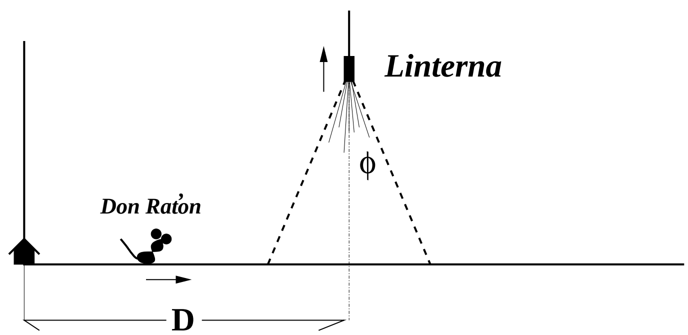
FI10A - CONTROL 1

INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA - FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS - UNIVERSIDAD DE CHILE
PROFS. (01) H. F. ARELLANO, (02) R. TABENSKY, (03) L. GONZÁLEZ,
(04) N. ZAMORANO, (05) R. GARREAUD, (06) S. DUFFAU

Jueves 10 de mayo de 2001 - Tiempo: 2 horas + 30 minutos

PROBLEMA 1 Una linterna asciende verticalmente con rapidez constante $\boldsymbol{u}$ iluminando en forma cónica un área circular sobre el piso. Mientras ello ocurre un ratón se aleja de su casa con rapidez constante $\boldsymbol{v}_\circ$ en trayectoria rectilínea que atraviesa diametralmente el área iluminada. Inicialmente el ratón se encuentra en la puerta de su casa y la linterna sobre el piso a una distancia $\boldsymbol{D}$ del ratón. El cono de iluminación de la linterna está caracterizado por un ángulo directriz $\boldsymbol{\phi}$.

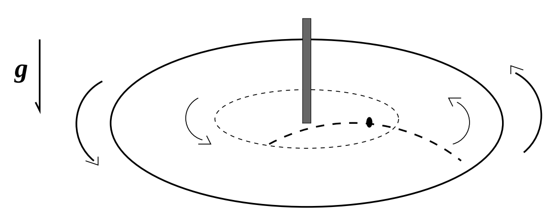
Calcule el lapso $\boldsymbol{T}$ que el ratón permanece iluminado. **Examine e interprete** concisamente su resultado en el caso límite $\boldsymbol{T}$ muy pequeño y $\boldsymbol{T}$ muy grande.



PROBLEMA 2 Cada lapsos $\boldsymbol{\tau}$ (2,14 años) la distancia entre tierra y marte es mínima. Suponiendo órbitas curcunferenciales, uniformes y coplanares, **determine el período** de órbita de marte en el sistema solar. **Examine** su resultado para el caso $\boldsymbol{\tau}$ muuuy grande e interprete concisamente.

PROBLEMA 3 Un disco de radio $\boldsymbol{R}$ dispuesto horizontalmente gira con velocidad angular constante $\boldsymbol{\omega}$ en torno a un eje vertical que pasa por su centro. A una distancia $\boldsymbol{\lambda R}$ del eje $(0 \leq \boldsymbol{\lambda} < 1)$ una pulga brinca con una rapidez $\boldsymbol{v}_\circ$ relativa a su posición de salto y perpendicular ésta.

Determine el máximo $\boldsymbol{\lambda}$ que garantice que la pulga cae sobre el disco después de su salto. **Examine** su resultado en el caso límite $\boldsymbol{\omega v}_\circ \gg \boldsymbol{g}$ e interprete concisamente.

