Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Física

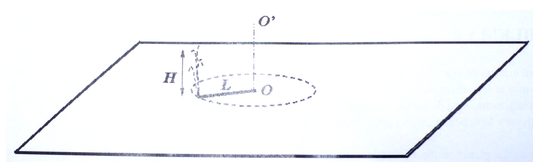
FI1001 - Introducción a la Física Newtoniana **17 de abril de 2012**

Ejercicio 3

Profesor: *Luis Moraga* Auxiliares: *S. Derteano*, *S. Donoso*, *M. Ferrer*

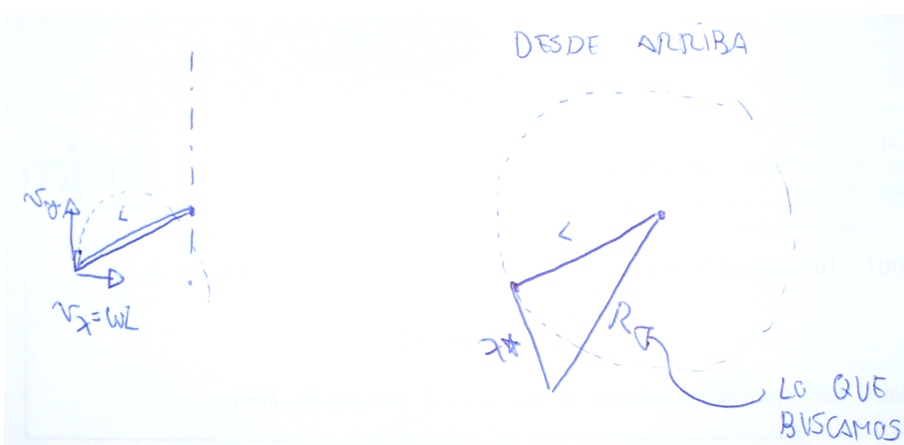
P2. Considere el surtidor de agua que se ilustra en la Figura Consiste de un tubo en forma de **L**, con la posibiidad de rotar en torno al eje OO'. La distancia entre este eje y la boca de salida vertical de agua del surtidor es **L**. Cuando el surtidor no rota, el agua fluye verticalmente alcanzando una altura máxima **H**.

En cierto instante el surtidor comienza a rotar, hasta alcanzar una velocidad angular constante ω. Determine el radio del sector que se moja debido al movimiento del surtidor. Desprecie la altura del tramo vertical del tubo del surtidor.



Pauta

Lo primero que notamos es que el agua mojará una región del piso con forma circunferencial con radio R como se aprecia en la figura que se muestra a continuación, debido a la velocidad tangencial que provoca que las gotas al salir del surtidor no solo tengan velocidad vertical, sino también una velocidad horizontal en la dirección tangencial al movimiento circular, de magnitud $v_x = \omega L$.



Lo que haremos primero será calcular la velocidad vertical debida a la salida del agua de la tubería, para realizar este cálculo utilizamos la altura máxima. Además observamos que esta velocidad es independiente del giro del surtidor, así que no nos preocuparemos de eso por el momento. De esta manera tenemos las ecuaciones:

$$y(t) = v_y t - \frac{gt^2}{2}$$

$$v_y(t) = v_y - gt$$

En el punto H la velocidad vertical es nula, de donde encontramos que el tiempo de altura maxima, $t* = v_y/g$. Si reemplazamos el tiempo en la expresión para la altura obtenemos:

$$H = \frac{v_y^2}{g} - \frac{gv_y^2}{2g^2}$$

$$\therefore v_y = \sqrt{2gH}$$

También puede ocuparse la ecuación $v_f^2 - v_i^2 = 2ay$, llegando al mismo resultado.

Ahora consideramos el disco girando, por lo que si consideramos los valores previamente encontrados para las velocidades iniciales $v_x = \omega L$ $v_y = \sqrt{2gH}$, se tiene que las ecuaciones de movimiento son:

$$y(t) = \sqrt{2gH}t - \frac{gt^2}{2}$$

$$x(t) = \omega L t$$

Para encontrar el alcance máximo impondremos que la altura sea nula, para encontrar el tiempo, que luego reemplazaremos en la expresión para la distancia horizontal.

$$0 = \sqrt{2gH}t - \frac{gt^2}{2}$$

$$\Rightarrow t = 0 \qquad \vee \qquad t = 2\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Entonces, tendremos que el alcance será

$$x^\star = \omega L 2\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Finalmente usamos el teorema de Pitágoras para encontrar el radio, ya que la tangente a un punto de una circunferencia y el radio que llega a dicho punto son perpendiculares.

$$R = \sqrt{x^{\star 2} + L^2} = \sqrt{\omega^2 L^2 8 \frac{H}{g}} = L\sqrt{8\omega^2 \frac{H}{g} + 1}$$

También se acepta como respuesta correcta la distancia $L\sqrt{8\omega^2 \frac{H}{g} + 1} - L$, que corresponde a la distancia entre el surtidor y donde llegan las gotas, ya que hay personas que consideraron que algunas gotas "caen por debajo" de la trayectoria parabólica mojando todo ese sector. Cabe notar que esa caída que se observa en la vida real es por las colisiones entre las gotas de agua.

Sebastián Derteano Herrera, 22 de mayo de 2012