17, haciendo $W_{NC} = -F_{fr}l$ como vimos arriba:

$$W_{fr} = -F_{fr}\,l = \Delta K + \Delta U = \left(\tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2\right) + \left(mgy_2 - mgy_1\right)$$

en,

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2 + F_{fr}\,d. \qquad \begin{bmatrix}\text{actúan gravedad}\\ \text{y fricción}\end{bmatrix} \qquad \textbf{(8–16)}$$

Conservación de la energía con gravedad y fricción

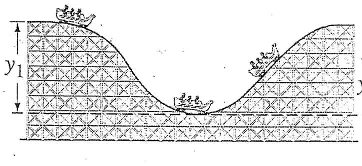
emos escribir esta última ecuación como

energía inicial = energía final (incluida la energía térmica).

ı izquierda tenemos la energía mecánica del sistema inicialmente. La que es igual a nergía mecánica en cualquier punto subsecuente a lo largo de la trayectoria más la idad de energía térmica (o interna) producida en el proceso.

EMPLO 8–11 **Fricción en una montaña rusa.** El carro de montaña rusa en ejemplo 8–4, que parte de una altura $y_1 = 40$ m, alcanza una altura de sólo 25 m la segunda colina antes de detenerse (figura 8–17). Recorrió una distancia total de) m. Estime la fuerza de fricción promedio (supuesta constante) sobre el carro, ya masa es de 1000 kg.

FIGURA 8–17 Carro de la montaña rusa viajando libremente, como en la figura 8–8, pero ahora con fricción. Ejemplo 8–11.



ɩLUCIÓN Usamos la conservación de la energía en la forma de la ecuación 8–16, nando el punto 1 como el instante en que el carro inició su movimiento y el punto omo el instante en que se detiene. Entonces, $v_1 = 0$, $y_1 = 40$ m, $v_2 = 0$, $y_2 = 25$ m, $l = 400$ m. Se tiene entonces,

$$0 + (1000\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(40\,\text{m}) = 0 + (1000\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(25\,\text{m}) + F_{fr}(400\,\text{m}).$$

spejamos F_{fr} y encontramos $F_{fr} = 370$ N.

ı fuerza conservativa, si así se quiere, podría considerarse efectuando trabajo (y por tanto incluirse en W_{NC} o derecho de la ecuación 8–15) en vez de como un cambio en energía potencial, mientras que las fuerzas no rvativas (como la fricción) *deben* incluirse en el término de trabajo, W_{NC}. Debe recalcarse que todas las as que actúan sobre un cuerpo deben incluirse en un término u otro. Pero evite el error de incluir la mis- ıerza dos veces, una vez en el término de energía potencial U y de nuevo en el término de trabajo W.

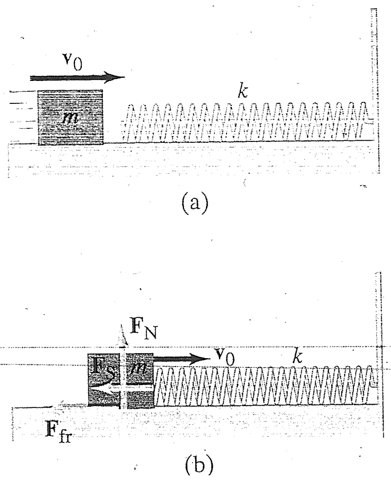


FIGURA 8–18 Ejemplo 8–12.

EJEMPLO 8–12 **Fricción con un resorte.** Un bloque de masa m que se desliz a lo largo de una superficie rugosa horizontal, viaja con una rapidez v_0 cuando golpea d frente a un resorte sin masa (véase la figura 8–18) y comprime el resorte una distan cia máxima X. Si el resorte tiene una constante de rigidez k, determine el coeficient de fricción cinética entre el bloque y la superficie.

SOLUCIÓN En el momento de la colisión, el bloque tiene $K = \frac{1}{2}mv_0^2$ y el resort no está comprimido, por lo que $U = 0$. Inicialmente la energía mecánica del sistem es $\frac{1}{2}mv_0^2$. En el tiempo en que el resorte alcanza su compresión máxima, $K = 0$ $U = \frac{1}{2}kX^2$. Mientras tanto, la fuerza de fricción ($= \mu_k F_N = \mu_k mg$) ha efectuado u trabajo $W = -\mu_k mgX$ que se convierte en energía térmica. De la conservación de la energía podemos escribir

energía (inicial) = energía (final)

$$\tfrac{1}{2}mv_0^2 = \tfrac{1}{2}kX^2 + \mu_k mgX.$$

Despejamos μ_k y encontramos

$$\mu_k = \frac{v_0^2}{2gX} - \frac{kX}{2mg}.$$

La resolución de problemas no es un proceso que pueda hacerse siguiendo sim plemente un conjunto de reglas. El siguiente recuadro de resolución de problemas, a igual que todos los otros, *no* es una prescripción, sino un resumen para ayudarle a ini ciarse en la resolución de problemas relacionados con la energía.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Conservación de la energía

1. Dibuje un croquis.
2. Determine el sistema para el cual se conserva la energía: el objeto u objetos y las fuerzas que actúan. Identifique todas las fuerzas que efectúan trabajo.
3. Pregúntese qué cantidad se busca y decida cuáles son las posiciones inicial (punto 1) y final (punto 2).
4. Si el cuerpo bajo investigación cambia su altura durante el problema, entonces escoja un nivel $y = 0$ para la energía potencial gravitacional. Éste puede ser escogido por conveniencia; el punto más bajo en el problema es a menudo una buena opción.
5. Si están implicados resortes, escoja que la posición del resorte no estirado sea x (o y) $= 0$.
6. Si ninguna fuerza de fricción u otras fuerzas no conservativas actúan, entonces aplique la conservación de la energía mecánica:
$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2.$$
7. Despeje la cantidad desconocida.
8. Si fuerzas de fricción u otras fuerzas no conservativas están presentes, entonces se requerirá un término adicional W_{NC}:
$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 + W_{NC}.$$
Para asegurarse de qué signo usar con W_{NC}, o en qué lado de la ecuación ponerlo, use su intuición: ¿es incrementada o disminuida la energía mecánica total E en el proceso?

8–7 Energía potencial gravitacional y velocidad de escape

Hasta ahora hemos estado tratando en este capítulo con la energía potencial gravi cional suponiendo que la fuerza de gravedad es constante, $\mathbf{F} = m\mathbf{g}$. Esta es una hipóte exacta para objetos ordinarios cerca de la superficie terrestre. Pero para tratar con gravedad más generalmente, para puntos lejos de la superficie de la Tierra, deben considerar que la fuerza gravitacional ejercida por nuestro planeta sobre una partíc ɪasa m decrece inversamente con el cuadrado de la distancia r desde el centro de la rra. La relación precisa es dada por la ley de la gravitación universal de Newton ciones 6–1 y 6–2):

$$\mathbf{F} = -G\frac{mM_E}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad [r > r_E]$$

de M_E es la masa de la Tierra y es un vector unitario (en la posición de m) dirigido ialmente alejándose del centro de la Tierra. El signo menos indica que la fuerza re m está dirigida hacia el centro de la Tierra, en sentido opuesto a $\hat{\mathbf{r}}$. Esta ecuación de también usarse para describir la fuerza de gravitación sobre una masa m en la indad de otros cuerpos celestes, como la Luna, los planetas o el Sol, en cuyo caso debe ser reemplazada por la masa de ese cuerpo.

Suponga que un objeto de masa m se mueve de una posición a otra a lo largo de trayectoria arbitraria (figura 8–19), de manera que su distancia desde el centro la Tierra cambie de r_1 a r_2. El trabajo hecho por la fuerza gravitacional es

$$W = \int_1^2 \mathbf{F}\cdot d\mathbf{l} = -GmM_E\int_1^2 \frac{\hat{\mathbf{r}}\cdot d\mathbf{l}}{r^2},$$

de $d\mathbf{l}$ representa un desplazamiento infinitesimal. Como $\hat{\mathbf{r}}\cdot d\mathbf{l} = dr$ es la compo- te de $d\mathbf{l}$ a lo largo de $\hat{\mathbf{r}}$. (véase la figura 8–19), entonces

$$W = -GmM_E\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = GmM_E\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

ien,

$$W = \frac{GmM_E}{r_2} - \frac{GmM_E}{r_1}.$$

mo el valor de la integral depende sólo de la posición de los puntos extremos (r_1 y r_2) o de la trayectoria tomada, la fuerza gravitacional es una fuerza conservativa. Podemos ello usar el concepto de energía potencial para la fuerza gravitacional. Como el nbio de la energía potencial está siempre definido (sección 8–2) como el negativo trabajo hecho por la fuerza, tenemos

$$\Delta U = U_2 - U_1 = -\frac{GmM_E}{r_2} + \frac{GmM_E}{r_1}. \qquad \textbf{(8–17)}$$

la ecuación 8–17, la energía potencial a cualquier distancia r desde el centro de la rra puede escribirse:

$$U(r) = -\frac{GmM_E}{r} + C,$$

nde C es una constante. Es común escoger $C = 0$, por lo que

$$U(r) = -\frac{GmM_E}{r}. \qquad \begin{bmatrix}\text{gravedad}\\ (r > r_E)\end{bmatrix} \qquad \textbf{(8–18)}$$

Energía potencial gravitacional

n esta selección de C, $U = 0$ en $r = \infty$. Cuando un objeto se acerca a la Tierra, su ergía potencial decrece y es siempre negativa (figura 8–20).

La ecuación 8–17 se reduce a la ecuación 8–2, $\Delta U = mg(y_2 - y_1)$, para objetos rca de la superficie terrestre (véase el problema 40).