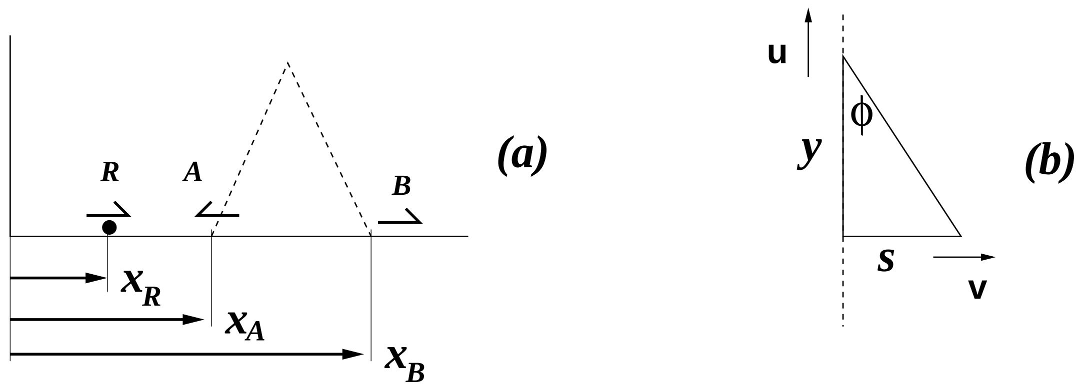


SOLUCION CONTROL No 1
INTRODUCCION A LA FISICA – OTOÑO 2001

Por: H. F. A.

Departamento de Física, FCFM, Universidad de Chile

PROBLEMA 1



• Sea v la rapidez de expansión del área iluminada: $v = \frac{\delta s}{\delta t}$. De figura (b) y considerando $u = \delta y/\delta t$:

$$s = y \tan\phi \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{\delta s}{\delta t}\right) = \left(\frac{\delta y}{\delta t}\right)\tan\phi \quad \Rightarrow \quad v = u\tan\phi \tag{1}$$

• La coordenada del ratón (R) con respecto a su casa: $x_R = v_\circ t$
• Las coordenadas de sus bordes (A y B) con respecto a casa de R...

$$x_A = D - vt \tag{2}$$
$$x_B = D + vt \tag{3}$$

• Ratón se topa con A en $t_A \to x_R(t) = x_A(t) \Rightarrow v_\circ t = D - vt \Rightarrow$

$$t \to t_A = \frac{D}{v_\circ + v}$$

• Análogamente para el encuentro del ratón con B en t_B:

$$t \to t_B = \frac{D}{v_\circ - v}$$

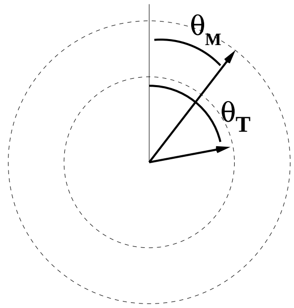
• Se calcula T:

$$T = t_B - t_A = \frac{2Dv}{v_\circ^2 - v^2} \longrightarrow T = \frac{2Du\tan\phi}{v_\circ^2 - u^2\tan^2\phi} \tag{4}$$

• Cuando T es pequeño $\Rightarrow 2Du\tan\phi \sim 0 \Rightarrow$ a) $\phi \sim 0$, o sea iluminación recta hacia abajo; b) $u \sim 0$, ó sea linterna subiendo lentamente; c) $D \sim 0$, ó sea una linterna muy cerca de la casa de R.
• Cuando T es muy grande ello ocurre cuando el denominador es muy cercano a cero: $v_\circ \sim u\tan\phi$ que indica que el ratón alcanza penosamente el borde B.

PUNTUACION: 1Pto v en función de u + 2Pts ecuaciones de encuentro (t_A y t_B) + 2Pts expresión correcta T + 1Pto discusión aceptable.

PROBLEMA 2



• Sea $t = 0$ el instante de mayor cercanía entre marte y tierra. Sea $\omega_T = 2\pi/T$ la velocidad angular de tierra con respecto al sistema solar $\Longrightarrow$

$$\theta_T = \left(\frac{2\pi}{T}\right) t.$$

• Sea $\omega_M = 2\pi/T_M$ la velocidad angular de marte con respecto al sistema solar $\Longrightarrow$

$$\theta_M = \left(\frac{2\pi}{T_M}\right) t.$$

• El instante de mayor cercanía (τ) ocurrirá cuando nuevamente marte-tierra-sol estén alineados $\Longrightarrow \theta_T(t) = \theta_M(t) + 2\pi \Longrightarrow$

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)\tau = \left(\frac{2\pi}{T_M}\right)\tau + 2\pi \quad \Rightarrow \quad \frac{\tau}{T} = \frac{\tau}{T_M} + 1 \quad \Rightarrow \quad T_M = \frac{\tau}{(\frac{\tau}{T}) - 1} \tag{5}$$

