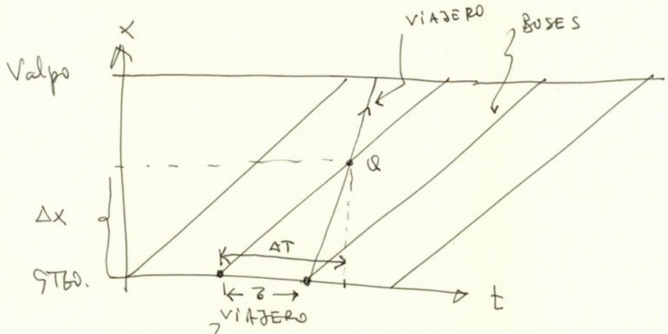
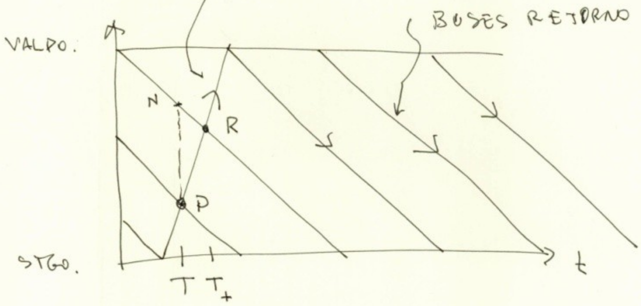
Problema #1

a) GRAFICOS





b) STGO — VALPSO.

Supongamos que el viajero sale simultáneamente con un BUS y se encuentra con el que salió antes en el pto. Q.

Ambos han recorrido la misma distancia

$V \equiv$ vel. BUS

$u \equiv$ vel. pasajero

$u > V$

$$\Rightarrow \quad \Delta x = V \cdot \Delta T = u(\Delta T - \tau)$$

$$\Delta T = \frac{u\tau}{u - V}$$

Por tanto la frecuencia con que se encuentra con los buses es:

$$\Delta T - \tau = \frac{u\tau}{u-V} - \tau = \frac{u\tau - (u-V)\tau}{u-V} = \frac{V}{u-V}\,\tau .$$

c) En el otro caso tenemos

En un cierto instante $t = T$, dos buses están a una distancia NP descrecida

$$NP = (u+V)(T_+ - T)$$

Pero la distancia NP en cualquier instante entre dos buses es

$$NP = \tau V$$

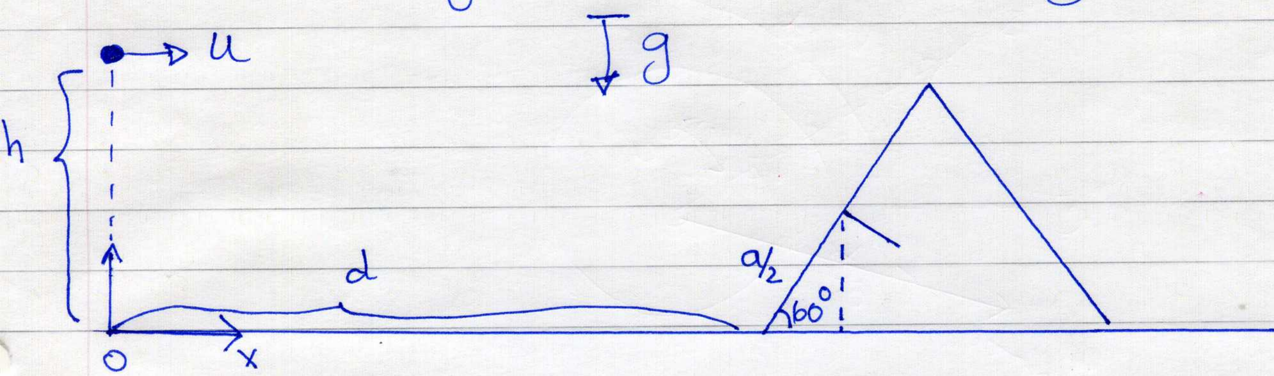
$$\tau V = (u+V)(T_+ - T)$$

$$\Rightarrow (T_+ - T) = \frac{\tau V}{u+V}$$

Que es un valor compatible con el anterior. (cambiar $V \to -V$ y calcular $(\tau - \Delta T)$ en lugar del propuesto).