La energía total de una partícula de masa m, que siente sólo la fuerza de la avedad de la Tierra, se conserva puesto que la gravedad es una fuerza conservativa. r tanto, podemos escribir

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 - G\frac{mM_E}{r_1} = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - G\frac{mM_E}{r_2} = \text{constante.} \quad [\text{sólo gravedad}] \qquad \textbf{(8–19)}$$

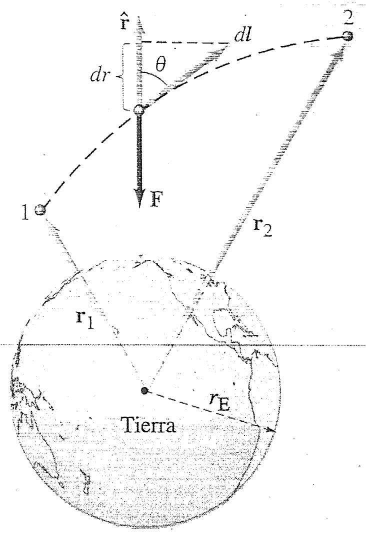
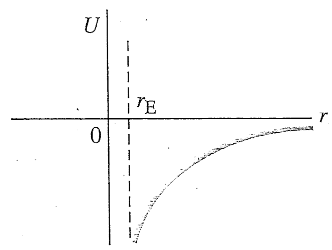


FIGURA 8–19 Trayectoria arbitraria de una partícula de masa m al moverse del punto 1 al punto 2.

Trabajo hecho por la gravedad

FIGURA 8–20 Energía potencial gravitacional en función de r o distancia desde el centro de la Tierra. Válida sólo para puntos $r > r_E$ el radio de la Tierra.



EJEMPLO 8–13 **Paquete dejado caer desde un cohete a alta velocidad.** Un paquete se deja caer desde un cohete que se aleja de la Tierra con una rapidez de 1800 m/s cuando está a 1600 km sobre la superficie terrestre. El paquete llega eventualmente a la Tierra. Estime su rapidez justo antes del impacto. Desprecie la resistencia del aire.

SOLUCIÓN El paquete tiene inicialmente una rapidez relativa a la Tierra igual a la rapidez del cohete del que cae. Usamos la conservación de la energía,

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 - G\frac{mM_E}{r_1} = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - G\frac{mM_E}{r_2}$$

donde $v_1 = 1.80 \times 10^3$ m/s, $r_1 = 1.60 \times 10^6$ m $+ 6.38 \times 10^6$ m $= 7.98 \times 10^6$ m, y $r_2 = 6.38 \times 10^6$ m (el radio de la Tierra). Despejamos v_2:

$$\begin{aligned} v_2 &= \sqrt{v_1^2 - 2GM_E\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \\ &= \sqrt{\begin{aligned}&(1.80 \times 10^3\,\mathrm{m/s})^2 - 2(6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2/kg^2})(5.98 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}) \\ &\qquad \times \left(\frac{1}{7.98 \times 10^6\,\mathrm{m}} - \frac{1}{6.38 \times 10^6\,\mathrm{m}}\right)\end{aligned}} \\ &= 5320\,\mathrm{m/s}. \end{aligned}$$

En realidad, la rapidez será algo menor que este valor debido a la resistencia del aire. Nótese, incidentalmente, que la dirección de la velocidad nunca entró en el problema y esto es una de las ventajas del método de la energía. El cohete podría haber estado alejándose o acercándose a la Tierra, o según otro ángulo, y el resultado habría sido el mismo.

Velocidad de escape

Cuando un cuerpo es lanzado al aire desde la Tierra, regresará a menos que su velocidad sea muy alta. Si la rapidez *es* muy alta, continuará viajando en el espacio para nunca regresar a la Tierra (a menos que estén presentes otras fuerzas o sufra colisiones). La velocidad inicial mínima necesaria para que un objeto regrese a la Tierra se llama **velocidad de escape** desde la Tierra, v_{esc}. Para determinar v_{esc} desde la superficie terrestre (despreciando la resistencia del aire), usamos la ecuación 8–19 con $v_1 = v_{esc}$ y $r_1 = r_E = 6.38 \times 10^6$ m, el radio de la Tierra. Como queremos la velocidad mínima de escape, necesitamos que el objeto alcance $r_2 = \infty$ con rapidez nula, $v_2 = 0$. Aplicando la ecuación 8–19 tenemos

$$\tfrac{1}{2}mv_{esc}^2 - G\frac{mM_E}{r_E} = 0 + 0$$

o bien,

$$v_{esc} = \sqrt{2GM_E/r_E} = 1.12 \times 10^4\,\mathrm{m/s} \qquad \textbf{(8–20)}$$

o 11.2 km/s. Es importante notar que aunque una masa puede escapar de la Tierra (o del sistema solar) para nunca regresar, la fuerza sobre ella debido al campo gravitatorio de la Tierra nunca es en realidad cero para un valor finito de r. Sin embargo, la fuerza se vuelve muy pequeña y usualmente despreciable a grandes distancias.

EJEMPLO 8–14 **Escape de la Tierra o de la Luna.** (*a*) Compare las velocidades de escape de un cohete desde la Tierra y desde la Luna. (*b*) Compare las energías requeridas para lanzar los cohetes. Para la Luna, $M_M = 7.35 \times 10^{22}$ kg y $r_M = 1.74 \times 10^6$ m, y para la Tierra, $M_E = 5.97 \times 10^{24}$ kg y $r_E = 6.38 \times 10^6$ m.

SOLUCIÓN (*a*) Usando la ecuación 8–20, la razón de las velocidades de escape es

$$\frac{v_{esc}\,(\text{Tierra})}{v_{esc}\,(\text{Luna})} = \sqrt{\frac{M_E}{M_M}\frac{r_M}{r_E}} = 4.7.$$

Para escapar de la Tierra se requiere una velocidad 4.7 veces la requerida para escapar de la Luna.

(*b*) El combustible que debe ser quemado proporciona energía proporcional a v^2 ($K = \frac{1}{2}mv^2$) entonces, para lanzar un cohete que escape de la Tierra se requiere $(4.7)^2 = 22$ veces más energía que la necesaria para escapar de la Luna.

8–8 Potencia

potencia se define como la rapidez con que se efectúa un trabajo. La *potencia prome-* $\overline{P}$, cuando se efectúa una cantidad de trabajo W en un tiempo t es

Definición de potencia

$$\overline{P} = \frac{W}{t}. \tag{8–21a}$$

potencia instantánea, P, es

$$P = \frac{dW}{dt}. \tag{8–21b}$$

El trabajo hecho en un proceso es igual a la energía transformada de una forma e un cuerpo a otro. Por ejemplo, cuando la energía potencial almacenada en el resorte a figura 8–6b es transformada a energía cinética de la pelota, el resorte está efec- ndo trabajo sobre ésta. Similarmente, cuando usted lanza una pelota o empuja un rito de supermercado, *siempre que se efectúe trabajo, la energía está siendo transfor- la o transferida de un cuerpo a otro*. Por consiguiente, podemos decir también que la encia es la *razón a la que la energía es transformada*:

La energía es transferida siempre que se efectúa trabajo

$$P = \frac{dE}{dt}. \tag{8–21c}$$

La potencia de un caballo se refiere a cuánto trabajo puede efectuar éste por dad de tiempo. La clasificación por potencia de un motor se refiere a cuánta energía nica o eléctrica puede transformarse en energía mecánica por unidad de tiempo. En dades SI, la potencia se mide en joules por segundo o **watt** (W): 1 W = 1 J/s. El watt usa para medir la razón a la que un foco eléctrico o calentador cambia energía eléctri- en energía luminosa o térmica, pero se usa también para otros tipos de transformación energía. En el sistema británico, la unidad de potencia es el pie-libra por segundo b/s). Para fines prácticos se usa a menudo una unidad mayor, el **caballo de potencia**. caballo de potencia† (hp) se define como 550 ft·lb/s, que es igual a 746 watts.

Unidades: el watt (1 W = 1 J/s)

El caballo de potencia (1 hp = 746 W)

Para entender la distinción entre energía y potencia, consideremos el siguiente mplo. Una persona está limitada en el trabajo que puede efectuar, no sólo por la rgía total requerida, sino también por la razón a la que esta energía se usa; es decir, la potencia. Por ejemplo, una persona puede ser capaz de caminar una distancia ga o subir muchos pisos de escaleras antes de que tenga que detenerse porque ha inver- o en ello mucha energía. Por otra parte, una persona que corre muy rápido por las aleras puede sentirse exhausta después de sólo un piso o dos. Ella está limitada en este o por la potencia, es decir, la razón a la que su cuerpo puede transformar energía mica en energía mecánica.

Distinción entre energía y potencia

Potencia para subir una escalera. Un atleta de 70 kg corre cia arriba por una escalera en 4.0 s. La altura vertical de la escalera es de 4.5 m.) Estime la potencia desarrollada por el atleta en watts y en caballos de potencia.) ¿Cuánta energía requirió esto?

OLUCIÓN (*a*) El trabajo hecho es contra la gravedad y es igual a $W = mgy$. ntonces la potencia promedio de salida fue

$$\overline{P} = \frac{W}{t} = \frac{mgy}{t} = \frac{(70\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(4.5\,\text{m})}{4.0\,\text{s}} = 770\,\text{W}.$$

omo hay 746 W en 1 hp, el atleta está efectuando trabajo a razón de un poco más de hp. Vale la pena hacer notar que un ser humano no puede efectuar trabajo a esta zón durante mucho tiempo.

) La energía requerida es $E = \overline{P}t =$ (770 J/s)(4.0 s) = 3100 J. [Nótese que la persona vo que transformar más energía que esto. La energía total transformada por una per- na o una máquina incluye siempre alguna energía térmica (recuerde cómo aumenta temperatura al subir corriendo una escalera).]

† unidad fue escogida primero por James Watt (1736–1819), quien necesitaba una manera de especificar la encia de sus nuevas máquinas de vapor. Él encontró que un buen caballo puede trabajar todo el día a una n promedio de aproximadamente 360 ft.lb/s. Para no ser acusado de exageración en la venta de sus uinas de vapor, él multiplicó esto por aproximadamente $1\frac{1}{2}$ cuando definió el hp.

FÍSICA APLICADA

Requisitos de potencia de un automóvil

Los automóviles efectúan trabajo para vencer la fuerza de fricción (y la resistencia del aire), para subir por colinas y para acelerar. Un automóvil está limitado por la razón a la que puede efectuar trabajo y es por lo que los motores se clasifican de acuerdo con su caballaje. Un automóvil requiere potencia principalmente cuando está subiendo una colina y cuando debe acelerar. En el siguiente ejemplo calcularemos cuánta potencia se requiere en esas situaciones para un automóvil de tamaño razonable. Aun cuando un automóvil viaja sobre un camino a nivel con rapidez constante, necesita alguna potencia para efectuar trabajo que venza las fuerzas de la fricción interna y de la resistencia del aire. Esas fuerzas dependen de las condiciones y la rapidez del vehículo, pero se encuentran típicamente en el rango de 400 N a 1000 N.

