

Métodos experimentales: detección de interfases

Unidad 3 - Clase 2

María Luisa Cordero

Nicolás Mujica

Plan

- Detección de interfases: casos estáticos y dinámicos
- Casos dinámicos usando imágenes
 - ➔ Ejemplo 1: Inestabilidad de Faraday y solitón no propagativo
 - ➔ Ejemplo 2: Turbulencia de ondas
- Casos dinámicos usando medidas eléctricas
 - ➔ Ejemplo 3: Modos normales de una superficie libre
 - ➔ Ejemplo 4: Caracterización de ondas de gravedad en flujo de Taylor-Couette con superficie libre
 - ➔ Ejemplo 5: Medición de tasa de decaimiento de ondas de superficie

Detección de interfases

- Casos estáticos (imágenes)
 - ➔ Tensión de superficie líquido-gas
 - ➔ “wetting” de una superficie sólida: interfase sólido-gas-líquido
- Casos dinámicos (imágenes o medidas eléctricas)
 - ➔ Partículas, gotas o burbujas en movimiento en un fluido
 - ➔ Inestabilidades hidrodinámicas
 - ➔ Ondas propagativas o estacionarias
 - ➔ Turbulencia de ondas
 - ➔ Fluctuaciones de ondas capilares a la interfase líquido-gas y sólido-fluido

Análisis de imágenes

- Una imagen es una matriz (2D o mas)
 - 2D: Escala de grises
 - 3D: RGB
 - 4D: CMYN
- Si la dimensionalidad es >2 , se debe convertir a 2D
- Si la imagen está bien tomada, el resto del trabajo es bastante simple!
- Para detectar una interfase, debe existir un buen contraste entre las fases (líquido-gas o sólido-líquido, etc).

Ejemplo 0

¿Se puede detectar el horizonte del mar en esta foto?

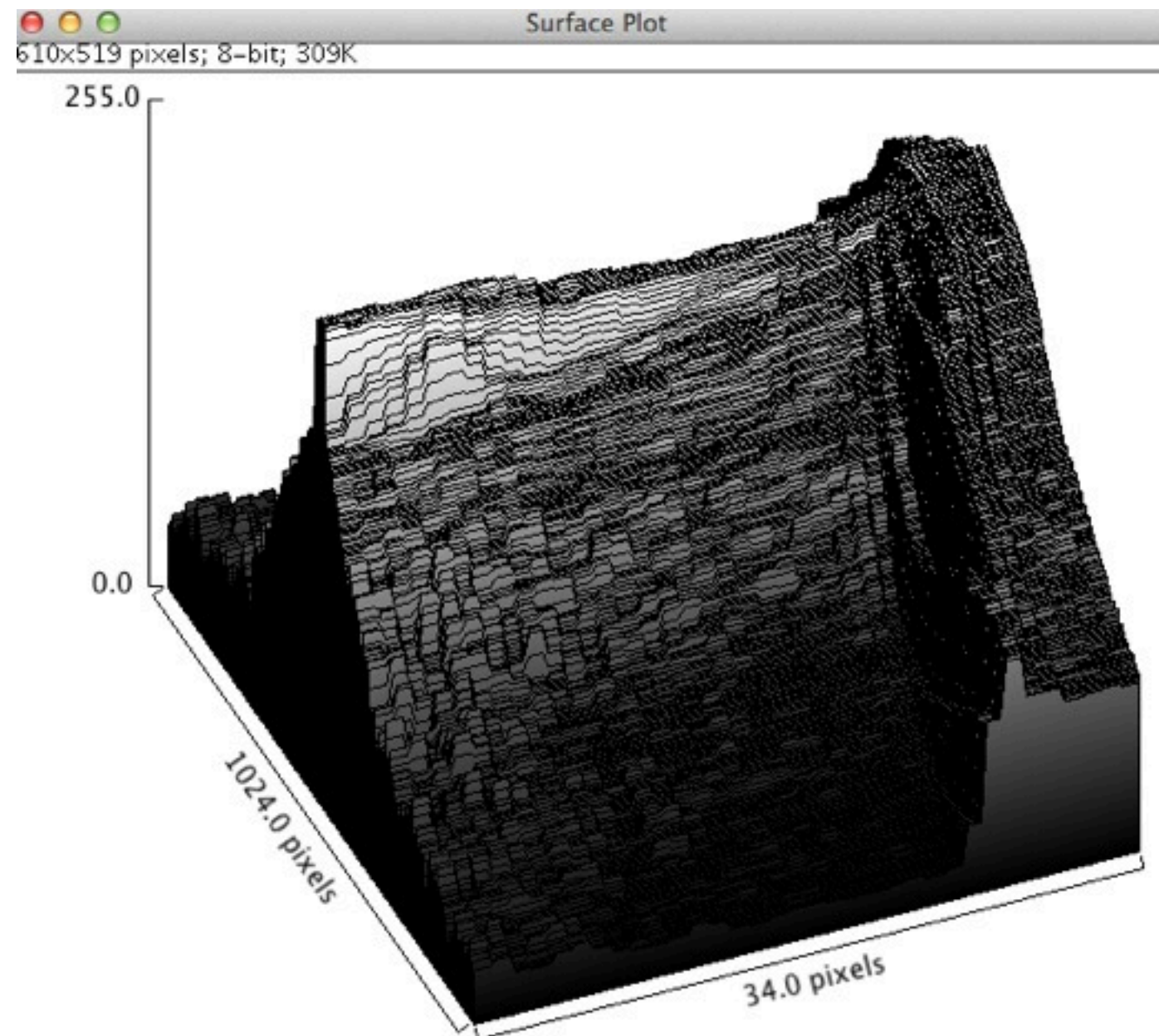


Herramientas

- ImageJ: distribución gratuita (Windows, Linux, Mac OS). Se trabaja sobre imágenes sin tener acceso “facil” a la info de la matriz.
- En nuestra imagen de ejemplo:
 - ➔ Image->Type->32 bit
 - ➔ Select area->Image->Crop
 - ➔ Image->Transform->Rotate 90 degrees right
 - ➔ Line->Analyze->Plot profile (un punto)
 - ➔ Analyze->Surface Plot...
- No se obtiene fácilmente la info de la matriz.
- Pero hay una gran cantidad de Macros (a instalar y ejecutar; en lenguaje similar a Java)

Herramientas

- ImageJ: distribución gratuita (Windows, Linux, Mac OS). Se trabaja sobre imágenes sin tener acceso “facil” a la info de la matriz.



