

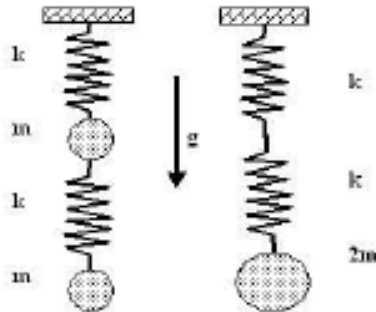
Auxiliar nº7

Profesor: Luis Moraga

Auxiliares: M. Ferrer, I. Olavarria, I. Rondini

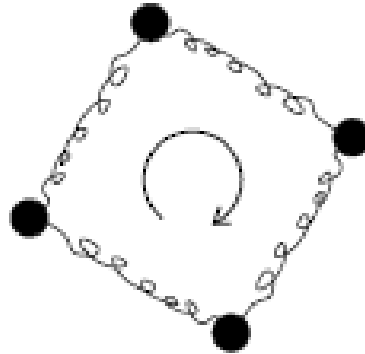
P1.-

Se tienen dos esferas idénticas de masa m y dos resortes iguales de constante k y masa despreciable. De las dos configuraciones que aparecen en la figura ¿Cuál de ellas produce la mayor elongación del extremo inferior?



P2

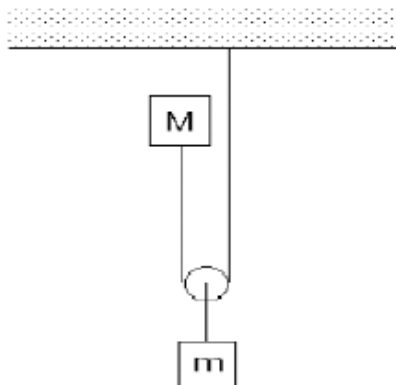
Cuatro masas idénticas, de masa m se unen mediante resortes idénticos de masa nula, constante K y longitud natural L_0 . El sistema toma la forma cuadrada de la figura mientras rota en torno a su centro con velocidad angular ω . Calcule la elongación experimentada por los resortes.



P3

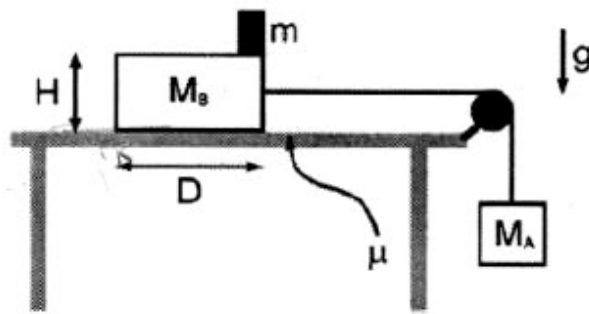
Considere dos masas **M** y **m** unidas por un hilo que pasa por una polea ideal tal como se muestra en la figura adjunta. Inicialmente la masa **M** se sujeta con un hilo auxiliar (que no se muestra en la figura) y el sistema se encuentra en reposo. En cierto instante el hilo auxiliar se acorta. Demuestra que la aceleración de la masa **M** es (con eje *z* apuntando hacia arriba):

$$a = -\frac{4M + 2m}{4M + m}g$$



P4

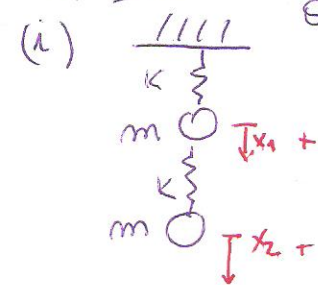
Una masa puntual m descansa sobre un bloque de masa M_B , altura H y largo D , desliza sobre la superficie horizontal de una mesa con coeficiente de roce cinético μ . El coeficiente de roce entre la masa m y el bloque M_B es nulo. Uno de los extremos de una cuerda ideal se ata al bloque M_B , mientras que el otro extremo se ata al bloque de masa M_A que cuelga de una polea de masa despreciable. Si en $t=0$ la masa puntual m se encuentra en el borde del bloque M_B . ¿Cuánto demora la masa m en chocar contra el suelo?