A menudo es conveniente escribir la potencia en términos de la fuerza neta F aplicada a un objeto y su velocidad $\mathbf{v}$. Como $P = dW/dt$ y $dW = \mathbf{F}\cdot d\mathbf{l}$ (ecuación 7–7), entonces

$$P = \frac{dW}{dt} = \mathbf{F}\cdot\frac{d\mathbf{l}}{dt} = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v}. \tag{8–22}$$

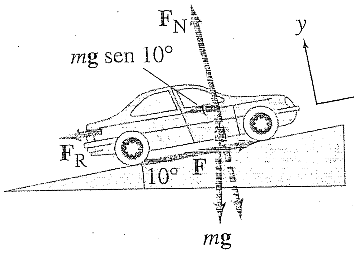


FIGURA 8–21 Ejemplo 8–16: cálculo de la potencia necesaria en un automóvil (a) para subir una colina, (b) para rebasar a otro automóvil.

EJEMPLO 8–16 **Potencia requerida por un automóvil.** Calcule la potencia requerida por un automóvil de 1400 kg bajo las siguientes circunstancias: (a) el automóvil sube una colina de 10° (una colina bastante empinada) con rapidez constante de 80 km/h; y (b) el automóvil acelera a lo largo de un camino a nivel de 90 a 110 km/h en 6.0 s para rebasar a otro vehículo. Suponga que la fuerza retardadora sobre el automóvil es $F_R = 700$ N en total. Véase la figura 8–21. (Sea cuidadoso y no confunda $\mathbf{F}_R$, que es debida a la resistencia del aire y a la fricción que retarda el movimiento, con la fuerza $\mathbf{F}$ necesaria para acelerar el automóvil, que es la fuerza de fricción ejercida por el camino sobre los neumáticos; o sea la reacción de los neumáticos impulsados por el motor que empujan contra el camino.)

SOLUCIÓN (a) Para moverse con rapidez uniforme hacia arriba de la colina, el automóvil debe ejercer una fuerza igual a la suma de la fuerza retardadora, 700 N, y a la componente de la gravedad paralela a la colina, mg sen 10° = (1400 kg)(9.80 m/s²)(0.174) = 2400 N. Como $\bar{v} = 80$ km/h = 22 m/s y es paralela a $\mathbf{F}$, entonces (ecuación 8–22):

$$P = Fv$$
$$= (2400\,\text{N} + 700\,\text{N})(22\,\text{m/s}) = 6.80 \times 10^4\,\text{W} = 91\,\text{hp}.$$

(b) El automóvil acelera de 25.0 m/s a 30.6 m/s (90 a 110 km/h). El automóvil debe entonces ejercer una fuerza que venza la fuerza retardadora de 700 N más aquella requerida para darle la aceleración $\bar{a}_x = (30.6\text{ m/s} - 25.0\text{ m/s})/6.0\text{ s} = 0.93\text{ m/s}^2$. Aplicamos la segunda ley de Newton donde x será la dirección del movimiento:

$$ma_x = \Sigma F_x = F - F_R.$$

La fuerza F requerida es entonces

$$F = ma_x + F_R$$
$$= (1400\,\text{kg})(0.93\,\text{m/s}^2) + 700\,\text{N} = 2000\,\text{N}.$$

Como $P = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v}$, la potencia requerida crece con la rapidez y el motor debe ser capaz de proporcionar una salida máxima de potencia de

$$\bar{P} = (2000\,\text{N})(30.6\,\text{m/s}) = 6.12 \times 10^4\,\text{W} = 82\,\text{hp}.$$

Aun tomando en cuenta el hecho de que sólo 60 a 80 por ciento de la salida de potencia del motor llega a las ruedas, es claro de esos cálculos que un motor de 100 a 150 hp es más que adecuado desde un punto de vista práctico.

Mencionamos en el ejemplo anterior que sólo parte de la energía de salida de un motor de automóvil llega a las ruedas. No sólo alguna energía es perdida al pasar del motor a las ruedas, sino que en el mismo motor mucha de la energía de entrada (de ina) no termina haciendo trabajo útil. Una característica importante de todos los res es su eficiencia total e, definida como la razón de potencia de salida útil del mo- out, a la potencia de entrada, P_{in}:

Eficiencia

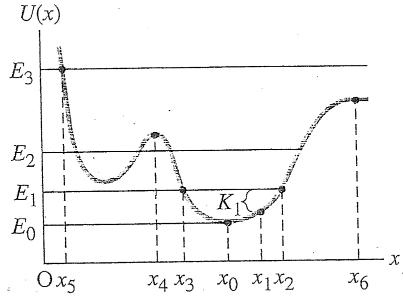
$$e = \frac{P_{out}}{P_{in}}.$$

iciencia es siempre menor que 1.0 porque ningún motor puede crear energía y, de o, tampoco puede transformar energía de una forma a otra sin pérdidas por fricción, gía térmica u otras formas no útiles de energía. Por ejemplo, un motor de automóvil ierte la energía química liberada en la combustión de la gasolina en energía mecá- que mueve los pistones y eventualmente las ruedas. Pero casi 85% de la energía de ida se "pierde" como energía térmica que sale por el tubo de escape, más fricción en artes móviles. Los motores de automóvil son aproximadamente sólo 15% eficientes. diaremos en detalle la eficiencia en el capítulo 20.

9 Diagramas de energía potencial; equilibrio estable e inestable

ın objeto sobre el que actúa sólo una fuerza conservativa, podemos aprender mucho ca de su movimiento simplemente examinando un diagrama de energía potencial, a, la gráfica de $U(x)$ versus x. Un ejemplo de un diagrama de energía potencial se stra en la figura 8–22. La curva algo compleja representa alguna complicada energía ncial $U(x)$. La energía total $E = K + U$ es constante y puede ser representada por línea horizontal en esta gráfica. Cuatro posibles valores diferentes para E se mues- , marcados E_0, E_1, E_2 y E_3. El valor real de E para un sistema dado depende de las diciones iniciales. (Por ejemplo, la energía total E de una masa oscilando en el emo de un resorte depende de la cantidad que el resorte está inicialmente compri- o o estirado.) Como $E = U + K$ = constante, entonces $U(x)$ debe ser menor o igual para todas las situaciones: $U(x) \leq E$. El valor mínimo que la energía total puede ar para la energía potencial mostrada en la figura 8–22 es la marcada E_0. Para este r de E, la masa sólo puede estar en reposo en $x = x_0$ y tiene energía potencial pero energía cinética.

FIGURA 8–22 Un diagrama de energía potencial.



Si la energía total del objeto E es mayor que E_0, digamos que es E_1 en nuestra fica, el objeto puede tener energía cinética y potencial. Como la energía se con- va,

$$K = E - U(x).$$

mo la curva representa $U(x)$ en cada x, la energía cinética en cualquier valor de x es resentada por la distancia entre la línea E y la curva $U(x)$ en ese valor de x. En el grama, la energía cinética para un objeto en x_1, cuando su energía total es E_1, está icada por la notación K_1.

Un objeto con energía E_1 puede oscilar entre los puntos x_2 y x_3. Esto es porque si $> x_2$ o $x < x_3$, la energía potencial debe ser mayor que E, lo que implica que $= \frac{1}{2}mv^2 < 0$ y v sería imaginaria o sea imposible. En x_2 y x_3 la velocidad es cero, ya e $E = U$ en esos puntos. Por consiguiente, x_2 y x_3 son llamados **puntos de cambio** del vimiento. Si el objeto está en x_0, digamos, moviéndose hacia la derecha, su energía ética (y rapidez) decrece hasta que se vuelve cero en $x = x_2$. El objeto cambia tonces de dirección, procediendo hacia la izquierda e incrementando su rapidez sta que pasa de nuevo por x_0. Continúa moviéndose, disminuyendo su rapidez hasta e alcanza $x = x_3$, donde de nuevo $v = 0$ y el objeto cambia otra vez su dirección.

Puntos de cambio

Si el objeto tiene energía $E = E_2$ en la figura 8–22, hay cuatro puntos de cambio. objeto se puede mover en sólo uno de los dos "valles" de energía potencial, dependien- de dónde se encuentre inicialmente. No puede pasar de un valle al otro debido a la rrera entre ellos, por ejemplo en un punto tal como el x_4, $U > E_2$, lo que implica que sería imaginaria.† Para la energía E_3, hay un solo punto de cambio ya que $U(x) < E_3$

unque esto es cierto de acuerdo con la física newtoniana, la mecánica cuántica moderna predice que los jetos pueden cruzar tal barrera gracias al efecto "túnel"; esos procesos han sido observados a niveles ómico y subatómico.

para toda $x > x_5$. Si el objeto se está moviendo inicialmente hacia la izquierda, su rapidez varía al pasar por los valles de potencial pero eventualmente se detiene y vuelve de regreso en $x = x_5$. Luego procede hacia la derecha indefinidamente y no regresa jamás.

¿Cómo sabemos que el objeto cambia de dirección en los puntos de cambio? Debido a la fuerza ejercida sobre él. La fuerza F está relacionada con la energía potencial U por la ecuación 8–7, $F = -dU/dx$. La fuerza F es igual al negativo de la pendiente de la curva U versus x en cualquier punto x. En $x = x_2$, por ejemplo, la pendiente es positiva por lo que la fuerza es negativa, lo que significa que actúa hacia la izquierda (hacia valores decrecientes de x) en dirección opuesta al movimiento del objeto.

En $x = x_0$ la pendiente es cero, por lo que $F = 0$. En tal punto, se dice que la partícula está en **equilibrio**. Este término significa simplemente que la fuerza neta sobre el objeto es cero. Por consiguiente, su aceleración es cero, y si está inicialmente en reposo, permanecerá así. Si el objeto en reposo en $x = x_0$ se moviera ligeramente hacia la izquierda o hacia la derecha, una fuerza no cero actuaría sobre él en la dirección que lo moviera de regreso a x_0. Se dice que un objeto que regresa hacia su punto de equilibrio cuando es desplazado ligeramente está en un punto de **equilibrio estable**. Cualquier *mínimo* en la curva de energía potencial representa un punto de equilibrio estable.