Herramientas

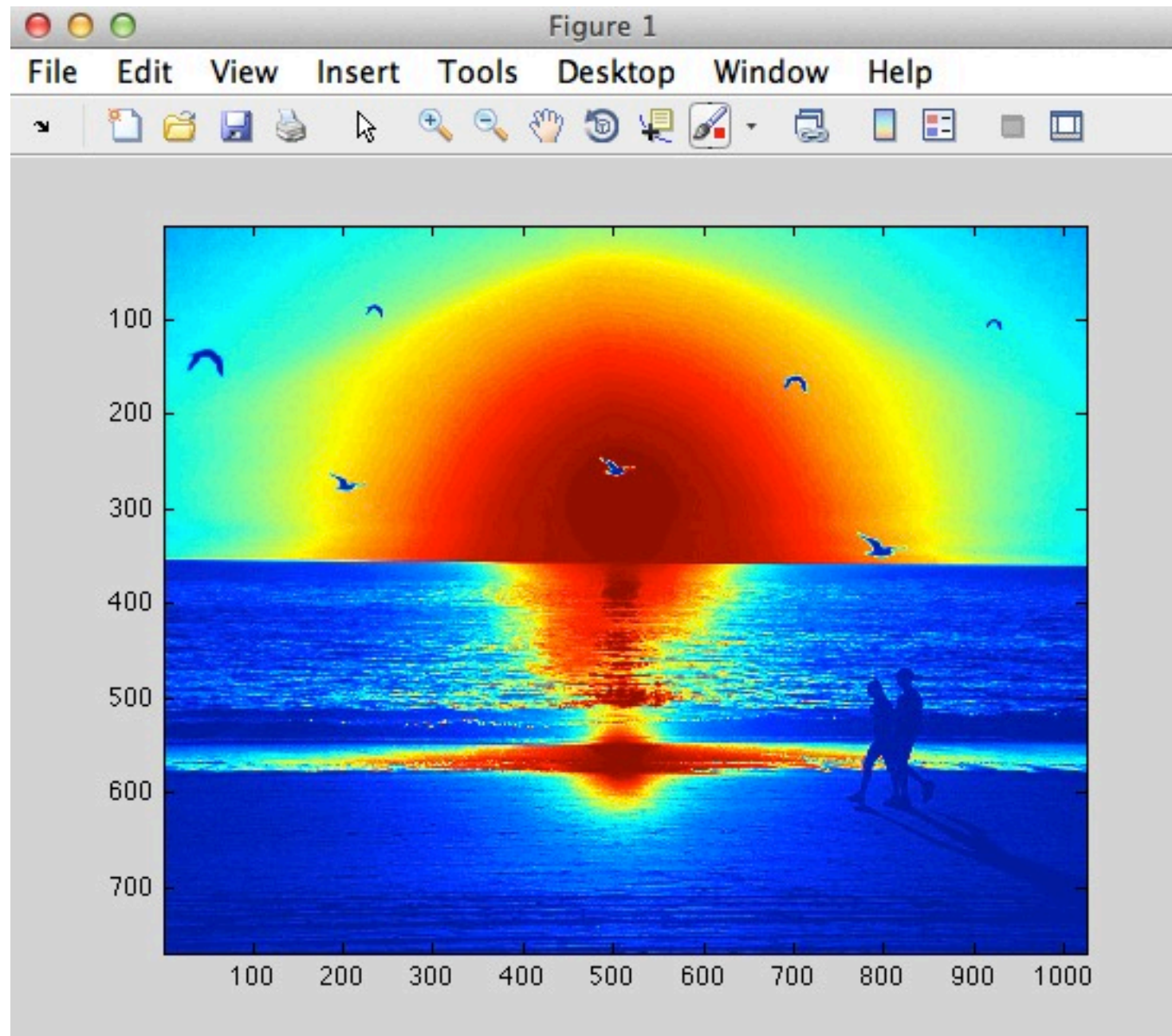
- Matlab: licencia es cara y se requiere el toolbox de análisis de imágenes. Se trabaja sobre la info de la matriz.
- Desde el directorio donde está la imagen:

```
>> Im = imread('sunset.tiff');  
>> size(Im)  
  
ans =  
  
        768        1024         3  
  
>> Im = rgb2gray(Im);  
>> size(Im)  
  
ans =  
  
        768        1024  
  
>>
```

