CONTROL No 1
INTRODUCCION A LA FISICA – OTOÑO 2000

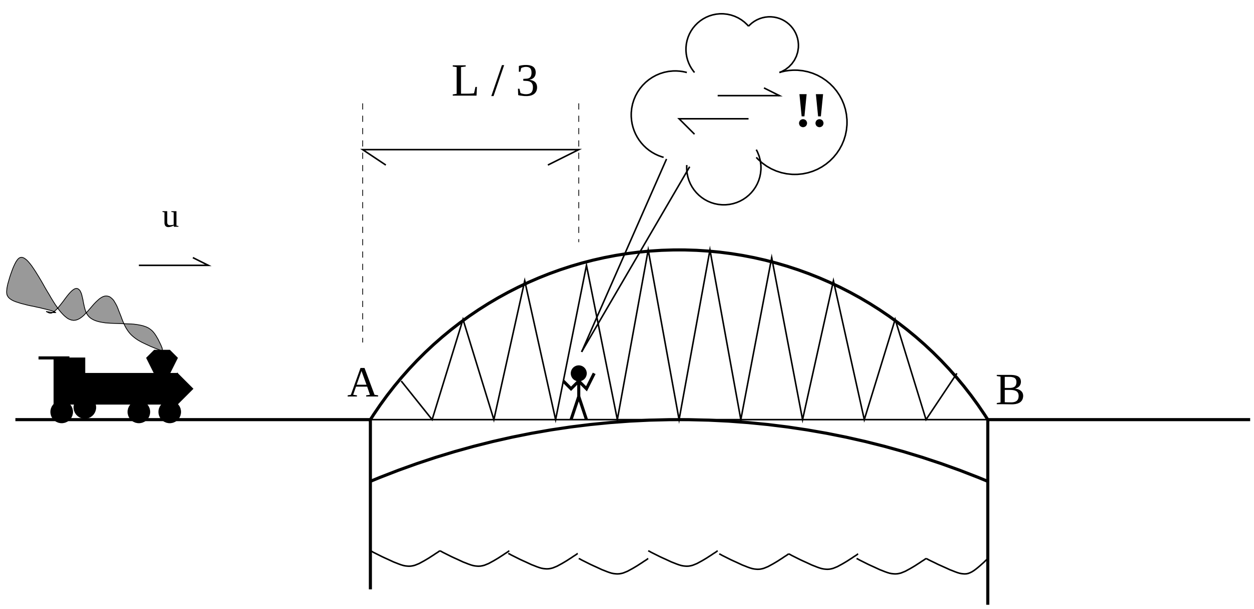
Profesores: H. F. Arellano, R. Garreaud, L. González, F. Méndez, R. Tabensky y N. Zamorano

Departamento de Física
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Universidad de Chile
Jueves 4 de mayo de 2000
Tiempo: 2 horas 30 min

• **Consultas sólo desde el asiento y en voz alta.**

PROBLEMA 1

En la figura se muestra un robot sobre un puente $\overline{AB}$ de longitud $\underline{L}$. El robot avista a un tren acercándose al puente con rapidez $\underline{u}$; en ese momento el robot se encuentra a una distancia $L/3$ del extremo A del puente. El robot considera evitar al tren saliendo por A ó por B, y concluye que en ambos casos es alcanzado por el tren al momento de salir del puente. Determine la rapidez del robot.

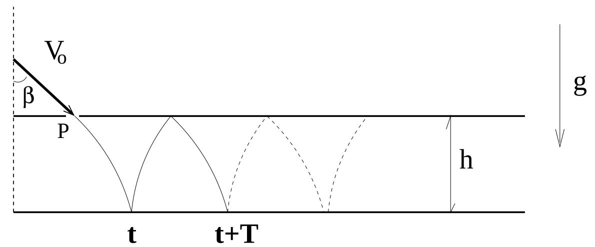


PROBLEMA 2

En presencia de la gravedad terrestre una "pelota saltarina" entra con rapidez $\underline{V_\circ}$ por el techo de un pasillo de altura $\underline{h}$. El ángulo de entrada de la pelota con respecto a la vertical es $\underline{\beta}$ y tanto el techo como el piso del pasillo son lisos y horizontales. La pelota rebota elástica e indefinidamente entre el piso y techo.