Pauta Aux. #7

• Consultas a marxowstaine@gmail.com

P1 Solⁿ: Vemos lo que se estira c/u de su origen:



DCL:



(positivo hacia abajo)



$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \sum F_y: -F_{e1} + F_{e2} + mg &= 0 \\ \textcircled{2} \quad \sum F_y = mg - F_{e2} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{máx. elong} \Rightarrow a=0)$$

• Es claro ver que

$$\boxed{F_{e1} = k \cdot x_1} \quad (\text{se estira } x_1)$$

• Para el 2° resorte, es necesario observar lo siguiente:

1°) masa 2 $\Rightarrow$ estira resorte $x_2 \rightarrow$ (elongación 2)

2°) masa 1 $\Rightarrow$ "aplasta" resorte $x_1 \rightarrow$ (elongación 1)

$\Rightarrow$ elongación total 2° resorte $= (x_2 - x_1)$

$$\Rightarrow \boxed{F_{e2} = k(x_2 - x_1)}$$

• Así:

$$\textcircled{1} \quad -kx_1 + k(x_2 - x_1) + mg = 0$$

$$\textcircled{2} \quad mg - k(x_2 - x_1) = 0$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$

$$\Rightarrow -kx_1 + 2mg = 0$$

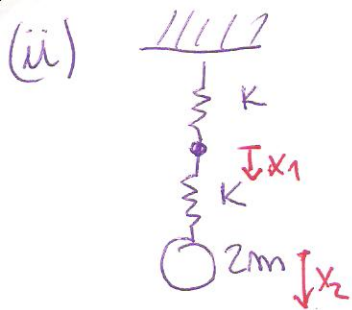
$$\boxed{x_1 = \frac{2mg}{k}} \quad (+)$$

$\textcircled{2}$ en $\textcircled{2}$

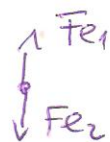
$$mg - kx_2 + k \cdot \frac{2mg}{k} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x_2 = \frac{3mg}{k}}$$

$$\boxed{x_1 + x_2 = \frac{5mg}{k}}$$



DCL punto:



$$F_{e1} = Kx_1$$

DCL 2m:



$$F_{e2} = K(x_2 - x_1)$$

$\sum F_y$:

$$\textcircled{1} F_{e2} - F_{e1} = 0 \Rightarrow K(x_2 - x_1) - Kx_1 = 0 \quad (1)$$

$$\textcircled{2} -F_{e2} + 2mg = 0 \Rightarrow -K(x_2 - x_1) + 2mg = 0 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1)+(2)} -Kx_1 + 2mg = 0$$

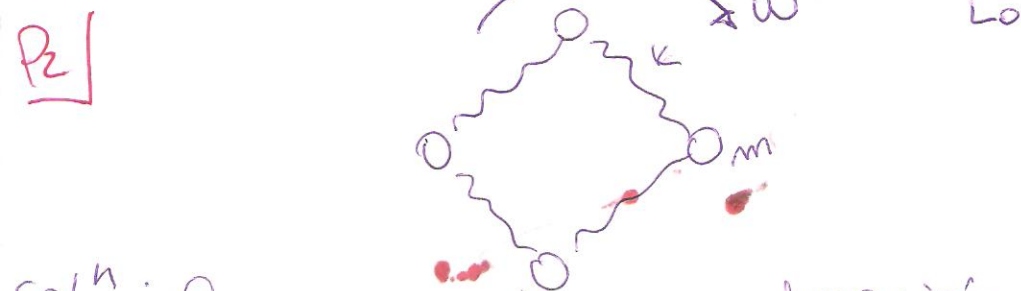
$$\boxed{x_1 = \frac{2mg}{K}} \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1) \text{ en } (2)} -Kx_2 + K \cdot \frac{2mg}{K} + 2mg = 0$$

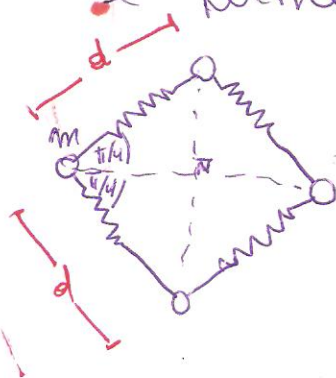
$$\Rightarrow \boxed{x_2 = \frac{4mg}{K}}$$

$$\left. \begin{array}{l} (3) \\ -Kx_2 + 2mg + 2mg = 0 \end{array} \right\} \boxed{x_1 + x_2 = \frac{6mg}{K}}$$

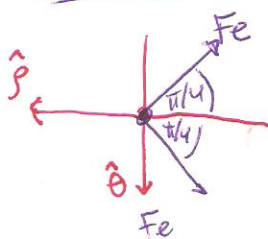
$$\therefore \delta_{(ii)} < \delta_{(i)} //$$