- Aun es la imagen completa

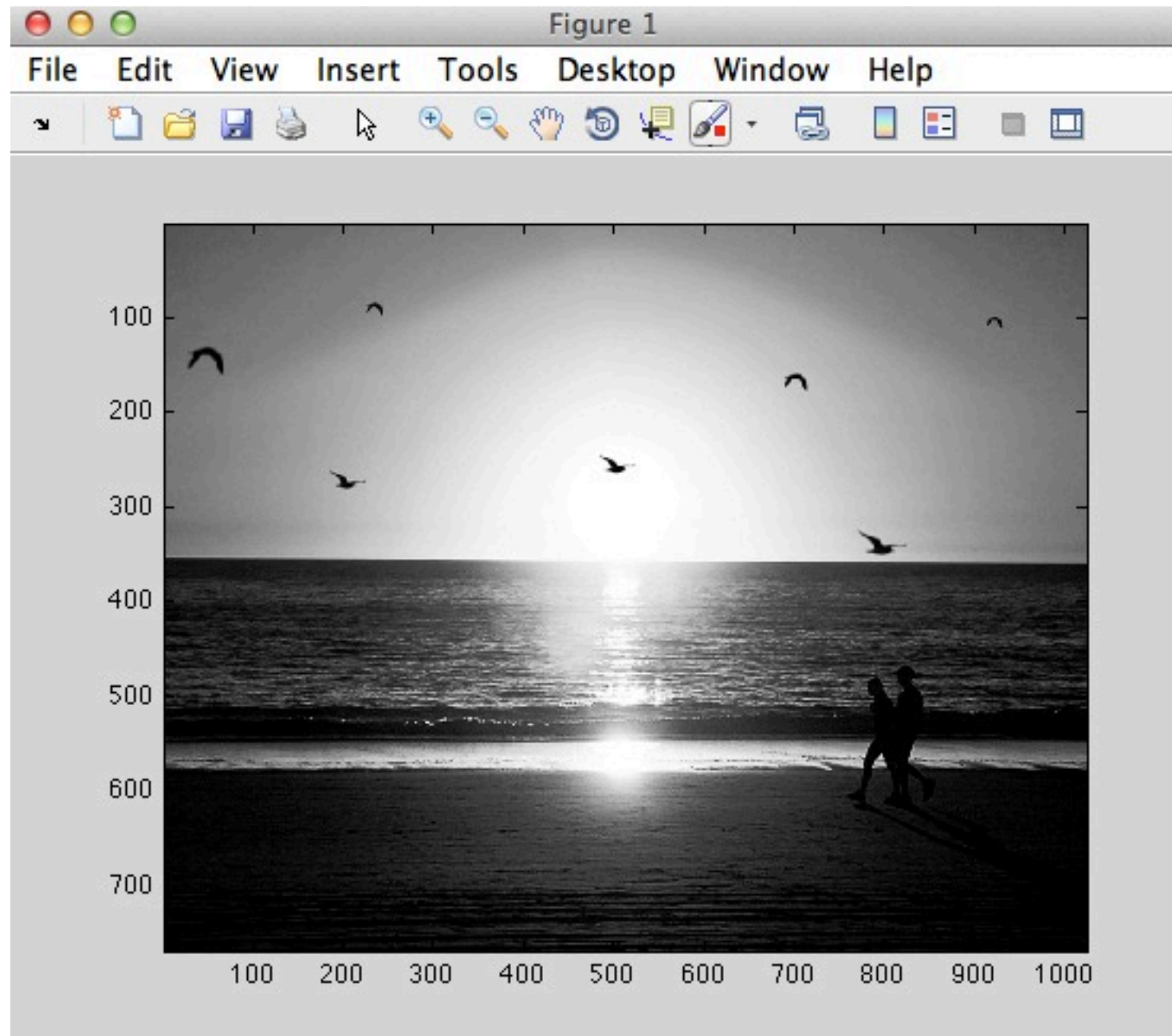
Herramientas

- Para visualizar: `imagesc(Im)`



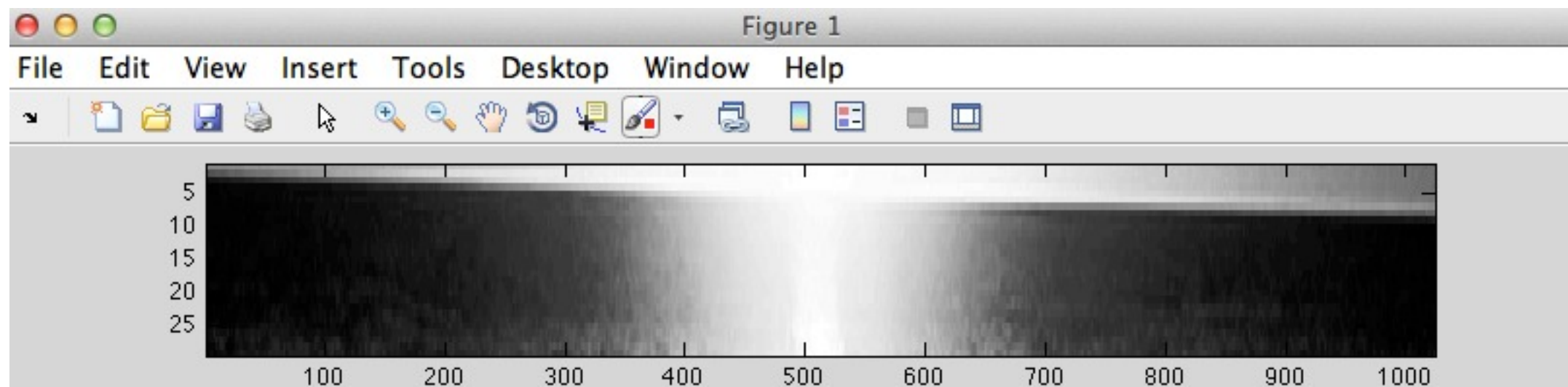
Herramientas

- Escala de grises: colormap gray



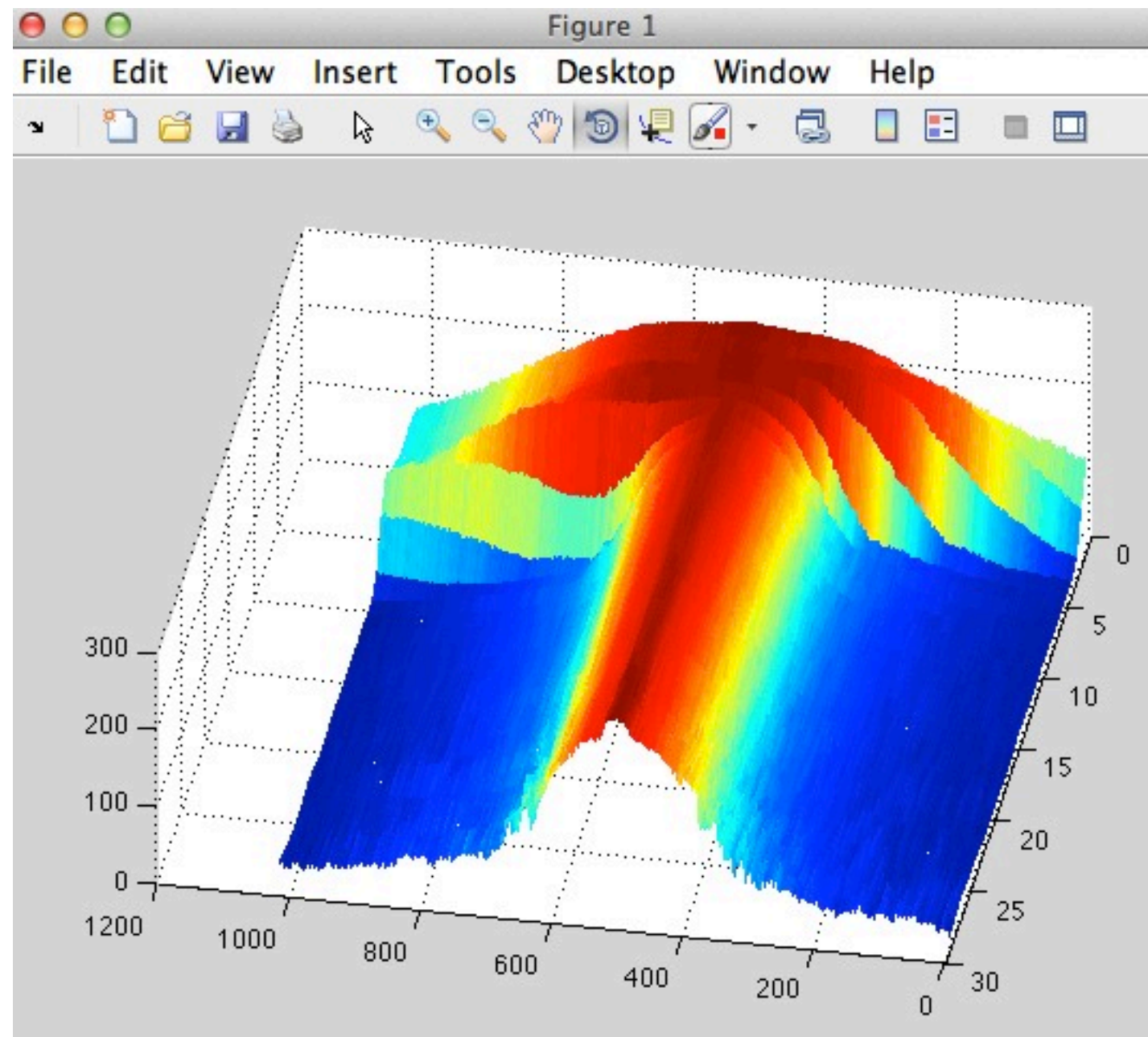
Herramientas

- Con un zoom determinamos el rango de interés
- `lmc = lm(352:380,:);`
- `imagesc(lmc)`