Pauta P2, C1 2010

La situación geométrica es como sigue:



Situando el sistema de referencia como se indica, tendremos que

① $x = u \cdot t$

② $v_x = u$

③ $y = h - \frac{1}{2} g t^2$

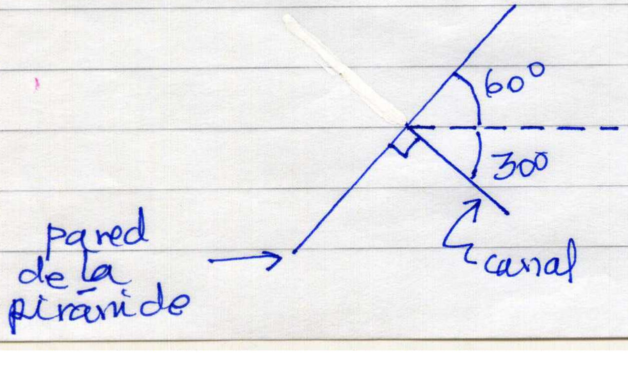
④ $v_y = -g t$

La entrada del canal secreto se encuentra en:

$$x_{canal} = d + \frac{a}{2} \underbrace{\cos 60^\circ}_{1/2} = d + \frac{a}{4}$$

$$y_{canal} = \frac{a}{2} \underbrace{\text{sen}\, 60^\circ}_{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{4} a$$

En el canal tendremos:

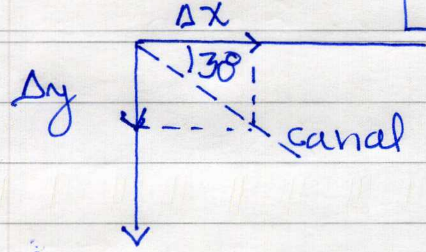


Como $\Delta y = v_y \Delta t$

$\Delta x = v_x \Delta t$

la condición para que la ofrenda llegue a la entrada, moviéndose en la dirección del canal es que:

[NB: Recordad que la velocidad indica la dirección instantánea del desplazamiento]



$$\underbrace{\tan 30^\circ}_{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{|\Delta y|}{\Delta x} = \frac{|v_y|}{v_x} \quad (5)$$

Sea t_e el instante en que la ofrenda llega a la entrada del canal; por (1) vemos que debe tenerse que:

$$x_{canal} = d + \frac{a}{4} = u \cdot t_e \quad (6)$$

y por (3) $y_{canal} = \frac{\sqrt{3}}{4} a = h - \frac{1}{2} g t_e^2$ (7)

Además, por (2), (4) y (5) evaluada en t_e $\Rightarrow$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{g t_e}{u} \Rightarrow t_e = \frac{u}{\sqrt{3} g}$$

Reemplazando t_e en (6) $\Rightarrow$ $d + \frac{a}{4} = \frac{u^2}{\sqrt{3} g}$ $\Rightarrow$

$$\boxed{d = \frac{u^2}{\sqrt{3} g} - \frac{a}{4}} \quad \left(= \frac{u^2}{\tan 60^\circ g} - \frac{a}{2} \cos 60^\circ \right)$$

y, reemplazando t_e en (7) $\frac{\sqrt{3}}{4} a = h - \frac{1}{6} \frac{u^2}{g}$

$$\Rightarrow \boxed{h = \frac{\sqrt{3}}{4} a + \frac{1}{6} \frac{u^2}{g}} \quad \left(= \frac{a}{2} \operatorname{sen} 60^\circ + \frac{1}{2g} u^2 \tan^2 30^\circ \right)$$