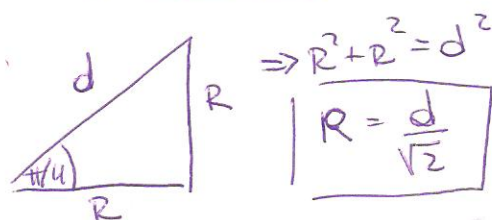
Solⁿ: Como no hay aceleración angular (ω cte)
 $\Rightarrow$ se forma un cuadrado:



DCL m:



geometría:



$$\Rightarrow -F_e \cos(\pi/4) - F_e \cos(\pi/4) = -m \omega^2 \left(\frac{d}{\sqrt{2}} \right) \quad (*)$$

* pero $F_e = k \cdot x$ y $d = (L_0 + x)$

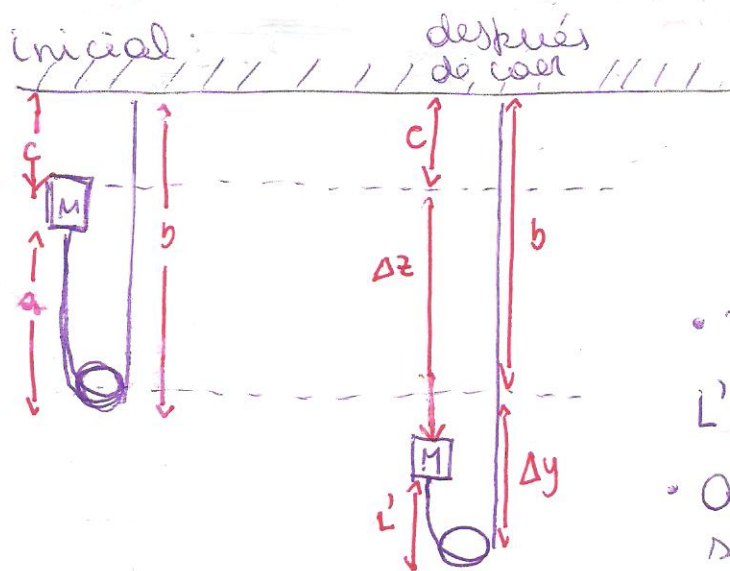
$$\Rightarrow -kx \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + kx \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = +m \omega^2 \cdot \frac{(L_0 + x)}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow 2kx = m \omega^2 (L_0 + x)$$

$$\Rightarrow 2kx - m \omega^2 x = m \omega^2 L_0$$

$$\therefore \boxed{X = \frac{m \omega^2 L_0}{2k - m \omega^2}}$$

(P3) 1º hacemos las sgtes. consideraciones geométricas:



• Sea L el largo de la cuerda:

$$\Rightarrow \boxed{L = a + b} \text{ (inicial) } (1)$$

• Después de caer, calculamos L'
 $L' = (b + \Delta y) - (c + \Delta z)$

• Así, el largo de la cuerda será:

$$L = L' + \Delta y + b$$

$$\Rightarrow \boxed{L = b + \Delta y - c - \Delta z + \Delta y + b} \text{ (después de caer) } (2)$$

• Igualamos $L = (1) = (2)$

$$\Rightarrow a + b = b + \Delta y - c - \Delta z + \Delta y + b \quad / \text{ pero inicial } \Rightarrow b = a + c$$

$$\Rightarrow (b - c) + b = 2b - c - \Delta z \Rightarrow 2\Delta y = \Delta z$$

$$\Rightarrow \Delta z = 2\Delta y \quad / \cdot \frac{1}{\Delta t^2} \rightarrow \Delta t \rightarrow 0$$

$$\Rightarrow \boxed{a_M = 2a_m}$$

representa la distancia recorrida por m y la polea.

• Ahora veien, hacemos los DCL:

DCL m



$$\Rightarrow \Sigma F_y \Rightarrow \boxed{-mg + T = m(-a_m)} \quad (3)$$

DCL M



$$\Rightarrow \Sigma F_y \Rightarrow \boxed{-Mg - T' = M(-a_M)} \quad (4)$$

DCL polea



$$\Rightarrow \Sigma F_y \Rightarrow T' + T' - T = \cancel{M_p} \cdot a_p \quad (0 \text{ (mesa = 0)})$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 2T'} \quad (5)$$

