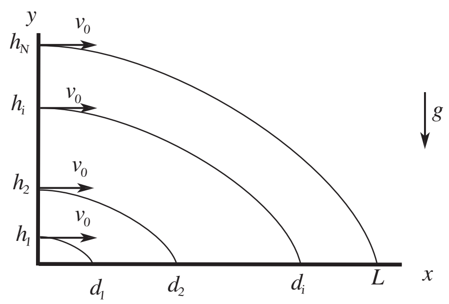
Introducción a la Física Fi10a

Profs: M. Clerc, R. Garreaud, P. Martens, A. Meza, S. Rica y C. Romero

13 mayo 2004 Tiempo 2 horas y 30 min

Problema 1

N partículas ubicadas a diferentes alturas $h_1, h_2, \ldots h_N$ sobre el eje y son lanzadas simultáneamente, con la misma velocidad $\vec{v} = v_0\hat{x}$, en la dirección positiva del eje x. Por acción de la fuerza de gravedad terrestre las partículas aterrizan en diferentes puntos sobre el eje x.



i) Encuentre la alturas h_i en función del índice i y los datos del problema para que los puntos donde aterrizan las partículas d_i estén uniformemente distribuidos entre $x \in [0, L]$, *i.e.* que la distancia entre el origen y el primer punto de aterrizaje y las distancias entre dos puntos seguidos cualesquiera, sea constante e igual para todos ellos. (4 ptos)

ii) Con qué retardo habría que lanzar las diferentes partículas para que aterrizaran simultáneamente, conservando una distribución uniforme sobre el eje x? (2 ptos)

Problema 2

i) Alumnos de la Escuela deciden medir los efectos de la atracción de gravedad ejercida por la cordillera de los Andes. Para ello cuelgan en el Hall de Física, una masa atada a un hilo de masa mucho menor y muy rígido (inextensible).

Siendo razonable en sus suposiciones, cuánto se deflecta (en grados) el peso de la vertical definida por la aceleración de gravedad? Comente su resultado.

NB. Considere que la Tierra no gira y que $G = 6.67 \times 10^{-8} \frac{cm^3}{s^2 gr}$.

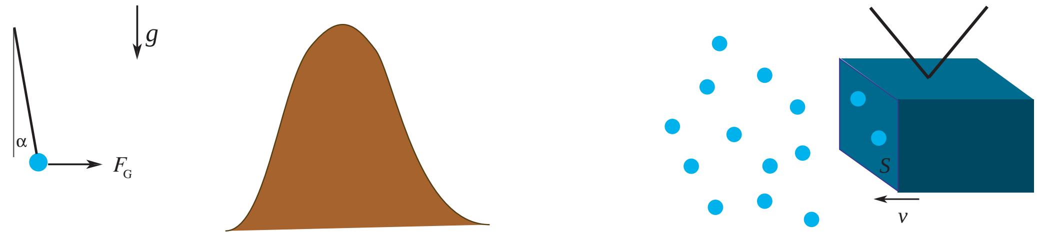


Figure 1: Izquierda Parte *i*, Derecha parte *ii*.

ii) Un satélite artificial de $M = 10kg$ de masa y área frontal de $S = 5000cm^2$ órbita en torno a la tierra a $200km$ de altura, con un velocidad de $v = 7850m/s$. En esa región del espacio, la densidad del aire es aproximadamente $\rho = 1.6 \times 10^{-13} gr/cm^3$. Suponga que los choques entre partículas de aire y el satélite son tales que la partícula queda adherida al satélite, sin por ello lograr aumento significativo de masa de él. Calcule la fuerza que la resistencia del aire ejerce sobre él. (Haga los calculos con variables y solo evalue al final)