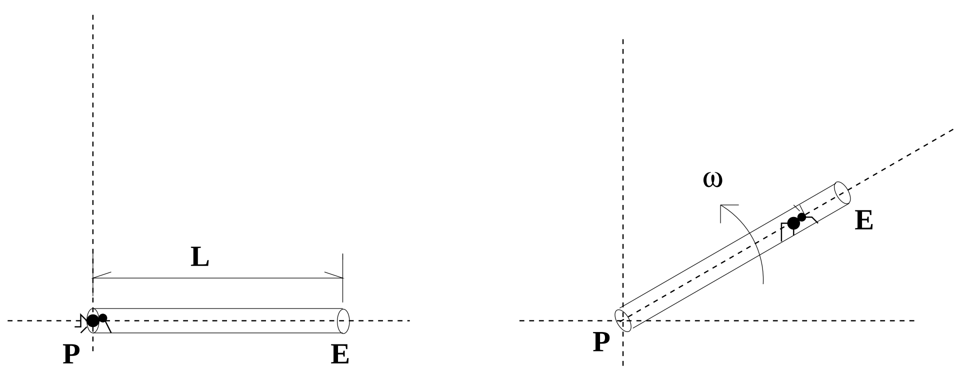
A) [4Pts] Calcule el período T_g entre dos impactos consecutivos con el piso.

B) [2Pts] <u>En ausencia de gravedad</u>, calcule el período $T_\circ$ entre dos impactos consecutivos con el piso y verifique que éste es un caso particular de su respuesta en A.

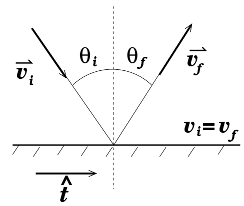


PROBLEMA 3

En ausencia de gravedad y sobre una superficie pulida, un tubo de longitud $\underline{L}$ rota en torno a su eje P con velocidad angular constante $\underline{\omega}$. Dentro del tubo una "hormiguita ciega" camina hacia el extremo abierto E del tubo con rapidez constante $\underline{v_\circ}$ relativa al tubo y partiendo desde P. Sin darse cuenta, la "hormiguita ciega" sale disparada del tubo. Determine la posición de la hormiguita en función del tiempo desde el momento en que parte desde P.



NOTA: en un rebote elástico las rapideces incidentes y emergentes son iguales ($v_i = v_f$) y las proyecciones de las velocidades a lo largo de la superficie de impacto son conservadas ($\vec{v}_i \cdot \hat{t} = \vec{v}_f \cdot \hat{t}$).

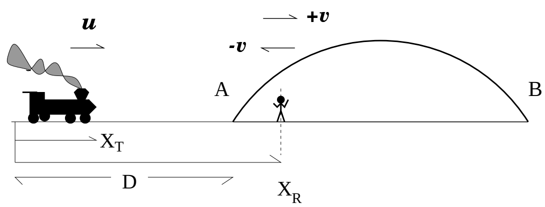


SOLUCION CONTROL No 1
INTRODUCCION A LA FISICA – OTOÑO 2000

Por: H. F. A.

Departamento de Física, FCFM, Universidad de Chile

PROBLEMA 1



- **Sea v la rapidez del robot;**
- **según definición de ejes $\rightarrow$ velocidad de robot hacia A es $-v$;**
- **las coordenadas tren y robot hacia A, con D la distancia inicial puente-tren:**

$$x_T = ut \tag{1}$$
$$x_R = D + \frac{1}{3}L - vt \tag{2}$$

Encuentro en A ($x_A = D$), en instante t_A:

$$D = ut_A \tag{3}$$
$$D = D + \frac{1}{3}L - vt_A \tag{4}$$

Deshacerse de $t_A \Longrightarrow$

$$\boxed{\tfrac{1}{3}L = \tfrac{v}{u}D} \tag{5}$$

Encuentro en B ($x_B = D + L$) en instante t_B; velocidad de robot=$+v$:

$$D + L = ut_B \tag{6}$$
$$D + L = D + \frac{L}{3}L + vt_B \tag{7}$$

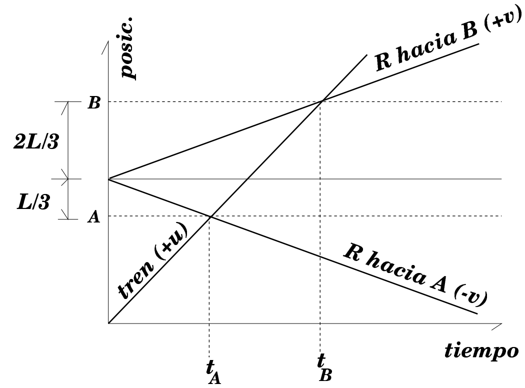
Deshacerse de $t_B \Longrightarrow$

$$\boxed{\tfrac{2}{3}L = \tfrac{v}{u}(D + L)} \tag{8}$$

Combinando Ecs. (5) y (8) $\Longrightarrow$

$$\boxed{v = \tfrac{1}{3}u} \tag{9}$$

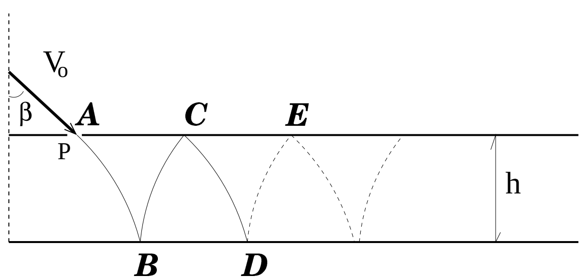
$\boxed{\text{PROBLEMA 1 (solución gráfica)}}$



- De la figura $u = \frac{L}{t_B - t_A}$.
- Considerando pendiente "R hacia A": $v = \frac{L/3}{t_A}$
- Considerando pendiente "R hacia B": $v = \frac{2L/3}{t_B}$
- Sustituyendo t_A y t_B en expresión para $u \Longrightarrow$:

$$\boxed{v = \frac{u}{3}}$$

$\boxed{\text{PROBLEMA 2}}$



$\boxed{\text{Parte A}}$

- Simetría $\Longrightarrow t_{AB} = t_{BC} = t_{CD} = ...$
- Por lo tanto $T_g = 2t_{AB}$.
- Calculamos t_{AB}; descripción movimiento vertical con $y = 0$ en el piso:

$$y = h - v_\circ \cos\beta t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{10}$$

- Saltarina en el suelo $\Longrightarrow y = 0 \Longrightarrow$

$$0 = h - v_\circ \cos\beta t_{AB} - \frac{1}{2}gt_{AB}^2 \tag{11}$$

- Se resuelve ecuación cuadrática para t_{AB} :

$$t_{AB} = \frac{v_\circ \cos\beta \pm \sqrt{v_\circ^2 \cos^2\beta + 4h\frac{1}{2}g}}{-g} \tag{12}$$

- Consideramos solución $t_{AB} > 0$ (caso $v_\circ \cos\beta - \sqrt{...}$) pues pasada por B es posterior a pasada por A. Factorizando por $v_\circ \cos\beta$ y usando $T_g = 2t_{AB}$ ...

$$T_g = \frac{2v_\circ \cos\beta}{g}\left(\sqrt{1+\frac{2gh}{v_\circ^2\cos^2\beta}}-1\right) \tag{13}$$