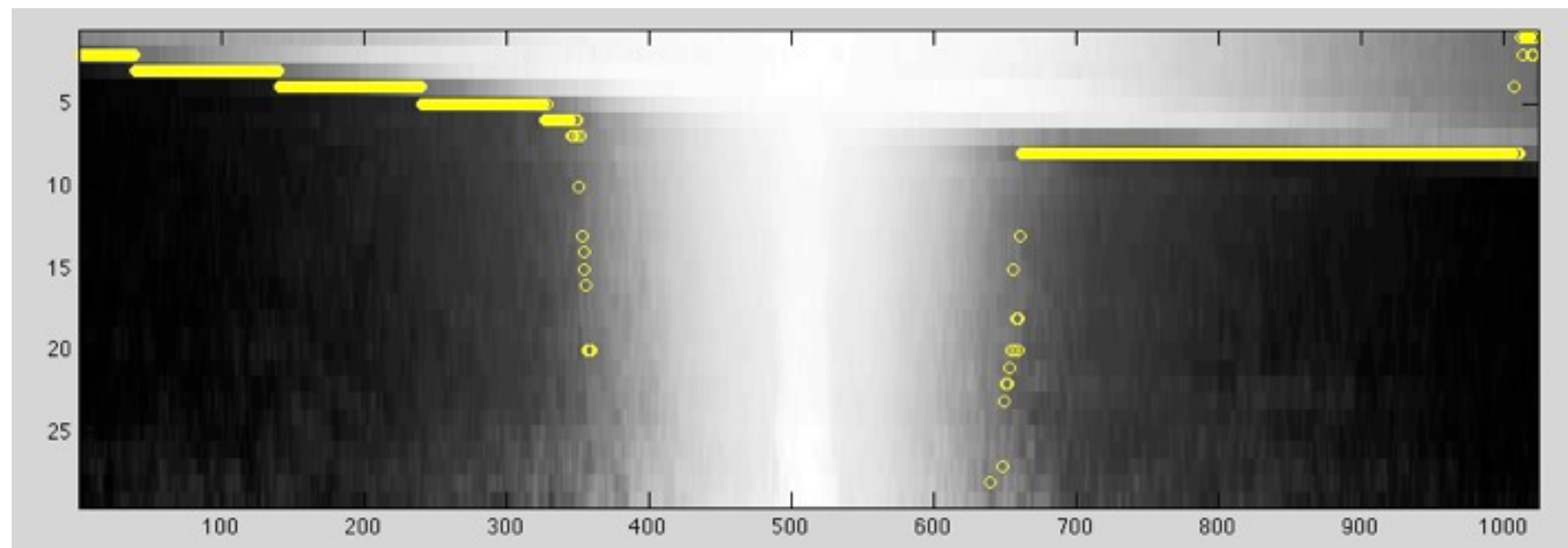
Herramientas

- Para visualización 3D: `surf(lmc)` + `shading flat`



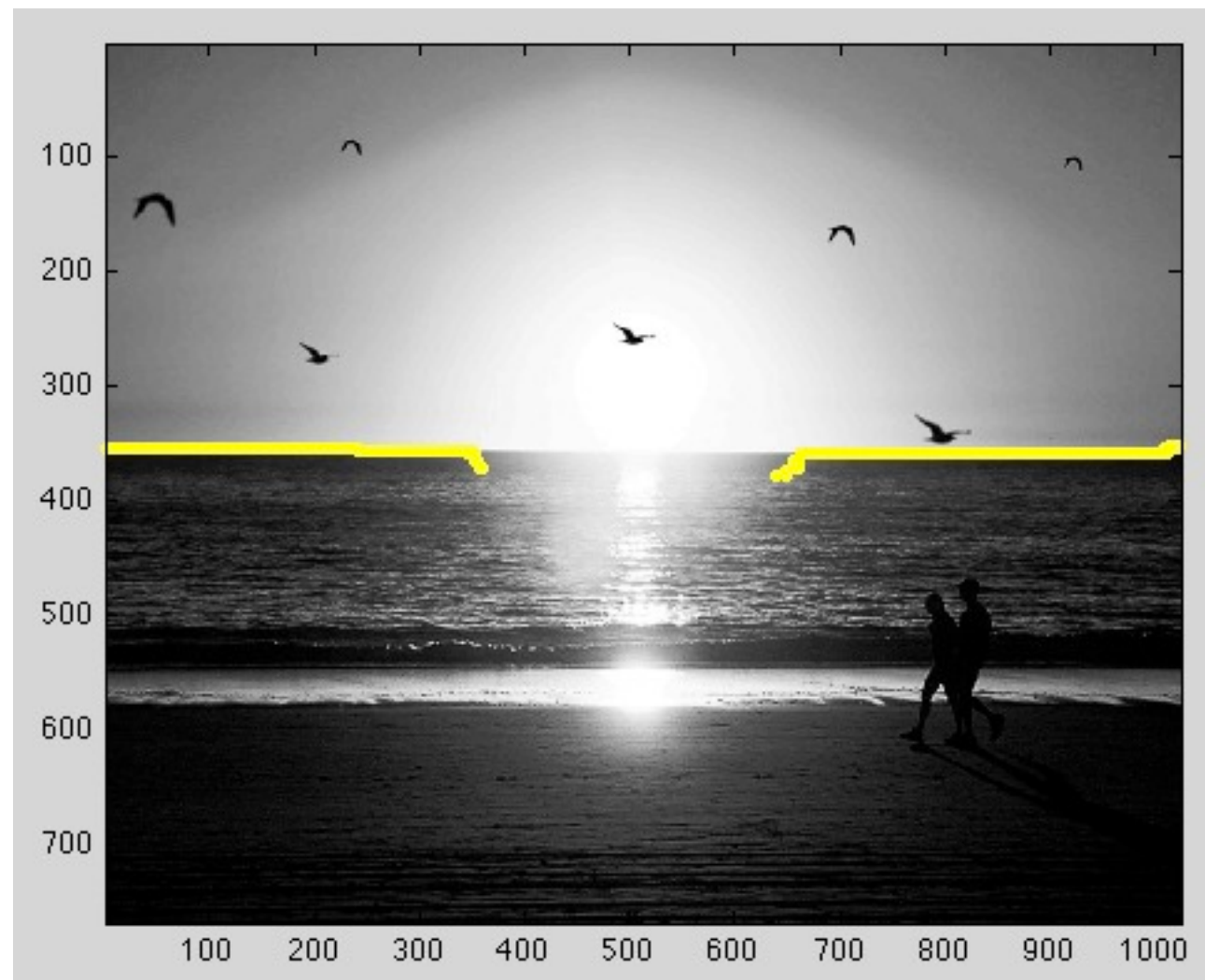
Herramientas

```
z=zeros(1,1024);  
for j=1:1024, K = find(lmc(:,j)<100);  
    if length(K)>0,  
        z(j) = K(1);  
    else  
        z(j) = -1000;  
    end  
end  
plot(1:1024,z,'oy')
```