Problema 3

Es bien sabido que Neil Armstrong viajó a la Luna con una pesa[1] . Antes de partir, sin embargo, verificó su buen funcionamiento con una masa $m_A = 1Kg$, lo que arrojó una lectura de $9.8 Newton$. Luego que la nave se hubo posado sobre la superficie lunar –donde la aceleración local g_L se sabe que es aproximadamente $\frac{1}{6}$ de la aceleración de gravedad en la superficie de la Tierra pero se desconoce su valor exacto– el astronauta toma una piedra lunar B de masa desconocida y la pesó, obteniendo una lectura de $9.8 Newton$. A continuación Mr. Armstrong ató las masas m_A y m_B de los extremos de una cuerda (de masa despreciable) que hizo pasar por una polea (también de masa despreciable). El dispositivo lo colgó del cielo de la nave espacial y observó que la masa m_B caía con una aceleración de $1.2m/s^2$. Utilizando esta información, calcule la aceleración de gravedad en la Luna, g_L. Justifique claramente las diferentes etapas del desarrollo.

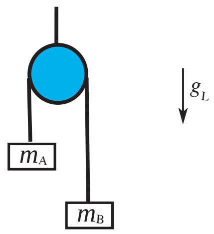


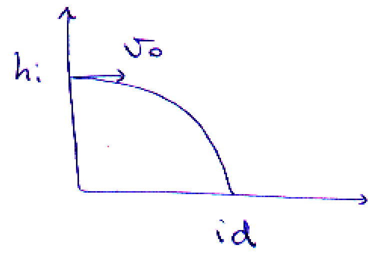
Figure 2: Experimentos en la Luna

[1] Esto es una ficción el héroe, Neil Armstrong, nunca se ha visto envuelto en un experimento de esta naturaleza.

SOLUCIÓN CONTROL 1

Solución P1

i)



$$x(t) = v_0 t$$

$$y(t) = h_i - \frac{1}{2} g t^2$$

choque con el suelo $\quad y = 0 \Rightarrow \quad h_i = \frac{1}{2} g t_i^2$

$$id = v_0 t_i$$

entonces

$$t_i = \frac{id}{v_0}$$

$$\Rightarrow \qquad h_i = \frac{1}{2} g \left(\frac{id}{v_0} \right)^2$$

$$\boxed{h_i = \frac{1}{2} \frac{g d^2}{v_0^2} i^2}$$

ii)

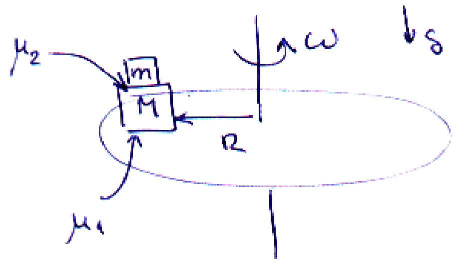
$$\Delta t = t_{i+1} - t_i = \frac{(i+1) d}{v_0} - \frac{id}{v_0}$$

diferencia de tiempo en aterrizar = retardo entre cada lanzamiento

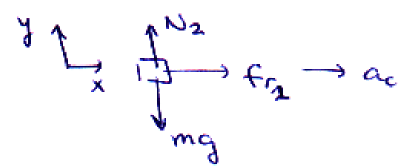
$$\Rightarrow \quad \boxed{\Delta t = \frac{d}{v_0}}$$

SOLUCIÓN CONTROL 1

Solución P2 |



DCL m



x) $f_{r_2} = m a_c = m\omega^2 R$

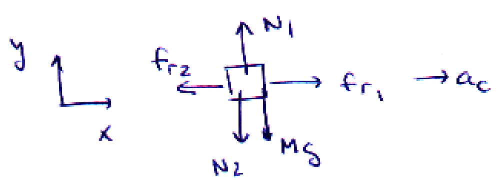
y) $N_2 - mg = 0 \Rightarrow N_2 = mg$

$$f_{r_2} = m\omega^2 R \le \mu_2 N_2$$

$$\cancel{m}\omega^2 R \le \mu_2 \cancel{m} g$$

$$\boxed{R \le \frac{\mu_2 g}{\omega^2}}$$

DCL M



x) $f_{r_1} - f_{r_2} = M a_c$

y) $N_1 - N_2 - Mg = 0$

$\Rightarrow N_1 = (m+M)g$

$$f_{r_1} = M a_c + f_{r_2} \le \mu_1 N_1$$

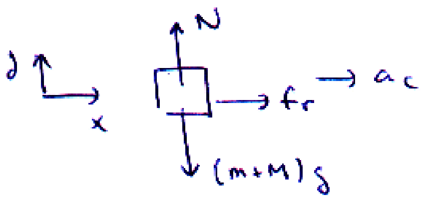
$$f_{r_1} = \cancel{(m+M)}\omega^2 R \le \mu_1 \cancel{(m+M)} g$$

