Parte 1

Herramientas

1.1. Aritmética

1. Calcule en forma aproximada y verifique con calculadora: hfa[α]

$1/101$	$905/77$	$988/1{,}06$	$303/220$	$\sqrt{88}/0{,}015$
$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{7}$
$\sqrt{10}$	$\sqrt{22}$	$\sqrt{50}$	$\sqrt{150}$	$\sqrt{3/7}$
$\sqrt{5}/7$	$800/802$	$\sqrt{50}/703$	$\sqrt{51}/71$	$\sqrt{1,001}$
$\sqrt{0,98}$	$\sqrt{102}$	$(3/7)^{3/2}$	$\sqrt{\pi}$	π^2
$1/\pi$	$10^{1/3}$	$\sqrt{60,5}$	$2^{34}/10^3$	$2^{25}/3^{12}$
$7^{28}/\pi^6$	$7^8/\pi^8$	$3^8/3\pi^7$		

2. Un tablero de ajedrez consta de 8×8 casilleros. En el primero de ellos se pone un grano de maiz; en el segundo el doble del anterior; en el tercero el doble del anterior, y así sucesivamente. Estime el volumen de granos para toda la operación y compárelo con el de Tierra cuyo radio aproximado 6400 km. cl[β]

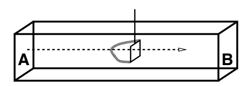
3. Una hoja de papel es cortada en dos partes iguales las cuales se adhieren formando una hoja de doble espesor pero de área igual a la mitad de la original. El procedimiento es repetido en formas sucesivas hasta que el espesor de la 'hoja' cubra la distancia tierra–luna. Calcule el área de las páginas en tal caso y el número de átomos por página. cl[1][β]

4. La densidad del aluminio (Al) es de 2.7 g/cc, lo que significa que 1 cc de Al compacto tiene una masa de 2.7 g. Además, el peso atómico del Al es 27, con lo cual un mol (6.02×10^{23} átomos) de Al tiene una masa de 27 g. Con estos datos calcule la distancia que cubre 1 cc de Al al poner los átomos en línea. Compare su resultado con la distancia media tierra-sol (1.5×10^{11} m). hfa[β]

5. **En un mol de agua (34 gramos) hay $6{,}02\times10^{23}$ moléculas de H_2O. Si cada moléculas fuese un cubo de 1 mm^3, y un mol de éstas fuesen empacadas en un gran cubo, determine la longitud de cada arista de éste en kilometros.** hfa[α]

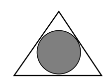
6. **La densidad del agua en estado líquido es de 1000 kg/m^3 y la del hielo 920 kg/m^3. Estime y compare porcentualmente la distancia media entre los átomos de oxígeno para el agua en cada estado.** hfa[α]

7. **Un acuario de longitud $\underline{L}$ (50 cm) y de sección transversal $\underline{S}$ (25$\times$25 cm^2) es limpiado utilizando una red de área $\underline{a}$ (100 cm^2). El procedimiento es pasar la red longitudinalmente desde A hacia B tantas veces como sea necesario. A su paso la red captura todas las partículas no deseadas del acuario. Suponiendo que cada vez que la red es pasada los desechos se distribuyen uniformemente, calcule el número de pasadas de la red para que la cantidad de desechos disminuya a la décima parte.** hfa[$\beta\gamma$]

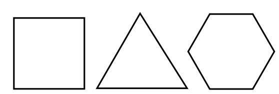


1.2. Geometría

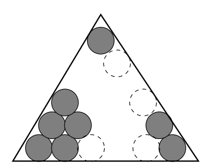
1. **Calcule la razón entre el área del círculo y del triángulo equilátero que lo contiene.** hfa[α]



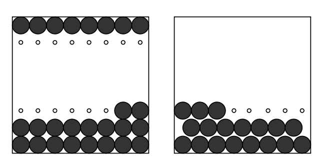
2. **Considere tres figuras equiláteras de igual perímetro: un cuadrado, un triángulo y un hexágono. Compare porcentualmente el área entre ellas tomando como referencia el área del cuadrado.** hfa[2][$\alpha\beta$]



3. **Calcule la razón entre el área abarcada por los $n(n+1)/2$ círculos de igual radio y el triángulo equilátero que los contiene en forma compacta.** hfa[β]



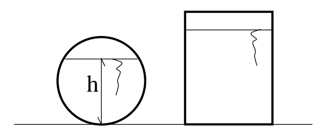
4. **Hay que decidir el tipo de empaque que se les van a dar a pelotas de tenis de radio $\underline{R}$ en una bandeja cuadrada de lados de longitud $\underline{N(2R)}$, con $N > 1$. En la base inferior de cada bandeja se ubicarán N de ellas, y el resto se ubicará siguiendo los dos patrones mostrados en la figura. Decida cual de las dos configuraciones resulta más conveniente calculando la razón entre el área abarcada por las pelotas y el área disponible. Estime un resultado para el caso $N \gg 1$.** hfa[γ]