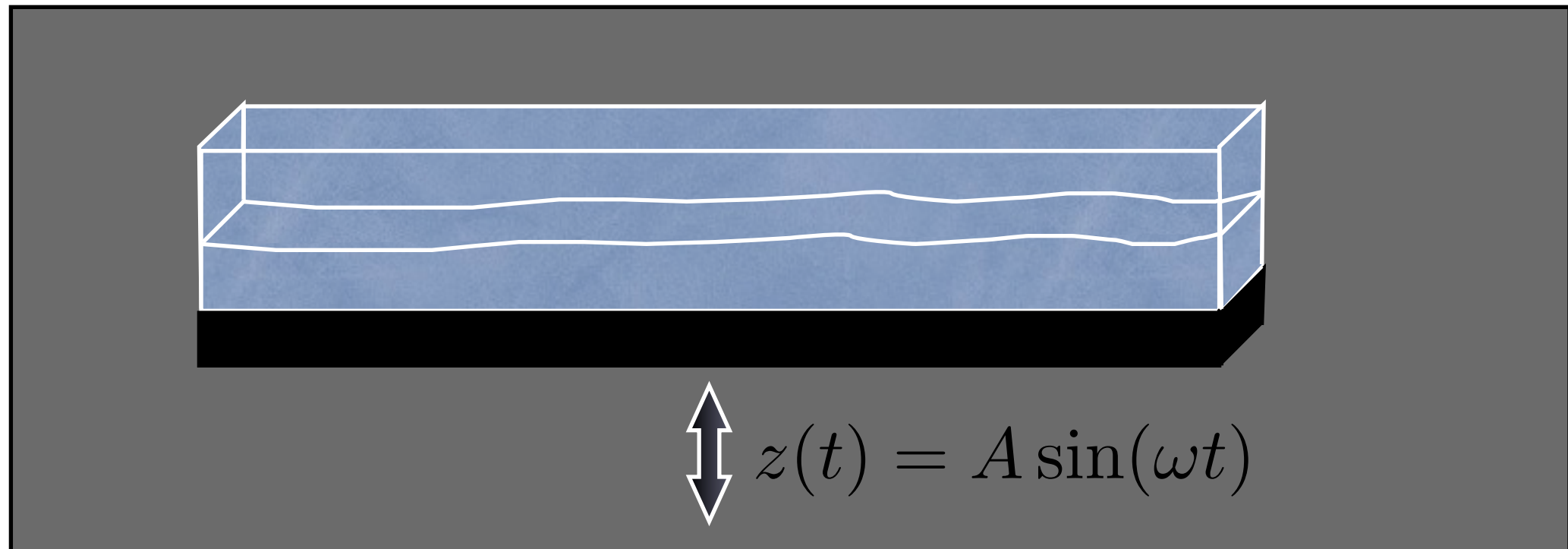
Herramientas

- o también sobre la imagen original: `plot(1:1024,351+z,'.y')`



Ejemplo 1: inestabilidad de Faraday y solitón no propagativo

- Faraday y Solitón no propagativo: inestabilidades subarmónicas con forzamiento paramétrico



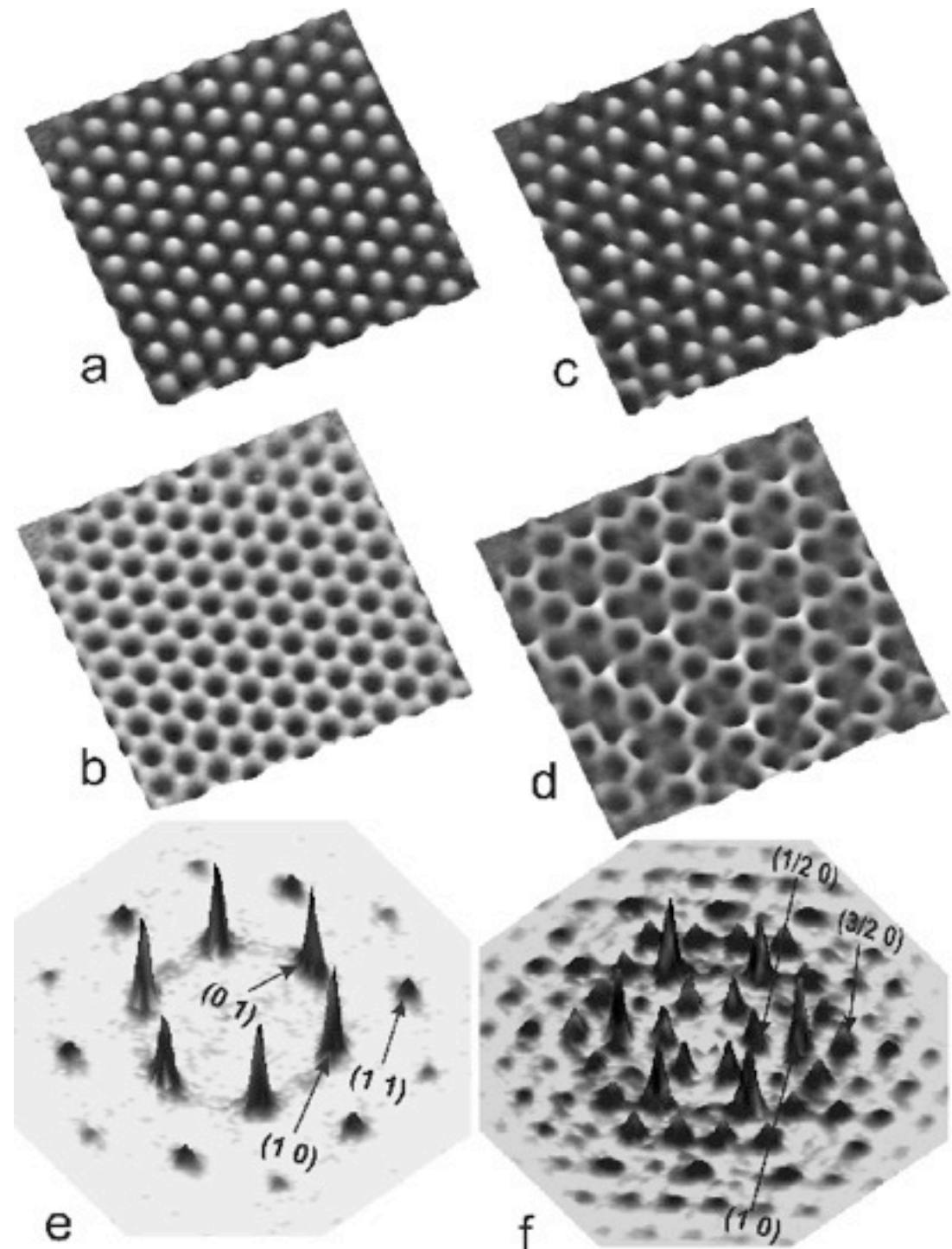
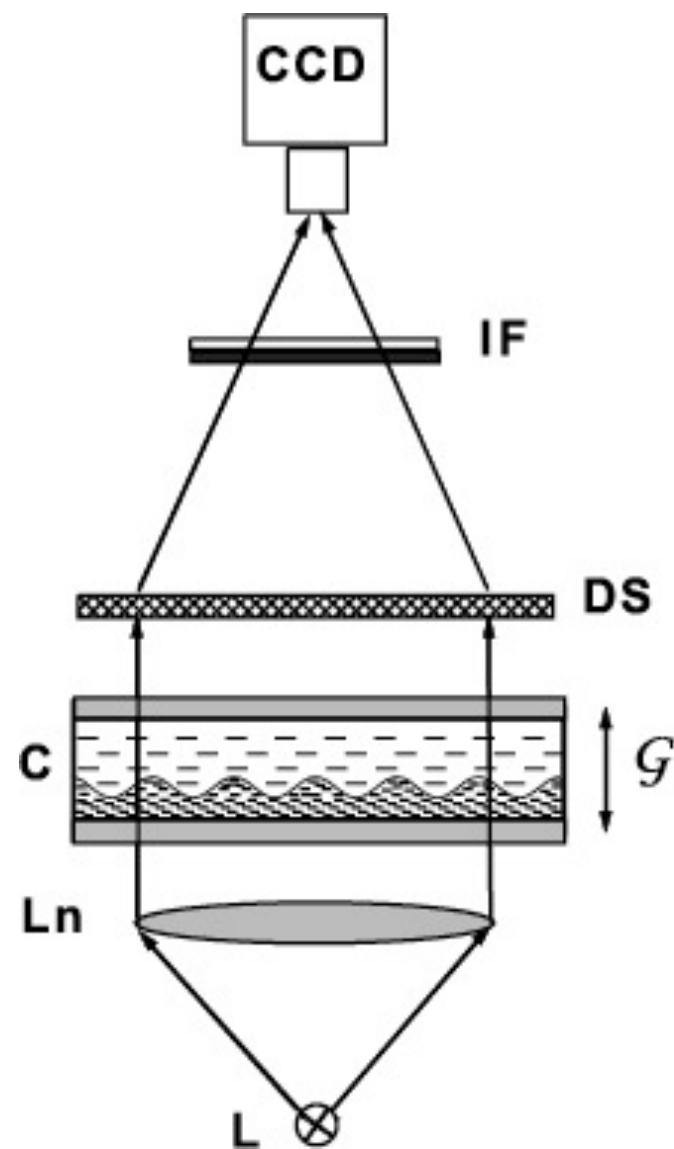
Faraday Instability