Parte B

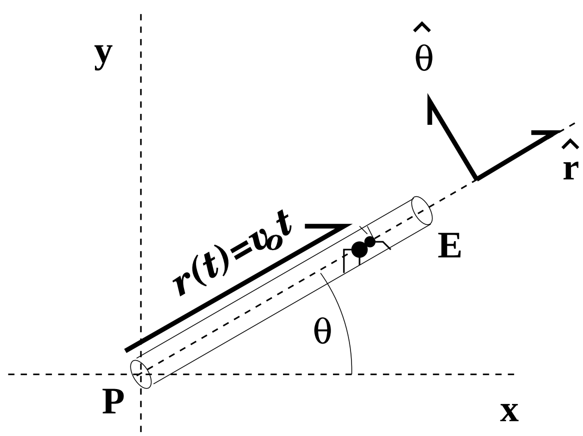
- **Cuando $g=0$ el movimiento es rectilíneo; $v_y = -v_\circ \cos\beta$.**
- **El lapso t_{AB} es en este caso $h/v_\circ \cos\beta$.**
- **El período $T_\circ = 2t_{AB}$ da:**

$$\boxed{T_\circ = \frac{2h}{v_\circ \cos\beta}} \tag{14}$$

- **Verificamos que (13) coincide con $T_\circ$ cuando $g \longrightarrow 0$:**

$$\begin{aligned}
T_g &= \frac{2v_\circ \cos\beta}{g}\left[\left(1+\frac{2gh}{v_\circ^2\cos^2\beta}\right)^{\frac{1}{2}}-1\right] && (15)\\
&\approx \frac{2v_\circ \cos\beta}{g}\left(\left(\cancel{1}+\frac{1}{2}\frac{2gh}{v_\circ^2\cos^2\beta}\right)-\cancel{1}\right) && (16)\\
&\approx \frac{2v_\circ \cos\beta}{g}\left(\frac{1}{2}\frac{2gh}{v_\circ^2\cos^2\beta}\right) = \frac{2h}{v_\circ \cos\beta} = T_\circ && (17)
\end{aligned}$$

PROBLEMA 3



- **Antes de salir del tubo la posición radial está data por $r(t) = v_\circ t$;**
- **las coordenadas (x, y):**

$$\begin{aligned}
x &= v_\circ t \cos(\omega t) && (18)\\
y &= v_\circ t \sin(\omega t) && (19)
\end{aligned}$$

• Desde que la hormiga (H) sale del tubo por E en el instante $t_S \rightarrow$ movimiento rectilíneo que pasa por $\vec{r}_{salida} = \vec{r}_S$ con velocidad $\vec{v}_{salida} = \vec{v}_S$:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_S + \vec{v}_S(t - t_S) \tag{20}$$

• El instante de salida: $t_S = \frac{L}{v_\circ}$;
• El ángulo θ al salir: $\theta_S = \omega t_S = \frac{\omega L}{v_\circ}$.
• Coordenadas de salida:

$$\begin{aligned} x_S &= L\cos(\omega L/v_\circ) && (21) \\ y_S &= L\sin(\omega L/v_\circ) && (22) \end{aligned}$$

• La velocidad de salida (con respecto a la superficie):

$$\begin{aligned} \vec{v}_{hormiga/superficie} &= \vec{v}_{hormiga/E} + \vec{v}_{E/superficie} && (23) \\ \vec{v}_S &= v_\circ\hat{r} + \omega L\hat{\theta} && (24) \end{aligned}$$

• Proyectando según ejes x e y (notar orientación de vectores unitarios $\hat{r}$ y $\hat{\theta}$ en la figura):

$$\begin{aligned} v_x &= v_\circ\cos\theta_S - \omega L\sin\theta_S && (25) \\ v_y &= v_\circ\sin\theta_S + \omega L\cos\theta_S && (26) \end{aligned}$$

• con lo anterior Ec (20) $\Rightarrow$:

$$\begin{aligned} x &= L\cos\theta_S + (v_\circ\cos\theta_S - \omega L\sin\theta_S)(t - t_S) && (27) \\ y &= L\sin\theta_S + (v_\circ\sin\theta_S + \omega L\cos\theta_S)(t - t_S) && (28) \end{aligned}$$

• donde $\theta_S = \omega L/v_\circ$ y $t_S = L/v_\circ$.