Equilibrio estable

Un objeto en $x = x_4$ también estaría en equilibrio, ya que $F = -dU/dx = 0$. Si el objeto se desplazara un poco hacia cualquier lado de x_4, una fuerza actuaría para *alejar* al objeto del punto de equilibrio. Los puntos como x_4, donde la curva de energía potencial tiene un máximo, son puntos de **equilibrio inestable**. El objeto *no* retornará al equilibrio si es desplazado ligeramente, sino que se alejará de él.

Equilibrio inestable

Cuando un objeto está en una región sobre la cual U es constante, como en $x = x_6$ en la figura 8–22, la fuerza es cero sobre alguna distancia. El objeto está en equilibrio y si se desplaza ligeramente hacia un lado, la fuerza es aún cero. Se dice que el objeto está en **equilibrio neutro** en esta región.

Equilibrio neutro

Resumen

Una **fuerza conservativa** es una para la cual el trabajo hecho por la fuerza al mover un objeto de una posición a otra depende sólo de las dos posiciones y no de la trayectoria seguida. El trabajo hecho por una fuerza conservativa es recuperable, lo cual no es cierto para fuerzas no conservativas, como en el caso de la fricción.

La **energía potencial** es energía asociada con la posición o configuración de cuerpos. Ejemplos son: la energía potencial gravitacional

$$U = mgy$$

donde la masa m está cerca de la superficie de la Tierra, a una altura y arriba de algún punto de referencia; la energía potencial elástica

$$U = \tfrac{1}{2}kx^2$$

como en un resorte con constante de rigidez k estirado o comprimido una distancia x desde su posición de equilibrio; y las energías química, eléctrica y nuclear. La energía potencial está siempre asociada con una fuerza conservativa y el cambio en energía potencial ΔU entre dos puntos bajo la acción de una fuerza conservativa $\mathbf{F}$ se define como el negativo del trabajo hecho por la fuerza:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = -\int_1^2 \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}.$$

Para el caso unidimensional podemos escribir,

$$F = -\frac{dU(x)}{dx}.$$

Sólo *cambios* en energía potencial tienen sentido físico, por lo que la selección de dónde $U = 0$ es arbitraria. La energía potencial no es una propiedad de un cuerpo sino que está asociada con la interacción de dos o más cuerpos.

Cuando actúan sólo fuerzas conservativas, la **energía mecánica** total E, definida como la suma de las energías cinética y potencial, se conserva:

$$E = K + U = \text{constante}.$$

Si también actúan fuerzas no conservativas, se tienen tipos adicionales de energía, como la térmica. Se ha encontrado experimentalmente que, cuando todas las formas de energía son incluidas, la energía total se conserva. Esta es la **ley de la conservación de la energía**:

$$\Delta K + \Delta U = W_{NC}.$$

La fuerza gravitacional según es descrita por la ley de la gravitación universal de Newton es una fuerza conservativa. La energía potencial de un objeto de masa m debido a la fuerza gravitacional ejercida sobre él por la Tierra está dada por

$$U(r) = -GmM_E/r,$$

donde M_E es la masa de la Tierra y r es la distancia del objeto al centro de la Tierra ($r \geq$ radio de la Tierra).

La **potencia** se define como la razón a la que se efectúa trabajo o la razón a la que se transforma energía de una forma a otra: $P = dW/dt = dE/dt$, o $P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$.

Preguntas

Mencione algunas fuerzas de la vida diaria que no sean conservativas, y explique porqué no lo son.

Usted levanta un libro pesado de una mesa a un anaquel alto. Indique qué fuerzas actúan sobre el libro durante este proceso e indique si son conservativas o no conservativas.

La fuerza neta que actúa sobre una partícula es conservativa e incrementa la energía cinética en 300 J. ¿Cuál es el cambio en (*a*) la energía potencial, y (*b*) la energía total de la partícula?

Cuando una "superpelota" se deja caer, ¿puede rebotar a una mayor altura que la altura original?

Una colina tiene una altura h. Un niño sobre un trineo (masa total m) se desliza hacia abajo partiendo del reposo en la cima. ¿Depende la velocidad en el fondo del ángulo de la colina si (*a*) ésta está helada y no hay fricción, y (*b*) si hay fricción (nieve profunda)?

¿Porqué se fatiga uno al empujar fuertemente contra un muro sólido aún cuando no se efectúe ningún trabajo?

Analice el movimiento de un péndulo simple en términos de energía, (*a*) despreciando la fricción; y (*b*) tomando en cuenta la fricción. Explique por qué al reloj del abuelo tiene que dársele cuerda.

Describa con precisión que es "falso" físicamente en el famoso dibujo de Escher mostrado en la figura 8–23.

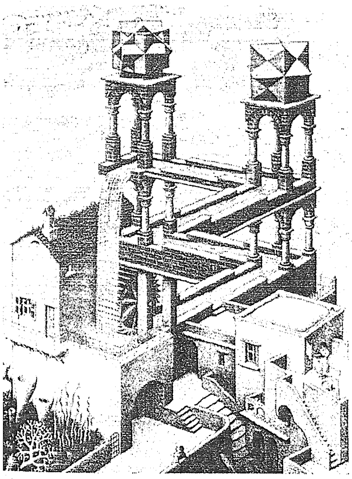


FIGURA 8–23 Pregunta 8.

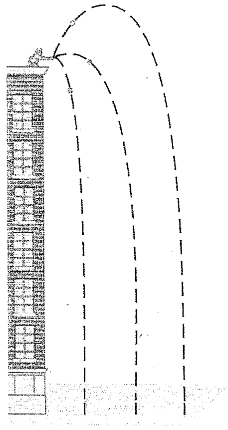


FIGURA 8–24 Pregunta 9.

En la figura 8–24, globos de agua son lanzados desde el techo de un edificio, todos con la misma rapidez pero con diferentes ángulos de lanzamiento. ¿Cuál tiene la mayor rapidez al tocar el suelo? Desprecie la resistencia del aire.

Suponga que levanta una maleta del suelo a una mesa. ¿Depende el trabajo que usted hace sobre la maleta de (*a*) si la levanta en línea recta o a lo largo de una trayectoria más complicada, (*b*) del tiempo que se requiere, (*c*) la altura de la mesa, y/o (*d*) el peso de la maleta?

Un resorte de masa m descansa en posición vertical sobre una mesa. Si comprime el resorte apretándolo con la mano y luego lo libera, ¿puede el resorte abandonar la mesa? Explique usando la ley de la conservación de la energía.

¿Qué le pasa a la energía potencial gravitacional cuando el agua en la parte superior de una cascada llega al fondo de la misma?

¿Cuánto cambia aproximadamente su energía potencial gravitacional cuando usted salta tan alto como le es posible?

14. Los alpinistas experimentados prefieren evitar un tronco caído en su camino que apoyarse sobre él para llegar al otro lado. Explique.

15. Considere dos observadores que están en marcos de referencia inerciales diferentes que se mueven entre si con velocidad v. Ambos observan un objeto que está siendo jalado sobre una superficie rugosa horizontal. ¿Concuerdan ellos respecto al valor de (*a*) la energía cinética del objeto; (*b*) el trabajo total hecho sobre el objeto; (*c*) la cantidad de energía transformada de mecánica a térmica debido a la fricción? ¿Contradice su respuesta a (*c*) a las respuestas en (*a*) y (*b*)? Explique.

16. (*a*) ¿De dónde proviene la energía cinética cuando un automóvil acelera uniformemente partiendo del reposo? (*b*) ¿Cómo está el incremento de energía cinética relacionado con la fuerza de fricción que el camino ejerce sobre los neumáticos?

17. La Tierra está más cerca del Sol en el invierno (hemisferio norte). ¿Cuándo es máxima la energía potencial gravitacional?

18. ¿Puede ser negativa la energía mecánica total $E = K + U$? Explique.

19. Suponga que desea lanzar un cohete desde la superficie terrestre de manera que escape del campo gravitatorio de ésta. Usted desea usar la cantidad mínima de combustible. ¿Desde qué punto de la superficie de la Tierra debe usted efectuar el lanzamiento y en qué dirección? ¿Importan la posición del lanzamiento y la dirección de éste? Explique.

20. Recuerde del capítulo 4, ejemplo 4–14, que puede usar una polea y cuerda para disminuir la fuerza necesaria para elevar una carga pesada (véase la figura 8–25). Pero por cada metro que la carga es izada, ¿cuánta cuerda debe jalarse? Aclare esto usando conceptos de energía.

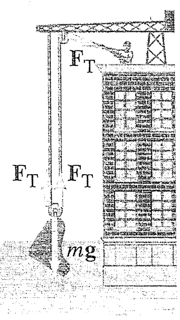


FIGURA 8–25 Pregunta 20.

21. Dos flechas idénticas, una con el doble de la rapidez de la otra, son disparadas hacia una paca de heno. Suponiendo que el heno ejerce una fuerza de fricción constante sobre las flechas, ¿cuánto más adentro penetrará la flecha más rápida que la más lenta? Explique.

22. ¿Por qué es más fácil subir en zigzag una montaña que en línea recta?

***23.** Dé varios ejemplos de equilibrio estable, inestable y neutro.

***24.** ¿En qué estado de equilibrio se encuentra un cubo (*a*) cuando descansa sobre una de sus caras; (*b*) cuando está sobre uno de sus vértices?

***25.** (*a*) Describa con detalle los cambios de velocidad de una partícula que tiene energía E_3 en la figura 8–22 al moverse de x_6 a x_5 y de regreso a x_6. (*b*) ¿Dónde es máxima y dónde es mínima la energía cinética?

*26. Indique el tipo de equilibrio para cada posición de las pelotas en la figura 8–26.

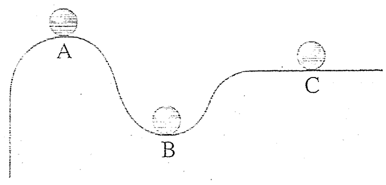


FIGURA 8–26 Pregunta 26.

*27. La figura 8–27 muestra una curva de energía potencial $U(x)$. (*a*) ¿En qué punto tiene la fuerza su magnitud más grande? (*b*) Para cada punto marcado, establezca si la fuerza actúa hacia la izquierda, hacia la derecha o es cero. (*c*) ¿Dónde hay equilibrio y de qué tipo es?