Non propagating Soliton

Ejemplo 1: inestabilidad de Faraday y solitón no propagativo

Spatio-temporal Fourier analysis of Faraday surface wave patterns on a two-liquid interface

A. V. Kityk et al., EPL **65**, 857 (2004)

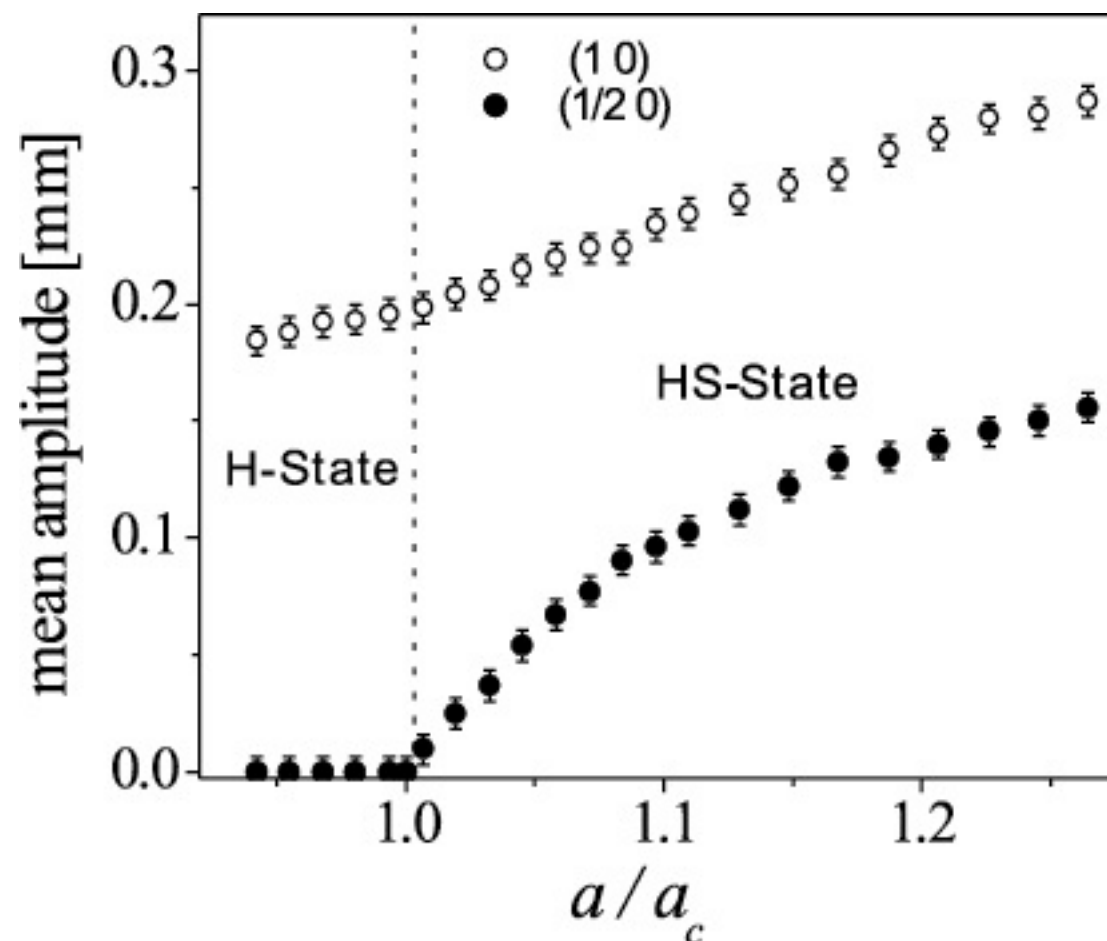


Ejemplo 1: inestabilidad de Faraday y solitón no propagativo

Spatio-temporal Fourier analysis of Faraday surface wave patterns on a two-liquid interface

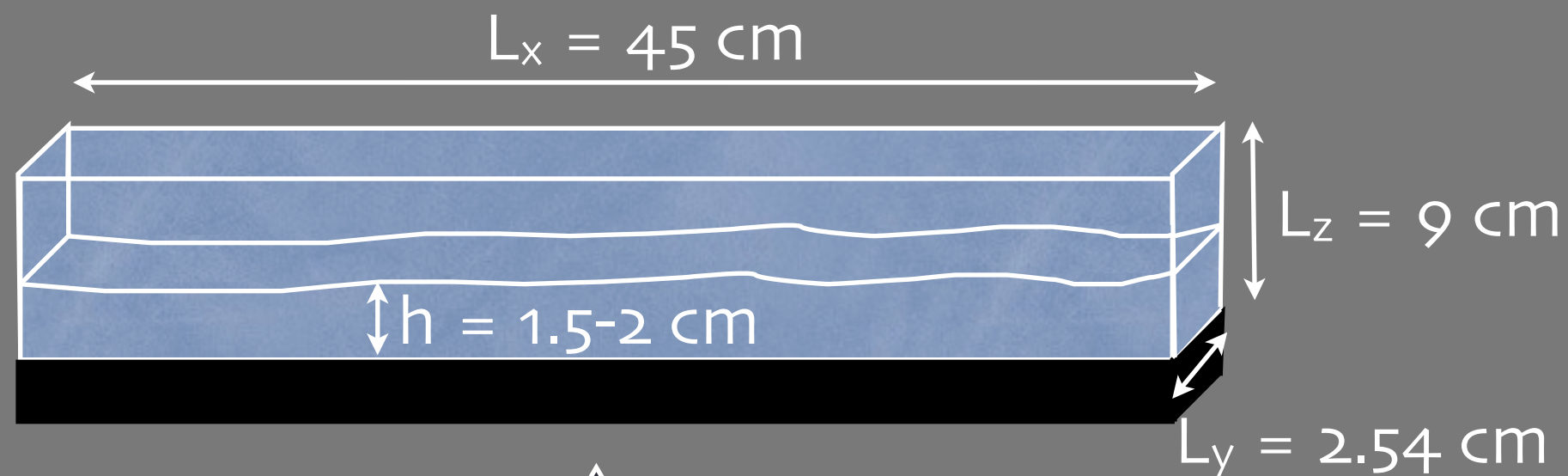
A. V. Kityk et al., EPL **65**, 857 (2004)