• Sustituimos T=1 año y τ=2.14 año $\Longrightarrow$

$$T_M = \frac{2.14}{2.14 - 1} = \frac{2.14}{1.14} = \frac{2.14 + 0.14 - 0.14}{1.14} = 1 - \frac{0.14}{1.14} \sim 1.9 \text{ años}$$

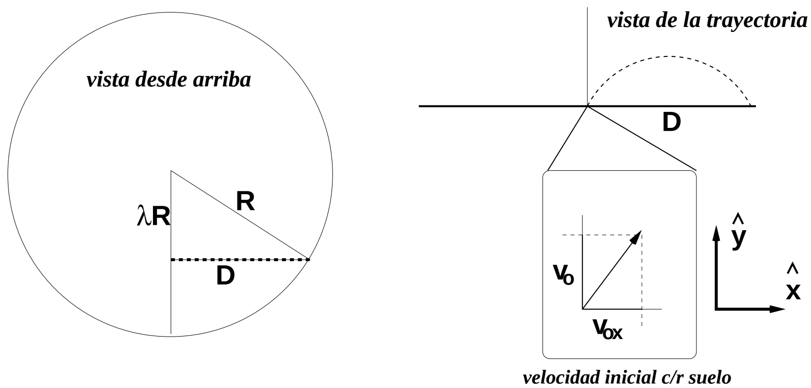
• En caso de que $\tau \gg T \Rightarrow \tau/T \gg 1$ y la relación para T_M (Ec. 5)...

$$T_M = \frac{\tau}{(\frac{\tau}{T}) - 1} \sim \frac{\tau}{(\frac{\tau}{T})} = T$$

por lo tanto $T_M \sim T$, indicando que la velocidad de órbita de marte es muy similar a la de tierra (tiene sentido!).

PUNTUACION: 4Pts determinación algebraica de T_M + 1Pto evaluación numérica + 1Pto discusión aceptable.

PROBLEMA 3



• Al brincar la pulga (desde λR del centro) su trayectoria vista desde arriba es recta; la condición 'llegar al borde' implica para el alcance horizontal D:

$$R^2 = (\lambda R)^2 + D^2 \quad \rightarrow \quad D = R\sqrt{1-\lambda^2} \tag{6}$$

• La velocidad de salida de la pulga <u>con respecto al suelo</u>:

$$\vec{v}_{pulga/suelo} = \vec{v}_{pulga/lugardesalto} + \vec{v}_{lugardesalto/suelo} \tag{7}$$

$$v_{\circ x}\hat{x} + v_{\circ y}\hat{y} = v_\circ \hat{y} + \omega(\lambda R)\hat{x} \tag{8}$$

• Separando por componentes:

$$v_{\circ x} = \omega\lambda R \qquad v_{\circ y} = v_\circ$$

• Las coordenadas de la pulga una vez en vuelo:

$$x = 0 + v_{\circ x}t \quad \rightarrow \quad x = \omega\lambda R t \tag{9}$$

$$y = 0 + v_{\circ y}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \rightarrow \quad y = v_\circ t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{10}$$

• Instante de llegada de pulga al suelo... $y(t) = 0 \longrightarrow$

$$0 = v_\circ t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad t \rightarrow t_s = \frac{2v_\circ}{g} \tag{11}$$

• Puesto que en t_s la distancia recorrida según x es $D \longrightarrow$

$$D = x(t_s)$$

• Sustituyendo expresión para D (Ec. 6) y $x(t = t_s)$ con t_s dado por Ec. 11,

$$R\sqrt{1-\lambda^2} = \omega\lambda R\left(\frac{2v_\circ}{g}\right) \quad \Rightarrow \quad \lambda^2 = \frac{1}{1+4(\omega v_\circ/g)^2}$$

• Cuando $\omega v_\circ \gg g$ se encuentra que $\lambda \sim 0$. Vale decir, el brinco de la pulga debe ocurrir muy cerca del eje del disco. La condición $\omega v_\circ \gg g$ se da cuando: i.- rapidez de salto muy grande ($v_\circ \gg g/\omega$); ii.- velocidad de rotación del disco muy grande ($\omega \gg g/v_\circ$).

PUNTUACION: 1Pto determinación D en función de λ + 2Pts velocidad inicial de lanzamiento al salto + 2Pts relación λ en fn de datos + 1Pto discusión aceptable