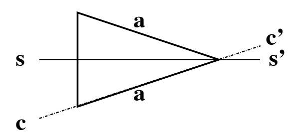
5. **La altura de la roca más alta en una isla es de 50 m. Desde la punta del mástil de un velero, cuya altura es de 10 m, un marino avista la isla. Determine la distancia máxima del velero a la isla.** cl[α]

6. **Desde el centro de un cubo emergen dos rayos a una misma cara de éste. Calcule el máximo ángulo entre ellos.** cl[α]

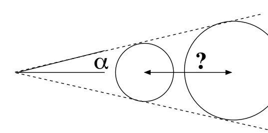
7. **Un barril cilíndrico de radio $\underline{R}$ y longitud $\underline{L}$ es llenado parcialmente con agua. Cuando éste es dispuesto horizontalmente el nivel del líquido es $\underline{h}$. Determine el nivel de agua cuando el barril es dispuesto en forma vertical.** nz[β]



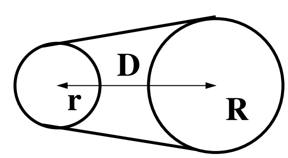
8. **Un triángulo isósceles de lados simétricos de longitud $\underline{a}$ y ángulo entre ambos $\underline{\alpha}$, posa sobre un plano. El triángulo es rotado en un ángulo $\underline{\beta}$ en torno a su eje de simetría ss'. Determine las dimensiones y área del triángulo que resulta proyectado sobre el plano y compárelas con las que se obtendrían si la rotación se efectúa en torno a uno de los lados del triángulo (eje cc').** hfa[$\beta\gamma$]



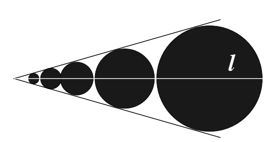
9. **Determine la distancia entre los centros de dos esferas de radios $\underline{R}$ y $\underline{r}$ respectivamente, cuando éstas se mantienen en contacto con las paredes de un cono cuyo ángulo entre su eje y una de sus directrices es α.** hfa[α]



10. **Dos discos de distinto radio ($\underline{R}$ y $\underline{r}$) se disponen para sostener una cadena de bicicletas. Las distancias entre los ejes de los discos es $\underline{D}$. Calcule la longitud de la cadena de bicicleta en función de los datos.** nz[3][β]

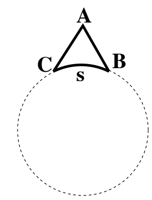


11. **En la figura se muestra una secuencia de círculos cuyos centros se ubican a lo largo de una recta ℓ. Los círculos están en contacto entre sí y tienen una tangente común cuyo ángulo con ℓ es $\underline{\alpha}$. El mayor de los círculos es de radio $\underline{R}$. Determine el area abarcada por todos los círculos.** hfa[β]

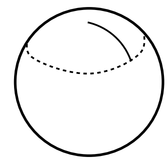


12. **Una circunferencia extendida ecuatorialmente sobre la Tierra aumenta su longitud en 1 m. Determine el incremento del radio de la circunferencia.** cl[α]

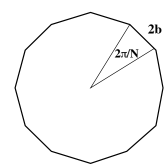
13. **El triángulo ABC de la figura consiste en dos segmentos rectos de igual tamaño y un arco de longitud $\underline{s}$ en la periferia de un círculo de radio $\underline{R}$. La altura $\underline{h}$ del triángulo está dada por la distancia del vértice A al punto medio del arco $\overline{BC}$. En ningún caso el arco es cortado por los segmentos rectos. Determine el área del triángulo.** hfa[4][β]



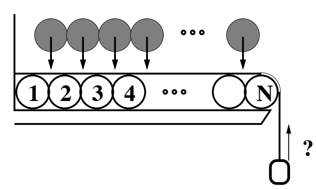
14. **Sobre una superficie esférica de radio $\underline{R}$ se traza una circunferencia utilizando una cuerda de longitud $\underline{r}$ tensa, fija a la esfera en uno de sus extremos. Determine el perímetro de la circunferencia.** hfa[$\alpha\beta$]



15. **$\underline{N}$ peques cuyos brazos extendidos tienen una longitud $\underline{b}$ juegan a la ronda. Determine el ángulo entre el brazo derecho e izquierdo de cada uno y el radio de la circunferencia que cada uno de ellos describe mientras juega. Estime el número de niños que pueden jugar a la ronda en una cancha de baloncesto.** rtr[$\alpha\beta$]