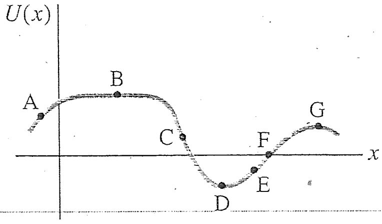


FIGURA 8–27 Pregunta 27.

Problemas

Secciones 8–1 y 8–2

1. (I) Un resorte tiene una constante de resorte k de 82.0 N/m. ¿Cuánto debe comprimirse este resorte para almacenar 35.0 J de energía potencial?
2. (I) Un mono de 5.0 kg oscila de una rama a otra situada 1.5 m más arriba. ¿Cuál es su cambio en energía potencial gravitacional?
3. (I) ¿Cuánto cambia la energía potencial gravitacional de un saltador de garrocha de 58 kg si su centro de masa se eleva aproximadamente 3.8 m durante el salto?
4. (I) Un alpinista de 66.5 kg parte de una elevación de 1500 m y sube hasta la cima de un pico de 2660 m. (*a*) ¿Cuál es el cambio de energía potencial del alpinista? (*b*) ¿Cuál es el trabajo mínimo requerido por parte del alpinista? (*c*) ¿Puede el trabajo real hecho ser mayor que este valor? Explique.
5. (I) Al comenzar un ejercicio, una persona de 1.70 m de altura levanta un libro de 2.20 kg del suelo hasta una elevación de 2.40 m. ¿Cuál es la energía potencial del libro respecto a (*a*) el suelo, y (*b*) la parte superior de la cabeza de la persona? (*c*) ¿Cómo es el trabajo hecho por la persona respecto a las respuestas en las partes (*a*) y (*b*)?
6. (II) Si $U = 3x^2 + 2xy + 4y^2z$, ¿cuál es la fuerza $\mathbf{F}$?
7. (II) Un resorte particular obedece la ley de fuerza $\mathbf{F} = (-kx + ax^3 + bx^4)\mathbf{i}$. (*a*) ¿Es conservativa esta fuerza? Explique. (*b*) Si es conservativa, determine la forma de la función de energía potencial.
8. (II) La resistencia del aire puede representarse por una fuerza proporcional a la velocidad $\mathbf{v}$ de un objeto: $\mathbf{F} = -k\mathbf{v}$. ¿Es conservativa esta fuerza? Explique.
9. (II) (*a*) Un resorte de constante k está inicialmente comprimido una distancia x_0 medida desde su longitud no estirada. ¿Cuál es el cambio en energía potencial si es entonces comprimido una cantidad x medida desde su longitud no estirada? (*b*) Suponga que el resorte es entonces *estirado* una distancia x_0 medida desde su longitud no estirada. ¿Cuál es el cambio en energía potencial en comparación con cuando está comprimido una cantidad x_0?

Secciones 8–3 y 8–4

10. (I) Jane, quien busca a Tarzán, corre a 5.0 m/s y coge una liana que cuelga 4.0 m verticalmente de un árbol alto en la selva. ¿Qué tan alto puede ella oscilar hacia arriba? ¿Afecta su respuesta la longitud de la liana?
11. (I) Una esquiadora novata, partiendo del reposo, se desliza por una pendiente de 32.0° cuya altura vertical es de 105 m. ¿Qué velocidad tiene ella al llegar al fondo de la pendiente?
12. (I) Se le da un empujón a un trineo hacia arriba de una pendiente, sin fricción, de 25.0°. Alcanza una altura vertical máxima de 1.22 m por arriba del punto de que partió. ¿Cuál fue su velocidad inicial?
13. (II) En el salto de altura, la energía cinética de un atleta se transforma en energía potencial gravitacional sin ayuda de una garrocha. ¿Con qué velocidad mínima debe el atleta dejar el suelo para levantar su centro de masa 2.10 m y cruzar la barra con una velocidad de 0.70 m/s?
14. (II) Un artista de trampolín salta verticalmente hacia arriba desde la parte superior de una plataforma con una rapidez de 5.0 m/s. (*a*) ¿Con qué rapidez llega él al trampolín, que se encuentra 2.0 m abajo (figura 8–28)? (*b*) Si el trampolín se comporta como un resorte de constante igual a 5.2×10^4 N/m, ¿qué tanto se deflexiona éste?
15. (II) Una saltadora de *bungee* de 60 kg salta desde un puente. Ella está amarrada a una cuerda *bungee* que tiene 12 m de largo

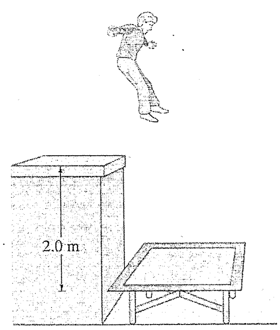


FIGURA 8–28 Problema 14.

cuando no está estirada y cae un total de 31 m. (*a*) Calcule la constante k del resorte de la cuerda *bungee* suponiendo que es aplicable la ley de Hooke. (*b*) Calcule la aceleración máxima experimentada por la saltadora.

16. (II) Un carro de montaña rusa, mostrado en la figura 8–29, es empujado hasta el punto A desde donde se libera del reposo. Suponiendo que no hay fricción, calcule la rapidez en los puntos B, C y D.

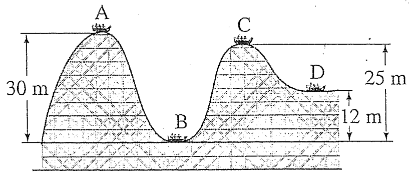


FIGURA 8–29 Problemas 16 y 30.

17. (II) Un resorte vertical (desprecie la masa), cuya constante es de 900 N/m, está unido a una mesa y está comprimido 0.150 m. (*a*) ¿Qué rapidez hacia arriba puede darle a una bola de 0.30 kg cuando es liberado? (*b*) ¿Hasta qué altura por arriba de su posición original (resorte comprimido) viajará la bola?

(II) Una pelota de 0.40 kg se lanza con una rapidez de 10 m/s con un ángulo de 30° respecto a la horizontal. (a) ¿Cuál es su rapidez en su punto más alto, y (b) qué tanto sube? (Use la conservación de la energía.)

(II) Una masa m está unida al extremo de un resorte (constante k), como se muestra en la figura 8–30. A la masa se le da un desplazamiento inicial x_0 desde su posición de equilibrio y una velocidad inicial v_0. Despreciando la fricción y la masa del resorte, use métodos de energía para encontrar (a) su rapidez máxima, y (b) su alargamiento máximo desde la posición de equilibrio en términos de las cantidades dadas.

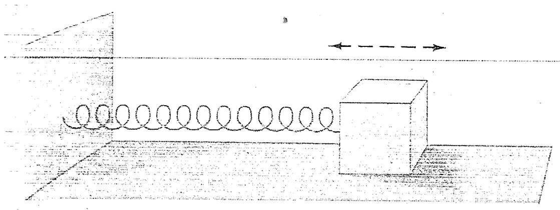


FIGURA 8–30 Problemas 19, 33 y 34.

(II) Un ciclista pretende subir una colina de 9.50° cuya altura vertical es de 92.0 m. Los pedales giran en un círculo de 36.0 cm de diámetro. Suponiendo que la masa de la bicicleta más la persona es de 75.0 kg, (a) calcule cuánto trabajo debe efectuarse contra la gravedad. (b) Si cada revolución completa de los pedales mueve a la bicicleta 5.10 m a lo largo de su trayectoria, calcule la fuerza promedio que debe ser ejercida sobre los pedales tangente a su trayectoria circular. Desprecie el trabajo hecho por la fricción y otras pérdidas.

(II) Un péndulo de 2.00 m de longitud es liberado (desde el reposo) en un ángulo $\theta_0 = 30.0°$ (figura 8–15). Determine la rapidez de la lenteja de 70.0 g (a) en el punto más bajo ($\theta = 0$); (b) en $\theta = 15.0°$; (c) en $\theta = -15.0°$ (es decir, en el lado opuesto). (d) Determine la tensión en la cuerda en cada uno de esos tres puntos. (e) Si a la lenteja le es dada una rapidez inicial $v_0 = 1.20$ m/s al liberarla en $\theta = 30.0°$, calcule las velocidades para las partes (a), (b) y (c).

(II) ¿Cuál debe ser la constante k de un resorte diseñado para llevar al reposo un automóvil de 1200 kg desde una rapidez de 100 km/h de manera que los ocupantes experimenten una aceleración máxima de 5.0 g?

(III) Un ingeniero va a diseñar un resorte que deberá ser colocado en el fondo de un pozo de elevador. Si el cable del elevador se rompe cuando está a una altura h por arriba de la parte superior del resorte, calcule qué valor debe tener la constante k del resorte para que los pasajeros sufran una aceleración de no más de 5.0 g al detenerse el elevador. Sea M la masa total del elevador y los pasajeros.

(III) Un esquiador de masa m parte del reposo en la parte superior de una esfera sólida de radio r y se desliza hacia abajo sobre la superficie sin fricción. (a) ¿A qué ángulo θ (figura 8–31) dejará el esquiador la esfera? (b) Si hubiese fricción, ¿dejaría el esquiador la esfera con un ángulo mayor o menor?

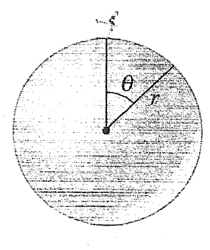


FIGURA 8–31 Problema 24.

Secciones 8–5 y 8–6

25. (I) Dos carros de ferrocarril, cada uno con masa de 6500 kg viajan a 95 km/h y entran en colisión frontal, deteniéndose. ¿Cuánta energía térmica es producida en esta colisión?

26. (I) Un niño de 16.0 kg desciende por una rampa de 2.50 m de altura y alcanza el fondo de ésta con una rapidez de 2.25 m/s. ¿Cuánta energía térmica debido a la fricción fue generada en este proceso?

27. (II) Un esquiador parte del reposo y resbala por una pendiente de 20° y 100 m de largo. (a) Si el coeficiente de fricción es de 0.090, ¿cuál es la velocidad del esquiador en la base de la pendiente? (b) Si la nieve está a nivel en la base de la pendiente y tiene el mismo coeficiente de fricción, ¿qué tan lejos viajará el esquiador a lo largo del tramo a nivel? Use métodos de energía.