Diagrama de bifurcación



Ejemplo 1: inestabilidad de Faraday y solitón no propagativo

- Nuestro experimento (Leonardo Gordillo y Tania Sauma)

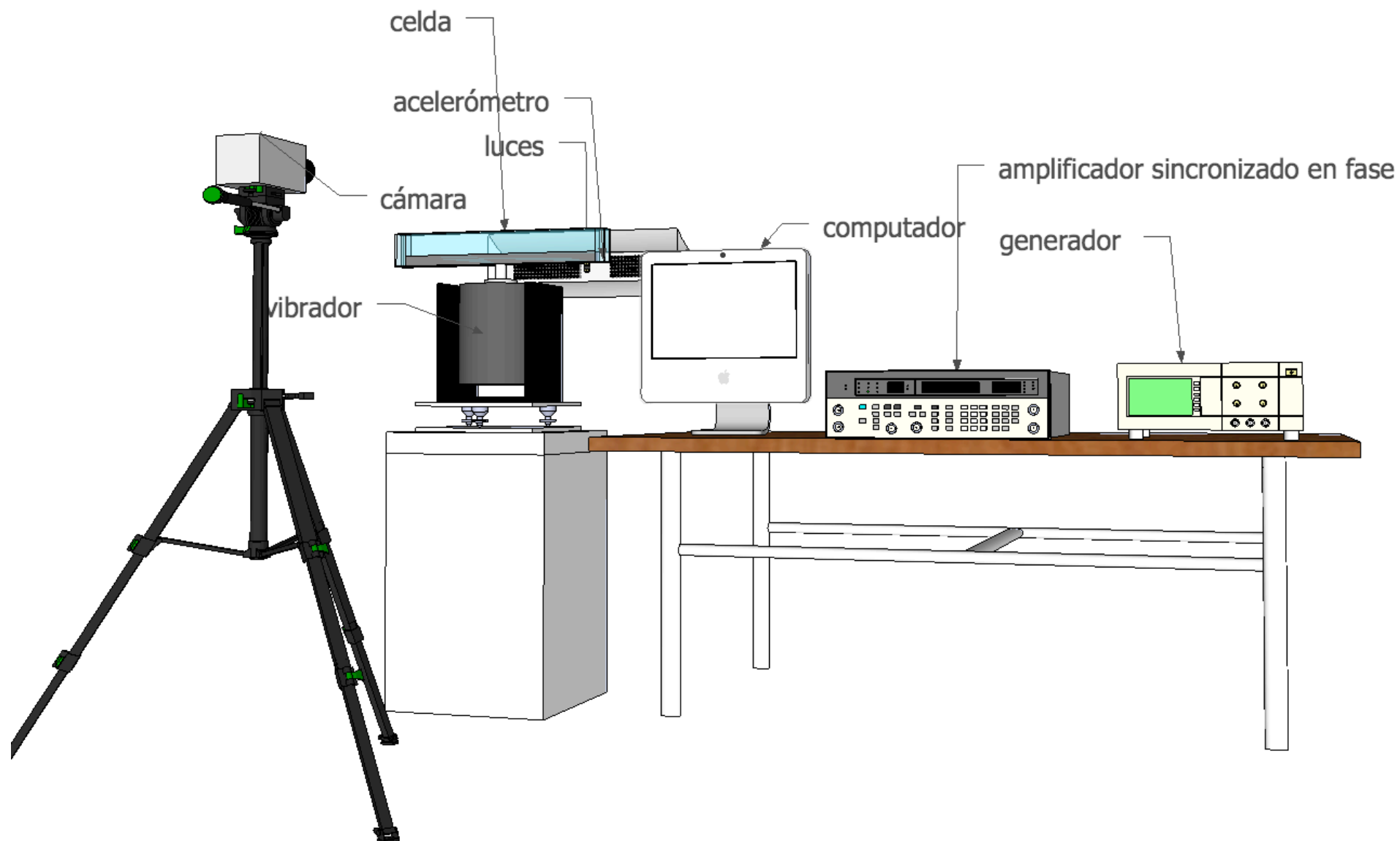


$$z(t) = A \sin(\omega t)$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 10.2 \text{ Hz} ; A \approx 0.3 \text{ mm} ; \Gamma = \frac{A\omega^2}{g} \approx 0.1$$

Ejemplo 1: inestabilidad de Faraday y solitón no propagativo

- Faraday y Solitón no propagativo: inestabilidades subarmónicas con forzamiento paramétrico



Ejemplo 1: inestabilidad de Faraday y solitón no propagativo

Faraday (con líquido “mojador” - Photo Flo)



Faraday (sin líquido “mojador”)

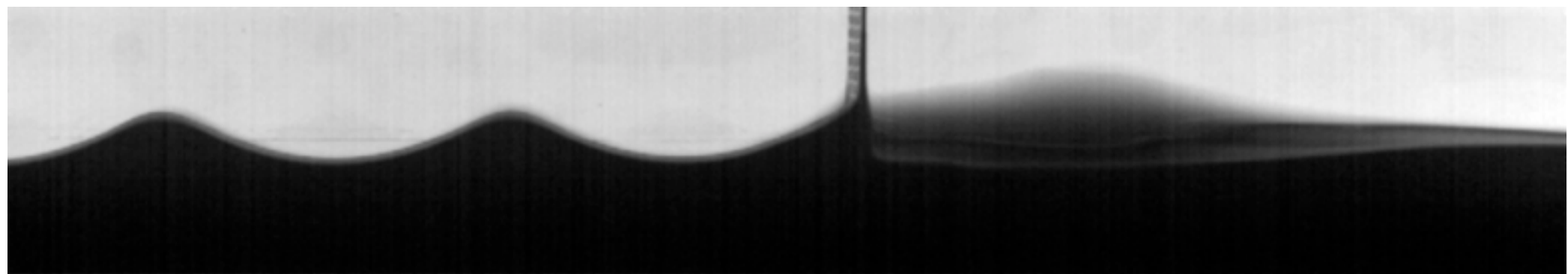


Ejemplo 1: inestabilidad de Faraday y solitón no propagativo

Solitón (con Photo Flo)

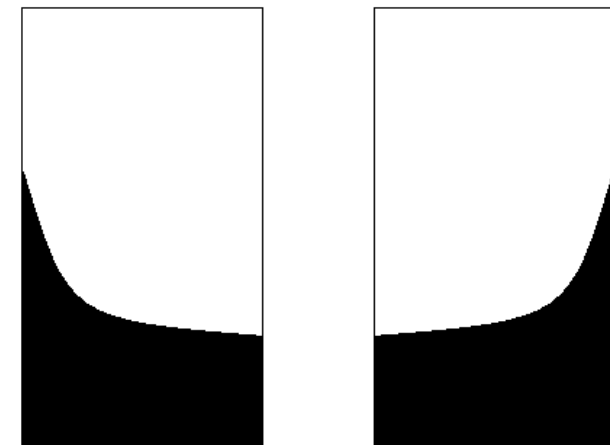


Coexistencia Faraday y solitón (con Photo Flo)