Solución Problema 3 [por Arellano]

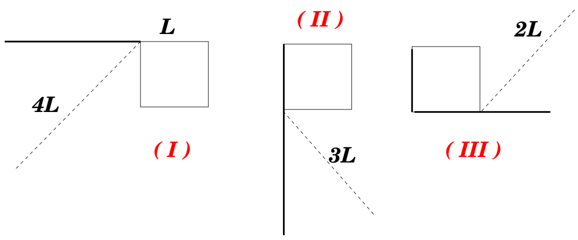
Parte a)

En la figura se ilustran tres instantes del movimiento del perrito alrededor del cuadrado. En cada uno de ellos se debe cumplir

$$u = \omega \times \text{Radio} \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{u}{R}.$$

Puesto que la rapidez del perrito es constante e igual a u, la velocidad angular va aumentando a medida que el radio disminuye. El lapso en recorrer un desplazamiento angular $\Delta\theta$ estará dado por

$$\Delta t = \frac{\Delta\theta}{\omega} = \frac{\Delta\theta}{u/R} = \frac{R\Delta\theta}{u}\ .$$



1) El tiempo para virar los primeros noventa grados ($\Delta\theta = \pi/2$) con $R = 4L$ es $\boxed{\text{1 Pto}}$

$$\Delta t_1 = \frac{4L\pi/2}{u} = \frac{2\pi L}{u}$$

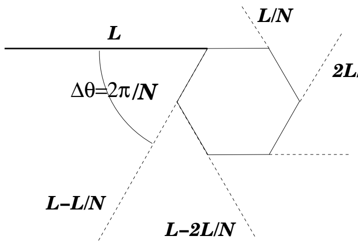
2) El tiempo en el segundo viraje ($\Delta\theta = \pi/2$) con $R = 3L$ es $\boxed{\text{1 Pto}}$

$$\Delta t_2 = \frac{3L\pi/2}{u} = \frac{3\pi L}{2u}\ .$$

3) El tiempo en los cuatro virajes ($\Delta\theta = \pi/2$) debe incluir $R = 2L$ y $R = L$. Sumando las cuatro contribuciones, $\boxed{\text{1 Pto}}$

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4 = \frac{2\pi L}{u} + \frac{3\pi L}{2u} + \frac{2\pi L}{2u} + \frac{1\pi L}{2u} = \frac{10\pi L}{2u} = \frac{5\pi L}{u}$$

Parte b)



1) Para el tiempo total de N virajes, cada uno en $\Delta\theta = 2\pi/N$, sumamos de acuerdo a como se hizo en la parte anterior. $\boxed{\text{1 Pto}}$

$$\begin{aligned}
\Delta t &= \Delta t_1 + \Delta t_2 + \ldots + \Delta t_{N-1} + \Delta t_N \\
&= \frac{R_1 \Delta\theta}{u} + \ldots + \frac{R_N \Delta\theta}{u} \\
&= \frac{\Delta\theta}{u}(R_1 + R_2 + \ldots + R_N) \ .
\end{aligned} \tag{1}$$

Notamos que $R_1 + R_2 + \ldots + R_N = (L/N)N(N+1)/2$, con lo cual $\boxed{\text{1 Pto}}$

$$\Delta t = \frac{\pi L(N+1)}{uN} \ .$$

2) Cuando N se hace muy grande, el polígono se asemeja a una circunferencia (barril). Arreglando adecuadamente la expresión anterior para Δt se tiene

$$\Delta t = \frac{\pi L}{u}\left(1 + \frac{1}{N}\right) \ .$$

Al hacer N enorme, $1/N$ resulta diminuto (despreciable) con respecto a 1. En el caso límite se obtiene $\boxed{\text{1 Pto}}$

$$\Delta t = \frac{\pi L}{u} \ .$$