28. (II) Una pelota de béisbol de 145 g se deja caer desde un árbol a 12.0 m por arriba del terreno. (a) ¿Con qué velocidad tocará el terreno si se desprecia la resistencia del aire? (b) Si en realidad toca el terreno con una velocidad de 8.00 m/s, ¿cuál es la fuerza promedio de la resistencia del aire ejercida sobre la pelota?

29. (II) Un cajón de 90 kg, partiendo del reposo, es jalado sobre un piso con una fuerza horizontal constante de 350 N. En los primeros 15 m el piso no tiene fricción y en los siguientes 15 m el coeficiente de fricción es de 0.25. ¿Cuál es la velocidad final del cajón?

30. (II) Suponga que el carro de la montaña rusa en la figura 8–29 pasa el punto A con una rapidez de 1.70 m/s. Si la fuerza promedio de fricción es igual a un quinto de su peso, ¿con qué rapidez llegará al punto B? La distancia recorrida es de 45.0 m.

31. (II) Un esquiador viajando a 11 m/s llega al pie de una pendiente hacia arriba de 17° y se desliza 12 m a lo largo de esta pendiente antes de alcanzar el reposo. ¿Cuál es el coeficiente de fricción promedio?

32. (II) Considere la vía mostrada en la figura 8–32. La sección AB es un cuadrante de círculo de radio 2.0 m y no tiene fricción. B a C es un tramo horizontal de 3.0 m de largo con un coeficiente de fricción cinética $\mu_k = 0.25$. La sección CD bajo el resorte no tiene fricción. Un bloque de masa igual a 1.0 kg se suelta del reposo en A. Después de resbalar sobre la vía, se observa que la masa comprime el resorte 0.20 m. Determine: (a) la velocidad del bloque en el punto B; (b) el trabajo hecho por la fricción al resbalar el bloque de B a C; (c) la velocidad del bloque en el punto C; (d) la constante de rigidez k para el resorte.

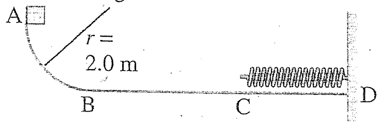


FIGURA 8–32 Problema 32.

33. (II) Un bloque de madera de 0.620 kg está firmemente unido a un resorte horizontal muy ligero (k = 180 N/m) como se muestra en la figura 8–30. Se observa que cuando el sistema bloque-resorte es comprimido 5.0 cm y liberado, se alarga 2.3 cm más allá de la posición de equilibrio antes de detenerse y regresar. ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la mesa?

34. (II) Un bloque de madera de 180 g está firmemente unido a un resorte horizontal muy ligero, figura 8–30. El bloque puede deslizarse a lo largo de una mesa donde el coeficiente de fricción es de 0.30. Una fuerza de 22 N comprime el resorte 18 cm. Si el resorte es liberado desde esta posición, ¿qué tanto más allá de su posición de equilibrio se estirará en su primera oscilación?

35. (III) Un bloque de 2.0 kg se desliza a lo largo de una superficie horizontal con un coeficiente de fricción cinética $\mu_k = 0.30$. El bloque tiene una rapidez $v = 1.3$ m/s cuando golpea un resorte sin masa frontalmente (como en la figura 8–18). (*a*) Si el resorte tiene una constante $k = 120$ N/m, ¿cuánto será comprimido éste? (*b*) ¿Qué valor mínimo del coeficiente de fricción estática μ_k garantizará que el resorte permanece comprimido en su posición de máxima compresión? (*c*) Si μ_k es menor que este valor, ¿cuál es la rapidez del bloque cuando se separa del resorte descomprimido? [*Sugerencia*: La separación ocurre cuando el resorte alcanza su longitud natural ($x = 0$); explique.]

36. (III) En los primeros vuelos de prueba del transbordador espacial usando un "planeador" (masa de 1000 kg incluido el piloto), se notó que después de un lanzamiento horizontal a 500 km/h a una altitud de 3500 m, el planeador eventualmente aterrizaba con una rapidez de 200 km/h. (*a*) ¿Cuál habría sido su rapidez de aterrizaje en ausencia de resistencia del aire? (*b*) ¿Cuál era la fuerza promedio que la resistencia del aire ejercía sobre él cuando entraba con un ángulo constante de planeo de 10° respecto a la Tierra?

Sección 8–7

37. (I) Para un satélite de masa m_S en órbita circular de radio r_S, determine (*a*) su energía cinética K, (*b*) su energía potencial U ($U = 0$ en el infinito), y (*c*) la razón K/U.

38. (I) Laura y sus amigas han construido un pequeño cohete que pronto después del despegue alcanza una velocidad de 850 m/s. ¿Qué tan alto sobre la Tierra puede subir el cohete? Desprecie la fricción del aire.

39. (II) Determine la velocidad de escape del Sol para un objeto (*a*) en la superficie del Sol ($r = 7.0 \times 10^5$ km, $M = 2.0 \times 10^{30}$ kg), y (*b*) a la distancia promedio de la Tierra (1.50×10^8 km). Compárela con la rapidez de la Tierra en su órbita.

40. (II) Demuestre que la ecuación 8–17 para la energía potencial gravitacional se reduce a la ecuación 8–2, $\Delta U = mg(y_2 - y_1)$, para objetos cercanos a la superficie terrestre.

41. (II) Demuestre que el cambio de energía potencial de un objeto entre la superficie terrestre y una altura h es

$$\Delta U = \frac{mgh}{1 + h/r_E},$$

donde r_E es el radio de la Tierra y h no es necesariamente pequeña.

42. (II) (*a*) Demuestre que la energía mecánica total de un satélite (masa m) orbitando a una distancia r del centro de la Tierra (masa M_E)es

$$E = -\frac{1}{2}\frac{GmM_E}{r},$$

si $U = 0$ en $r = \infty$. (b) Demuestre que aunque la fricción ocasiona que el valor de E decrezca lentamente, la energía cinética debe crecer si la órbita permanece circular.

43. (II) Demuestre que la velocidad de escape de cualquier satélite en una órbita circular es $\sqrt{2}$ veces su velocidad.

44. (II) La distancia de la Tierra al Sol varía de 1.471×10^8 km a 1.521×10^8 km durante el año. Determine la diferencia en (*a*) la energía potencial, (*b*) la energía cinética de la Tierra, y (*c*) la energía total entre esos puntos extremos. Considere al Sol en reposo.

45. (II) Tome en cuenta la rapidez rotacional de la Tierra (1 rev/d... y determine la rapidez necesaria, con respecto a la Tierra, pa... que un cohete escape de ella si se lanza desde el ecuador e... una dirección (*a*) hacia el este; (*b*) hacia el oeste; (*c*) vertic... mente hacia arriba.

46. (II) (*a*) Obtenga una fórmula para la altura máxima h que u... cohete alcanzará si es lanzado verticalmente desde la superfic... de la Tierra con rapidez v_0 ($< v_{esc}$). Exprésela en términos d... v_0, r_E, M_E y G. (*b*) ¿Qué altura alcanza un cohete si $v_0 =$ 8... km/s? Desprecie la resistencia del aire y la rotación de la Tierr...

47. (II) (*a*) Determine la razón a la que la velocidad de escape desd... la Tierra cambia con la altura por arriba de la superficie terre... tre, dv_{esc}/dr. (*b*) Use la aproximación $\Delta v \approx (dv/dr)\Delta r$ para deter... minar la velocidad de escape para una nave espacial que orbit... la Tierra a una altitud de 300 km.

48. (II) Un meteoro tiene una rapidez de 90.0 m/s cuando se en... cuentra a 800 km por arriba de la Tierra. Si cae verticalmente (desprecie la resistencia del aire) y golpea una cama de aren... en la que alcanza el reposo en 3.25 m. (*a*) ¿Cuál es su velocidad justo antes de tocar la arena? (*b*) ¿Cuánto trabajo efectúa la arena para detener el meteoro (masa = 575 kg)? (*c*) ¿Cuál es la fuerza promedio ejercida por la arena sobre el meteoro? (*d*) ¿Cuánta energía térmica se produce?

49. (II) ¿Cuánto trabajo se requiere para mover un satélite de masa m de una órbita circular de radio $r_1 = 2r_E$ alrededor de la Tierra a otra órbita circular de radio $r_2 = 3r_E$? (r_E es el radio de la Tierra.)

50. (II) (*a*) Suponga que tenemos tres masas, m_1, m_2 y m_3, que inicialmente están infinitamente lejos una de otra. Demuestre que el trabajo necesario para llevarlas a las posiciones mostradas en la figura 8–33 es

$$W = -G\left(\frac{m_1 m_2}{r_{12}} + \frac{m_1 m_3}{r_{13}} + \frac{m_2 m_3}{r_{23}}\right).$$

(*b*) ¿Podemos decir que esta fórmula da también la energía potencial del sistema, o la energía potencial de uno o dos de los cuerpos? (*c*) ¿Es W igual a la energía de conexión del sistema, es decir, igual a la energía requerida para separar las componentes una distancia infinita? Explique.

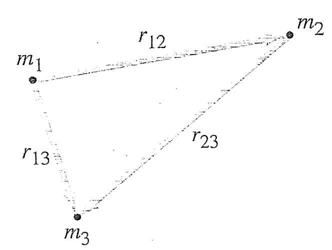


FIGURA 8–33 Problema 50.

51. (II) Un satélite de la NASA ha observado un asteroide que v... a chocar con la Tierra. El asteroide tiene una masa estimad... basada en su tamaño, de 5×10^9 kg. Se acerca a la Tierra en u... curso frontal con velocidad de 600 m/s respecto a ella y es ahora a 5.0×10^6 km de distancia. ¿Con qué velocidad tocará superficie terrestre, despreciando la fricción con la atmósfera

(II) Una esfera de radio r_1 tiene una cavidad esférica concéntrica de radio r_2 (figura 8–34). Suponga que este cascarón esférico de espesor $r_1 - r_2$ es uniforme y tiene una masa total M. Demuestre que la energía potencial gravitacional de una masa m a una distancia r del centro del cascarón ($r > r_1$) está dada por

$$U = -\frac{GmM}{r}.$$

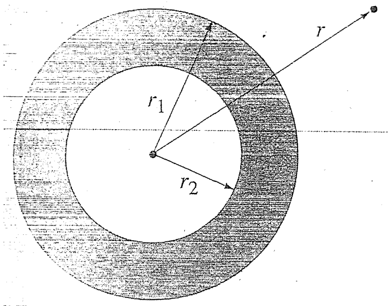


FIGURA 8–34 Problema 52.