$$\boxed{R \le \frac{\mu_1 g}{\omega^2}}$$

SOLUCIÓN CONTROL 1

Otra manera

DCL (m+M)



x) $f_r = (m+M)a_c$

y) $N - (m+M)g = 0$

$$f_r = (\cancel{m+M})a_c \le \mu_1 (\cancel{m+M}) g$$

$$\omega^2 R \le \mu_1 g$$

$$\boxed{R \le \frac{\mu_1 g}{\omega^2}}$$

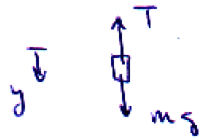
Si $\mu_1 > \mu_2 \Rightarrow R_{max} = \frac{\mu_2 g}{\omega^2}$

Si $\mu_2 > \mu_1 \Rightarrow R_{max} = \frac{\mu_1 g}{\omega^2}$

SOLUCIÓN CONTROL 1

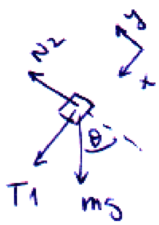
SOLUCION P3

DCL m



$$mg - T = M a_M \qquad (1)$$

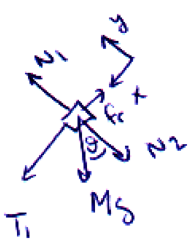
DCL m



x) $T_1 + mg\,\mathrm{sen}\,\theta = m a_2 \qquad (2)$

y) $N_2 - mg\cos\theta = 0$

DCL M



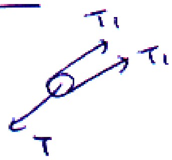
x) $T_1 + Mg\,\mathrm{sen}\,\theta - f_r = 0$

y) $N_1 - N_2 - Mg\cos\theta = 0$

$M = 2m \Rightarrow \quad T_1 + 2mg\,\mathrm{sen}\,\theta - f_r = 0 \qquad (3)$

$N_1 = 3mg\cos\theta$

DCL Polea



$$2T_1 = T$$

SOLUCIÓN CONTROL 1

Relación aceleraciones : $2a_M = a_2$

De (1) se tiene

$$mg - 2T_1 = ma_M \Rightarrow a_M = g - \frac{2T_1}{m} \quad (4)$$

y de (2)

$$T_1 + mg\,\text{sen}\,\theta = 2ma_M$$

$$T_1 + mg\,\text{sen}\,\theta = 2mg - 4T_1$$

$$5T_1 = 2mg - mg\,\text{sen}\,\theta$$

$$T_1 = \frac{mg}{5}(2 - \text{sen}\,\theta) \quad (5)$$

reemplazando en (3)

$$\frac{mg}{5}(2 - \text{sen}\,\theta) + 2mg\,\text{sen}\,\theta - f_r = 0$$

$$f_r = \frac{mg}{5}(2 + 9\,\text{sen}\,\theta) \leq \mu N_1$$

$$\frac{\cancel{mg}}{5}(2 + 9\,\text{sen}\,\theta) \leq \mu\, 3\cancel{mg}\cos\theta$$

$$\boxed{\mu \geq \frac{1}{15\cos\theta}\left[2 + 9\,\text{sen}\,\theta\right]}$$

SOLUCIÓN CONTROL 1

ii) usando (5) en (4) se obtiene

$$a_M = g - \frac{2}{\cancel{m}} \frac{\cancel{m}g}{5}(2 - \operatorname{sen}\theta)$$

$$a_M = g\left(1 - \frac{4}{5} + \frac{2}{5}\operatorname{sen}\theta\right)$$

$$\boxed{a_M = \frac{g}{5}(1 + 2\operatorname{sen}\theta)}$$