16. **$\underline{N}$ tambores cilíndricos de radio $\underline{R}$ son dispuestos en línea como se indica. Un cordel estirado se extiende sobre los tambores y una carga cuelga verticalmete desde el extremo libre del cordel. Una segunda corrida de tambores es dispuesta, aplastando el cordel como se indica. Determine el desplazamiento vertical de la carga.** hfa[$\alpha\beta$]



1.3. Vectores

1. **En el plano xy, el vector $\vec{A}$ es de magnitud 5 y forma un ángulo de $+30°$ con respecto al vector unitario $\hat{x}$. El vector $\vec{B}$ es de magnitud 5 y colineal con $-\hat{x}$. Determine los vectores $\vec{C}_\pm \equiv \vec{A} \pm \vec{B}$: magnitudes y ángulos con respecto a $\hat{x}$.** hfa[α]

2. **Considere el vector $\vec{G} = 3\hat{x} + 4\hat{y}$. Determine un vector unitario $\hat{n}$ en el plano xy perpendicular a $\vec{G}$.** hfa[6][α]

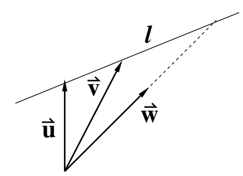
3. **Un globo se desplaza una distancia $\underline{a}$ en dirección norte ($\hat{x}$), luego una distancia $2a$ en la dirección oeste ($\hat{y}$) y luego asciende ($\hat{z}$) una distancia $3a$. Determine la magnitud del desplazamiento total y sus ángulos con respecto a las direcciones $\hat{x}$, $\hat{y}$ y $\hat{z}$.** hfa[α]

4. **Un caminante realiza tres desplazamientos rectos consecutivos de magnitud $\underline{d}$. Al final de cada tramo el caminante vira hacia la izquierda un ángulo $\underline{\theta}$ con respecto a la dirección precedente. Si el primer desplazamiento es en la dirección $\hat{x}$, determine el desplazamiento total en términos de los vectores ortogonales $\hat{x}$ e $\hat{y}$. Calcule la magnitud del desplazamiento total y determine θ para el cual éste resulta nulo.** hfa[α]

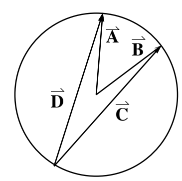
5. **Considere las relaciones $\vec{r} = \vec{r}_\circ + \vec{v}_\circ t + (1/2)\vec{a}t^2$, y $\vec{v} = \vec{v}_\circ + \vec{a}t$, donde $\vec{r}_\circ$, $\vec{v}_\circ$ y $\vec{a}$ son constantes, y t un parámetro escalar. Demuestre la relación vectorial $v^2 - v_\circ^2 = 2\vec{a} \cdot \Delta\vec{r}$, donde $v^2 = \vec{v} \cdot \vec{v}$ y $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_\circ$.** cl[$\beta$]

6. **Dados dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ de igual magnitud, demuestre que $(\vec{A} + \vec{B}) \perp (\vec{A} - \vec{B})$. Visualice gráficamente.** cl[α]

7. **Considere dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ que soportan una línea recta ℓ como se indica. Un tercer vector, $\vec{w}$, se ubica en el mismo origen de $\vec{u}$ y $\vec{v}$. Determine el escalar λ que permite que $\lambda\vec{w}$ quede en la línea ℓ.** hfa[7][β]



8. **Considere los vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ y $\vec{D}$ que se muestran en la figura. Los dos primeros son de igual magnitud y parten del centro de la circunferencia. Demuestre que el ángulo entre $\vec{A}$ y $\vec{B}$ es el doble del que hay entre $\vec{C}$ y $\vec{D}$.** hfa[$\beta\gamma$]



9. **Considere los tres vectores coplanares $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$. Determine los escalares a y b que permiten relacionar $\vec{C}$ con $\vec{A}$ y $\vec{B}$ mediante la combinación lineal $\vec{C} = a\vec{A} + b\vec{B}$. Los escalares a y b deben quedar expresados en términos de A, B, C, $\vec{A} \cdot \vec{B}$, $\vec{B} \cdot \vec{C}$ y $\vec{C} \cdot \vec{A}$.** hfa[8][β]

10. **Considere un triángulo definido por dos vectores conocidos $\vec{A}$ y $\vec{B}$. Determine, en función de A, B y $\vec{A} \cdot \vec{B}$: el perímetro del triángulo; una de las alturas del triángulo; el área del triángulo; y la longitud de la bisectriz entre los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$.** hfa[9][β]