(III) Para escapar del sistema solar, una nave interestelar debe vencer la atracción gravitacional de la Tierra y del Sol. Desprecie los efectos de otros cuerpos en el sistema solar. (*a*) Demuestre que la velocidad de escape es

$$v = \sqrt{v_E^2 + (v_S - v_0)^2} = 16.7\ \text{km/s},$$

donde: v_E es la velocidad de escape de la Tierra (ecuación 8–20); $v_S = \sqrt{2GM_S/r_{SE}}$ es la velocidad de escape del campo gravitatorio del Sol en la órbita de la Tierra pero lejos de la influencia de ella (r_{SE} es la distancia Sol–Tierra); y v_0 es la velocidad orbital de la Tierra alrededor del Sol. (*b*) Demuestre que la energía requerida es 1.40×10^8 J por kilogramo de masa de la nave. [*Sugerencia*: Escriba la ecuación de energía para el escape de la Tierra con v' como la velocidad, relativa a la Tierra, pero lejos de ella; entonces haga $v' + v_0$ igual a la velocidad de escape del Sol.]

Sección 8–8

54. (I) ¿Cuánto tiempo le tomará a un motor de 1750 W levantar un piano de 285 kg a la ventana de un sexto piso situada a 16.0 m desde el suelo?

55. (I) Si un automóvil genera 18 hp al viajar a una velocidad constante de 90 km/h, ¿cuál debe ser la fuerza retardadora promedio ejercida sobre el automóvil?

56. (I) (*a*) Demuestre que un caballo de potencia británico (550 ft.lb/s) es igual a 746 W. (*b*) ¿Cuál es la clasificación equivalente en caballos de potencia de una bombilla de 100 W?

57. (I) Un jugador de fútbol de 80 kg que corre a 5.0 m/s es detenido en 1.0 s por un tacleador. (*a*) ¿Cuál es la energía cinética original del jugador? (*b*) ¿Qué potencia promedio se requiere para detenerlo?

58. (II) ¿Qué potencia mínima en hp debe tener un motor para jalar una caja de 300 kg a lo largo de un piso a nivel con una rapidez de 1.20 m/s si el coeficiente de fricción es de 0.45?

59. (II) Un conductor nota que su vehículo de 1000 kg desacelera de 90 km/h a 70 km/h en aproximadamente 6.0 s en un camino a nivel cuando está en punto neutro. ¿Qué potencia aproximadamente (watts y hp) se necesita para mantener al vehículo viajando a una velocidad constante de 80 km/h?

60. (II) ¿Cuánto trabajo puede efectuar un motor de 3.0 hp en 1.0 hora?

61. (II) Un lanzador de bala acelera una bala de 7.3 kg del reposo a 14 m/s. Si este movimiento toma 1.5 s, ¿qué potencia promedio es desarrollada?

62. (II) Una bomba debe levantar 18.0 kg de agua por minuto a una altura de 3.50 m. ¿Qué potencia (watts) debe tener el motor de la bomba?

63. (II) Durante un entrenamiento, los jugadores de fútbol de una universidad estatal corrieron hacia arriba las escaleras del estadio en 61 s. Las escaleras tienen 140 m de longitud y están inclinadas a 30°. Si un jugador común tiene una masa de 105 kg, estime la potencia promedio en la carrera hacia arriba. Desprecie la fricción y la resistencia del aire.

64. (II) Un automóvil de 1000 kg tiene una potencia máxima de 120 hp. ¿Qué tan inclinada puede ser una colina para que el automóvil la suba con rapidez constante de 70 km/h si la fuerza de fricción total es de 600 N?

65. (II) Se afirma que la zona de esquiar en Squaw Valley en California puede subir en sus sillas a 47,000 personas cada hora. Si la silla promedio sube a la gente aproximadamente a 200 m (verticalmente), estime la potencia total máxima requerida.

66. (III) Un ciclista se mueve libremente hacia abajo por una colina inclinada 7.0° con rapidez constante de 5.0 m/s. Suponiendo una masa total de 75 kg (bicicleta más ciclista), ¿cuál debe ser la potencia empleada por el ciclista para subir la misma colina con la misma rapidez?

67. (III) La posición de un objeto de 280 g está dada (en metros) por $x = 5.0t^3 - 8.0t^2 - 30t$, donde t está en segundos. Determine la razón neta del trabajo hecho sobre este objeto (*a*) en $t = 2.0$ s y (*b*) en $t = 4.0$ s. (*c*) ¿Cuál es la potencia de entrada neta promedio durante el intervalo de $t = 0$ s a $t = 2.0$ s, y en el intervalo de $t = 2.0$ s a 4.0 s?

* Sección 8–9

* 68. (II) Dibuje un diagrama de energía potencial y analice el movimiento de una masa m que descansa sobre una mesa horizontal sin fricción y está conectada a un resorte horizontal con constante k. La masa es jalada una distancia tal hacia la derecha que el resorte está estirado una distancia x_0 inicialmente, y luego la masa se libera del reposo.

* 69. (II) El resorte del problema 68 tiene una constante de rigidez $k = 160$ N/m. La masa $m = 5.0$ kg es liberada del reposo cuando el resorte está estirado $x_0 = 1.0$ m desde su posición de equilibrio. Determine (*a*) la energía total del sistema; (*b*) la energía cinética cuando $x = \frac{1}{2}x_0$; (*c*) la energía cinética máxima; (*d*) la rapidez máxima y las posiciones en que ocurre; (*e*) la aceleración máxima y dónde ocurre.

* 70. (III) La energía potencial de dos átomos en una molécula diatómica (dos átomos) puede escribirse como

$$U(r) = -\frac{a}{r^6} + \frac{b}{r^{12}},$$

donde r es la distancia entre los dos átomos y a y b son constantes positivas. (*a*) ¿Para qué valores de r es $U(r)$ un mínimo? ¿Un máximo? (*b*) ¿Para qué valores de r es $U(r) = 0$? (*c*) Grafique $U(r)$ como función de r desde $r = 0$ hasta r con un valor suficientemente grande para que se muestren todas las características en (*a*) y (*b*). (*d*) Describa el movimiento de un átomo con respecto al segundo átomo cuando $E < 0$, y para $E > 0$. (*e*) Sea F la fuerza que un átomo ejerce sobre el otro. ¿Para qué valores de r es $F > 0$, $F < 0$, $F = 0$? (*f*) Determine F como función de r.

* 71. (III) La *energía de enlace* de un sistema de dos partículas se define como la energía requerida para separar las dos partículas desde su estado de mínima energía hasta $r = \infty$. Determine la energía de enlace para la molécula del problema 70.

Problemas generales

72. Un proyectil es disparado hacia arriba con un ángulo de 45° desde la cima de un acantilado de 165 m con rapidez de 180 m/s. ¿Cuál será su rapidez cuando toque el terreno? (Use la conservación de la energía.)

73. En una película del famoso salto largo de Jesse Owens en las olimpiadas de 1936, se observa que su centro de masa se elevó 1.1 m del punto del inicio del salto al punto superior del arco. ¿Qué rapidez mínima requirió en el despegue si en la parte superior del arco tenía una rapidez de 6.5 m/s?

74. ¿Qué tan rápido debe subir un ciclista una colina de 12° para mantener una potencia de salida de 0.20 hp? Desprecie la fricción y suponga que la masa del ciclista más la bicicleta es de 85 kg.

75. ¿Cuál es la salida promedio de potencia de un elevador que levanta 850 kg una distancia vertical de 32.0 m en 11.0 segundos?

76. Una piña (de pino) de 0.20 kg cae de una rama situada a 18 m por arriba del suelo. (*a*) ¿Con qué rapidez llegaría al suelo si la resistencia del aire se despreciase? (*b*) Si llega al suelo realmente con una rapidez de 10.0 m/s, ¿cuál es la fuerza promedio de resistencia del aire ejercida sobre ella?

77. Un esquiador de 60 kg parte del reposo en la cima de una pista de esquiar, punto A en la figura 8–35 y viaja hacia abajo por la rampa. Si la fricción y la resistencia del aire pueden despreciarse, (*a*) determine su rapidez v_B cuando él alcanza el extremo horizontal de la rampa en B. (*b*) Determine la distancia *s* en que él toca el terreno en C.

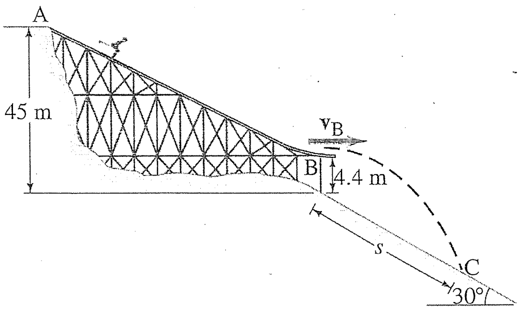


FIGURA 8–35 Problemas 77 y 78.

78. Resuelva el problema 77, pero ahora suponga que el esquiador salta hacia arriba al llegar al punto B y adquiere una componente vertical de velocidad (en B) de 3.0 m/s.

79. Una bola está unida a una cuerda horizontal de longitud *L* cuyo otro extremo está fijo, figura 8–36. (*a*) Si se suelta la bola, ¿cuál será su rapidez en el punto más bajo de su trayectoria? (*b*) Una clavija está localizada a una distancia *h* directamente abajo del punto de fijación de la cuerda. Si $h = 0.80\ L$, ¿cuál será la rapidez de la bola cuando ésta alcanza la parte superior de su trayectoria circular alrededor de la clavija?

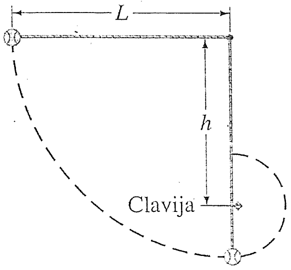


FIGURA 8–36 Problemas 79 y 80.

