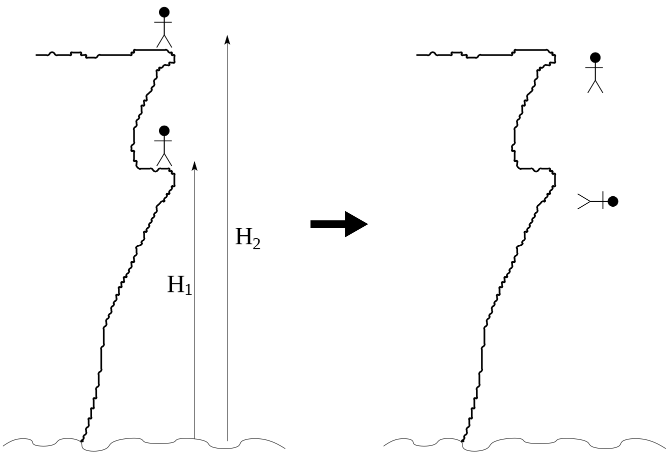
Introducción a la Física - Sección 7
Ejercicio N^o 3
Departamento de Física
Escuela de Ingeniería y Ciencias
Universidad de Chile

Prof. Rodrigo Soto
3 de abril de 2006
Tiempo: 30 minutos

Haga sus deducciones con prolijidad. Escriba en orden con letra legible. Una respuesta es correcta cuando tanto el método como el resultado son correctos. Cualquier método de solución correcto es válido.

En un acantilado como el que se muestra en la figura, hay dos personas a alturas H_1 y H_2 (desde el nivel del mar). En cierto instante las dos personas se lanzan al vacío con velocidad nula. La persona de arriba mantiene el cuerpo erguido y la persona de abajo se coloca extendida horizontalmente de manera que tiene más roce con el aire y así la de arriba puede alcanzarla. Como una buena aproximación podemos decir que la persona de arriba cae con la aceleración de gravedad g pero la de abajo con una aceleración un poco menor: $g' = g - \Delta g$.



Nota: El movimiento de ambas personas es puramente unidimensional.

(a) Grafique las trayectorias $y_1(t)$ e $y_2(t)$. Interprete el gráfico.

(b) Determine el tiempo que tardan en encontrarse las dos personas. ¿A qué altura se encuentran?

(c) Si $H_1 = 20\,\mathrm{m}$, $H_2 = 25\,\mathrm{m}$, $g = 10\,\mathrm{ms}^{-2}$ y $\Delta g = 1\,\mathrm{ms}^{-2}$, determine si las dos personas se alcanzan a encontrar antes de chocar con el agua.

Solución:

Las dos personas se mueven en una dimensión en un movimiento uniformemente acelerado. Las condiciones iniciales y la aceleración para cada persona son (si se escoge el orgien de coordenadas a nivel del mar y el eje y apuntando hacia arriba):

$$\text{Persona1} \quad : \quad x_{10} = H_1 \tag{1}$$

$$v_{10} = 0 \tag{2}$$

$$g_1 = g' = g - \Delta g \tag{3}$$

$$\text{Persona2} \quad : \quad x_{20} = H_2 \tag{4}$$

$$v_{20} = 0 \tag{5}$$

$$g_2 = g \tag{6}$$

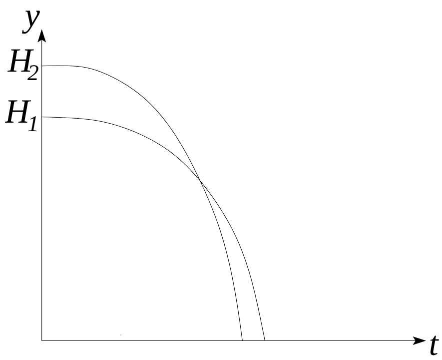
$$\tag{7}$$

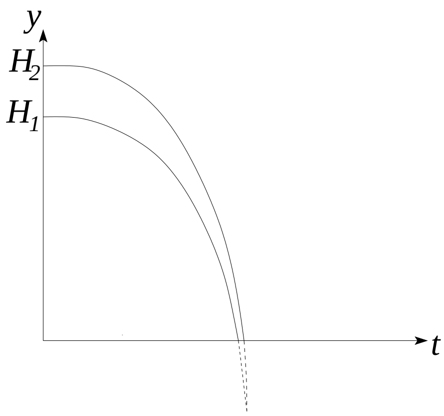
De manera que sus trayectorias son (usando la fórmula $y = y_0 + v_0 t - gt^2/2$):

$$y_1(t) \;=\; H_1 - g't^2/2 \tag{8}$$

$$y_2(t) \;=\; H_2 - gt^2/2 \tag{9}$$

El gráfico de las trayectorias corresponde a dos parábolas que comienzan a distinta altura y tienen distinta curvatura. La curva de más arriba es más cerrada





Como la curvatura de las curvas es diferente, éstas se pueden intersectar, lo que corresponde a que las dos personas se encuentren. Si esta intersección ocurre sobre el eje x entonces las dos personas se encontrarán antes de chocar con el mar (figura de la izquierda) y en caso contrario, se encontrarían después de chocar con el mar (figura de la derecha).

Las dos personas se encuentran si sus alturas coinciden. Es decir, cuando $y_1 = y_2$. Luego, reemplzando las trayectorias ya encontradas

$$H_1 - g't^2/2 = H_2 - gt^2/2 \tag{10}$$

que tiene como solución

$$t^* \;=\; \sqrt{\frac{2(H_2 - H_1)}{g - g'}} \tag{11}$$

$$\;=\; \sqrt{\frac{2(H_2 - H_1)}{\Delta g}} \tag{12}$$

Reemplazando en cualquiera de las trayectorias se obtiene la altura del encuentro

$$\begin{aligned} y^* &= y_2(t^*) && (13)\\ &= H_2 - \frac{g(H_2 - H_1)}{\Delta g} && (14)\\ y^* &= \frac{H_1 g - H_2 g'}{\Delta g} && (15) \end{aligned}$$

Al reemplazar los valores numéricos se encuentra que

$$y^* = -25m \quad (16)$$

que corresponde a una altura bajo el nivel del mar. Luego, las personas no alcanzan a encontrarse antes de chocar con el agua.