$$\Rightarrow (3) \Rightarrow \boxed{T = m(g - a_m)} \quad (*)$$

$$\Rightarrow (*) \text{ en } (5) \Rightarrow m(g - a_m) = 2T'$$

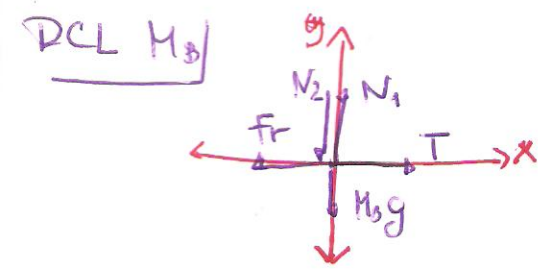
$$\Rightarrow \boxed{T' = \frac{m}{2}(g - a_m)} \quad (**)$$

$$\Rightarrow (**) \text{ en } (4) \Rightarrow -Mg + \frac{m}{2}(g - a_m) = -Ma_M \quad / \text{ pero } a_M = 2a_m \Rightarrow a_m = \frac{a_M}{2}$$

$$\Rightarrow Mg + \frac{m}{2}\left(g - \frac{a_M}{2}\right) = Ma_M$$

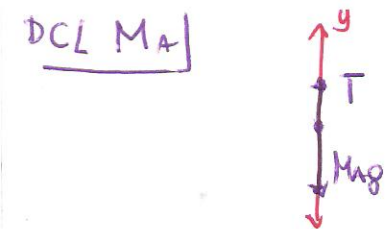
$$\Rightarrow \boxed{a_M = \frac{g(4M + 2m)}{4M + m}}$$

a) 1º, analicémos el caso en que m aún no cae:

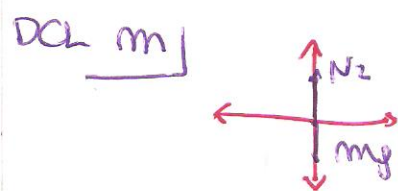


$$\cdot \Sigma F_x \Rightarrow T - F_r = M_B \cdot a \quad (1)$$

$$\cdot \Sigma F_y \Rightarrow N_1 - M_B g - N_2 = 0 \quad (2)$$



$$\cdot \Sigma F_y \Rightarrow T - M_A g = -M_A \cdot a \quad (3)$$



$$\cdot \Sigma F_y \Rightarrow N_2 - mg = 0 \quad (4)$$

(Antes de caer!)

• Calculamos la aceleración "a" de M_A y M_B :

$$\xRightarrow{(4)} \boxed{N_2 = mg} \quad (*) \quad N_2 \checkmark$$

$$\xRightarrow{(3)} \boxed{T = M_A g - M_A a} \quad T \checkmark$$

$$\xRightarrow{(2)} \boxed{N_1 = M_B g + N_2} \quad (**), \quad (*) \Rightarrow (**) \Rightarrow \boxed{N_1 = M_B g + mg} \quad N_1 \checkmark$$

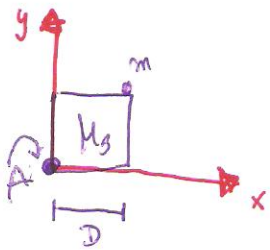
$$\xRightarrow{(1)} T - F_r = M_B \cdot a \quad / \quad F_r = \mu \cdot N_1 = \mu \cdot (M_B g + mg)$$

$$\Rightarrow T - \mu(M_B g + mg) = M_B \cdot a \quad / \text{reemplazamos } T$$

$$\Rightarrow (M_A g - M_A a) - \mu g (M_B + m) = M_B \cdot a$$

$$\therefore \boxed{a = g \left(\frac{M_A - \mu(M_B + m)}{M_A + M_B} \right)}$$

• Ahora vemos el mov. del bloque:



Se tomamos como referencia de movimiento, el pto. A de la fig, entonces el pto A se tarda en recorrer la distancia D:

$$\Rightarrow X_A(t) = X_0^0 + V_0^0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\Rightarrow D = \frac{1}{2} a t^{*2} \Rightarrow \boxed{t^* = \sqrt{\frac{2D}{a}}} ; \text{reemplazamos } a:$$

$$\therefore \boxed{t^* = \sqrt{\frac{2D(M_A + M_B)}{g(M_A \mu(M_B + m))}}}$$

• Ahora calculamos el tiempo que demora en caer H (caída libre):



$$Y(t) = Y_0^0 + Y_0^0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$\Rightarrow H = \frac{1}{2} g \bar{t}^2 \Rightarrow \boxed{\bar{t} = \sqrt{\frac{2H}{g}}}$$

• Así $\boxed{t_{\text{total}} = t^* + \bar{t}}$