80. Demuestre que sólo si $h \geq 0.60\ L$ puede la bola en la figura 8–36 describir un círculo completo alrededor de la clavija.

81. Un alpinista sube a la cima de una montaña de 3900 m. La ascensión la hace en 5.0 h partiendo de una elevación de 2200 m. Calcule (*a*) el trabajo hecho por el alpinista contra la gravedad, (*b*) la potencia promedio desarrollada en watts y en caballos de potencia, y (*c*) suponiendo que el cuerpo es 15% eficiente, ¿qué energía de entrada se requirió?

82. La pequeña masa *m* que se desliza sin fricción a lo largo de la vía mostrada en la figura 8–37 debe permanecer en todo momento sobre la vía, aun en la parte superior del lazo de radio *r*. (*a*) Calcule, en términos de las cantidades dadas, la altura mínima *h* de liberación. Luego, si la altura real de liberación es $2h$, calcule (*b*) la fuerza normal ejercida por la vía en el fondo del lazo, (*c*) la fuerza normal ejercida por la vía en la parte superior del lazo, y (*d*) la fuerza normal ejercida por la vía después de que el bloque sale del lazo y entra a la sección plana.

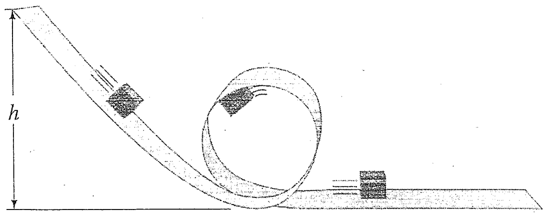


FIGURA 8–37 Problema 82.

83. Sobre el agua fluye una presa, a razón de 550 kg/s y cae verticalmente 80 m antes de golpear los álabes de una turbina. Calcule (*a*) la rapidez del agua justo antes de golpear los álabes de la turbina (desprecie la resistencia del aire), y (*b*) la razón a la que la energía mecánica es transferida a los álabes, suponiendo una eficiencia de 60%.

84. Un ciclista de 75 kg (incluida la bicicleta) puede viajar libremente por una colina a 4.0° con rapidez constante de 10 km/h. Pedaleando fuertemente, el ciclista puede descender por la colina con una rapidez de 30 km/h. Usando la misma potencia, ¿con qué rapidez puede el ciclista subir la misma colina? Suponga que la fuerza de fricción es proporcional al cuadrado de la rapidez *v*; es decir, $F_{fr} = bv^2$, donde *b* es una constante.

85. Demuestre que en una montaña rusa con un lazo circular vertical (figura 8–38), la diferencia en su peso aparente en la parte superior del lazo y en el fondo del lazo es 6 *g*, es decir, seis veces su peso. Ignore la fricción. Demuestre también que en tanto su rapidez sea mayor que la mínima necesaria, esta respuesta no depende del tamaño del lazo o de qué tan rápido viaje usted por él.

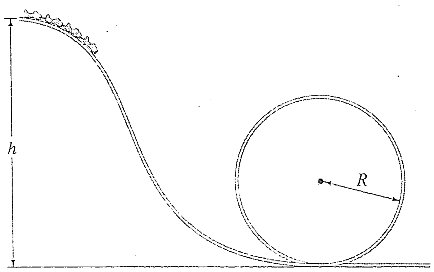


FIGURA 8–38 Problema 85.

i está parado en una báscula de baño, el resorte dentro de ella e comprime 0.50 mm y registra un peso de 700 N. Ahora, si sted salta sobre la báscula desde una altura de 1.0 m, ¿qué eso registrará?

Jn estudiante de 75 kg corre a 5.0 m/s, coge una cuerda colgane, y oscila sobre un lago (figura 8–39). Suelta la cuerda uando su velocidad es cero. (*a*) ¿Cuál es el ángulo θ cuando l suelta la cuerda? (*b*) ¿Cuál es la tensión en la cuerda justo ntes de que él la suelte? (*c*) ¿Cuál es la tensión máxima en a cuerda?

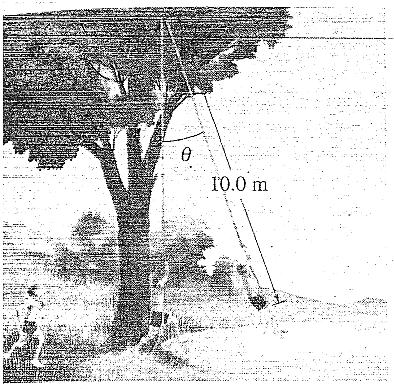


FIGURA 8–39 Problema 87.

Al trepar por una cuerda, un atleta de 70 kg sube una distancia vertical de 5.0 m en 9.0 s. ¿Cuál es la potencia mínima de salida usada para realizar esto?

La fuerza nuclear entre dos neutrones es descrita aproximadamente por el potencial de Yukawa

$$U(r) = -U_0 \frac{r_0}{r} e^{-r/r_0},$$

donde r es la distancia entre los neutrones y U_0 y r_0 ($\approx 10^{-15}$ m) son constantes. (*a*) Determine la fuerza $F(r)$. (*b*) ¿Cuál es la razón $F(3r_0)/F(r_0)$? (*c*) Calcule esta misma razón para la fuerza entre dos partículas eléctricamente cargadas donde $U(r) = -C/r$, C es una constante. ¿Por qué es la fuerza de Yukawa llamada fuerza de "rango corto"?

Un trineo de 20 kg sube por una pendiente de 30° con rapidez de 2.4 m/s. El coeficiente de fricción cinética es $\mu_k = 0.25$. (*a*) ¿Qué distancia viaja el trineo hacia arriba por la pendiente? (*b*) ¿Qué condición debe ponerse al coeficiente de fricción estática para que el trineo no se quede trabado en el punto determinado en la parte (*a*)? (*c*) Si el trineo de desliza de regreso hacia abajo, ¿cuál es su rapidez cuando regresa a su punto de partida?

Una manguera de uso en áreas urbanas debe poder arrojar un flujo de agua a una altura máxima de 30 metros. El agua sale de la manguera al nivel del terreno en un flujo circular de 3.0 cm de diámetro. ¿Qué potencia mínima se requiere para crear dicho flujo de agua? Un metro cúbico de agua tiene una masa de 1000 kg.

El diseño del sistema de frenos de un automóvil debe tomar en cuenta la generación de calor durante el frenado. Calcule la energía térmica disipada por los frenos de un automóvil de 1500 kg al descender una colina de 20°. El automóvil empieza a frenar cuando su rapidez es de 90 km/h y desacelera a una rapidez de 30 km/h en una distancia de 0.30 km medida a lo largo del camino.

93. El módulo lunar podría efectuar un alunizaje seguro si su velocidad vertical en el impacto fuese de 3.0 m/s o menor. Suponga que se quiere determinar la altura máxima a la que el piloto podría apagar el motor si la velocidad del módulo relativa a la superficie es (*a*) cero; (*b*) 2.0 m/s hacia abajo; (*c*) 2.0 m/s hacia arriba. Use la conservación de la energía para determinar h en cada caso. La aceleración de la gravedad en la superficie de la Luna es de 1.62 m/s^2.

94. Algunas compañías generadoras de energía eléctrica usan agua para almacenar energía. El agua es bombeada por medio de bombas de turbina reversible desde un depósito bajo a otro alto. Si se desea almacenar la energía producida en 1.0 hora por una planta (eléctrica) de 100 MW, ¿cuántos metros cúbicos de agua tendrán que ser bombeados del depósito bajo al alto? Suponga que el estanque superior está a 500 m por arriba del inferior y que podemos despreciar el pequeño cambio en las profundidades de cada depósito. El agua tiene una masa de 1000 kg por cada 1.0 m^3.

95. Como ingeniero municipal, usted necesita estimar la potencia requerida para bombear agua de un nuevo pozo que tiene 400 m de profundidad y la demanda estimada es de 1,000,000 kg por día. El motor de la bomba tiene una eficiencia de 80% para convertir la energía eléctrica en energía mecánica.

96. Estime la energía requerida a partir del combustible para lanzar un satélite de 12,000 kg y ponerlo en órbita a 1000 km por arriba de la superficie terrestre. Considere dos casos: (*a*) el satélite es lanzado a una órbita ecuatorial desde un punto sobre el ecuador, y (*b*) es lanzado desde el polo norte a una órbita polar.

97. Un satélite está en una órbita elíptica alrededor de la Tierra (figura 8–40). Su velocidad en el perigeo A es de 8650 m/s. (*a*) Use la conservación de la energía para determinar su velocidad en B. El radio de la Tierra es de 6380 km. (*b*) Use la conservación de la energía para determinar la velocidad en el apogeo C.

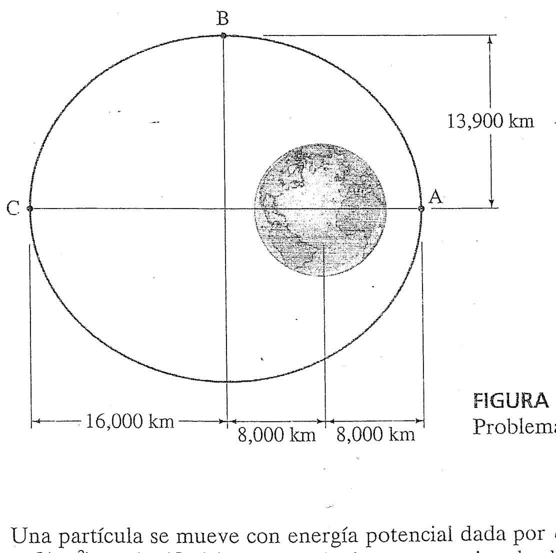


FIGURA 8–40 Problema 97.

* 98. Una partícula se mueve con energía potencial dada por $U(r) = U_0[(2/r^2) - (1/r)]$. (*a*) Indique la forma aproximada de $U(r)$ versus r. ¿Dónde cruza la curva el eje $U(r) = 0$? ¿Para qué valor de r se presenta el valor mínimo de $U(r)$? (*b*) Suponga que la partícula tiene una energía $E = -0.050U_0$. Indique en su diagrama los "puntos de inflexión" aproximados del movimiento de la partícula. ¿Cuál es la energía cinética máxima de la partícula y para qué valor de r ocurre esto?