

Control #3 Junio 30/2012

Problema #1



Cons. de Momento: $m v = m v_1 + M u$
 Cons. de la En.: $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} M u^2$

2 Ecs. y 4 incógnitas: M, v_1, u, v

Una ecuación adicional proviene del dato de la energía: $\Delta E = E_i - E_f = \frac{5}{9} E_i$
 $E_m = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{4}{9} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) \Rightarrow$

$\Rightarrow v_1 = \pm \frac{2}{3} v \Rightarrow \boxed{v_1 = -\frac{2}{3} v}$

$E_M = \frac{1}{2} M u^2 = \frac{5}{9} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) \Rightarrow$

$\boxed{\frac{u^2}{v^2} = \frac{5}{9} \left(\frac{m}{M} \right)}$

Como ya usamos la ecuación de la Energía, recurrimos al momento

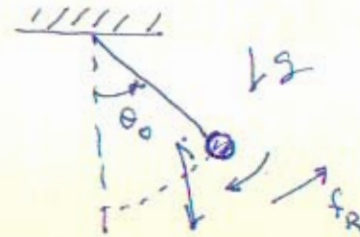
$m v = -\frac{2}{3} m v + M v \left(\frac{5}{9} \frac{m}{M} \right)^{1/2}$

$\frac{5}{3} m = \left(\frac{5}{9} \frac{M}{m} \right)^{1/2} \Rightarrow \boxed{M = 5m}$



c) El roce disipa Energía, luego el péndulo disminuye su amplitud y su período.

Problema #2



$E_i = m g R (1 - \cos \theta_0)$

$E_f = \frac{1}{2} m v^2$
 (sin roce)

$W_{roce} = + f_R \cdot R \theta_0$

a) $E_f = E_i - W_{roce}$

$\frac{1}{2} m v^2 = m g R (1 - \cos \theta_0) - R \theta_0 f_R$

$v^2 = 2 m g R (1 - \cos \theta_0) - R \theta_0 \left(\frac{f_R}{m} \right)$

$\boxed{v = \left[2(1 - \cos \theta_0) - \theta_0 \left(\frac{f_R}{m g} \right) \right] g R}$

b) En la parte más baja $\Rightarrow$ un mov. circular $\Rightarrow m a_c = \sum F_{ext}$

$-m \frac{v^2}{R} = -T + m g$

Con roce: $T = 2 m g (1 - \cos \theta_0) - \theta_0 f_R + m g$

$\hookrightarrow T_{cr} = m g \left[3 - 2 \cos \theta_0 - \theta_0 \left(\frac{f_R}{m g} \right) \right]$

sin roce $T_{sr} = m g [3 - 2 \cos \theta_0]$

$\boxed{\frac{T_{cr}}{T_{sr}} = 1 - \theta_0 \left(\frac{f_R}{m g} \right) \cdot \frac{1}{[3 - 2 \cos \theta_0]}}$

Problems #3

a.



$$E_i = \frac{1}{2} m v_o^2 - \frac{GMm}{R_\oplus}$$

$$E_f = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{GMm}{2R_\oplus}$$

$$E_i = E_f \Rightarrow \frac{1}{2} m v_o^2 = \frac{GMm}{R_\oplus} \left(-\frac{1}{2} + 1 \right)$$

$$v_o^2 = \frac{GM}{R_\oplus} = g R_\oplus$$

(2 pts)

$$v_o = \sqrt{g R_\oplus} \approx 28.800 \text{ km/h}$$

b.



$$L_i = L_f$$

$$m v_i \cdot R_\oplus = m v_f \cdot 4R_\oplus$$

$$\Rightarrow v_f = \frac{1}{4} v_i$$

$$E_i = E_f \Rightarrow \frac{1}{2} m v_i^2 - \frac{GMm}{R_\oplus} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{GMm}{4R_\oplus}$$

$$\frac{15}{16} v_i^2 = \frac{2GM}{R_\oplus} \left(1 - \frac{1}{4} \right)$$

$$v_i^2 = \frac{8}{5} \frac{GM}{R_\oplus} = \frac{8}{5} g R_\oplus$$

$$\Rightarrow v_i \approx 35.000 \text{ km/h}$$

4pts