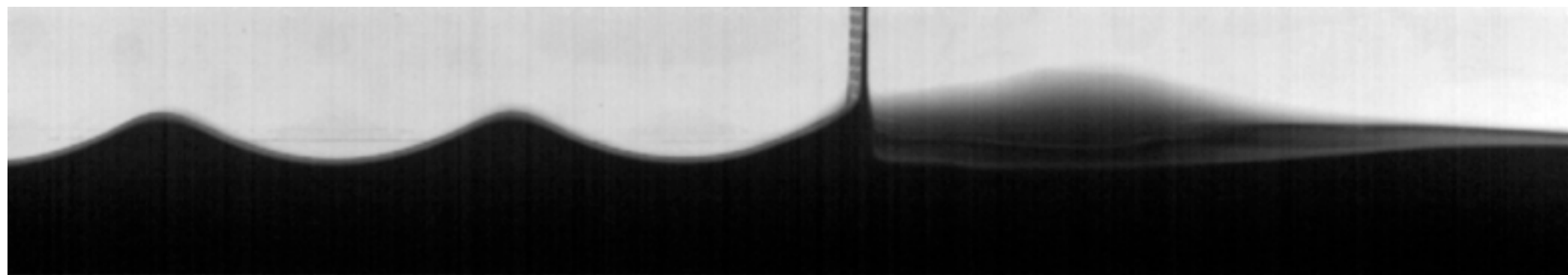


Ejemplo 1: inestabilidad de Faraday y solitón no propagativo

Solitón (con Photo Flo)

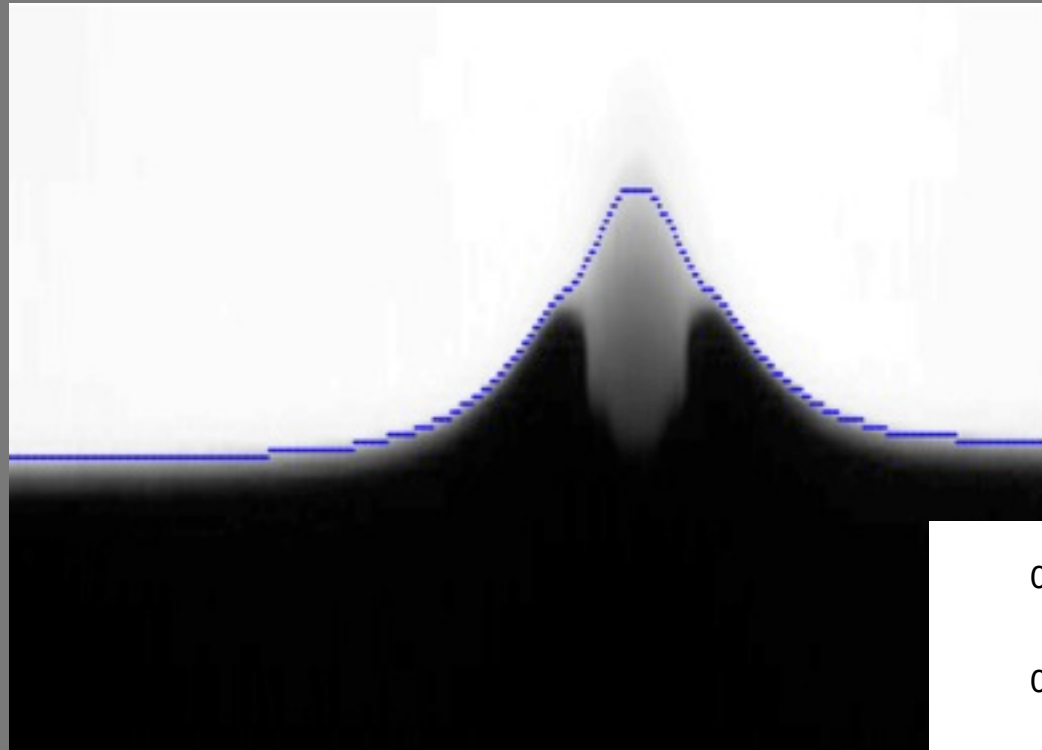


Coexistencia Faraday y solitón (con Photo Flo)



Ejemplo 1: inestabilidad de Faraday y solitón no propagativo

- Análisis de imágenes

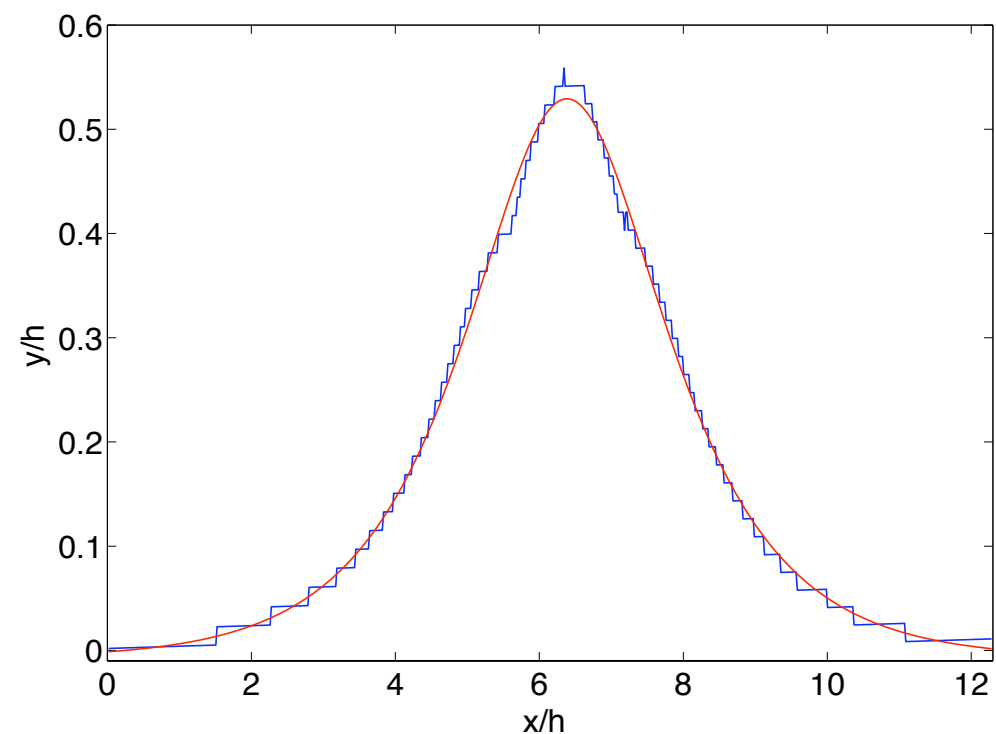


$$y = A \operatorname{Sech} [(x - x_0)/w]$$

$$A/h = 0.537 \pm 0.002$$

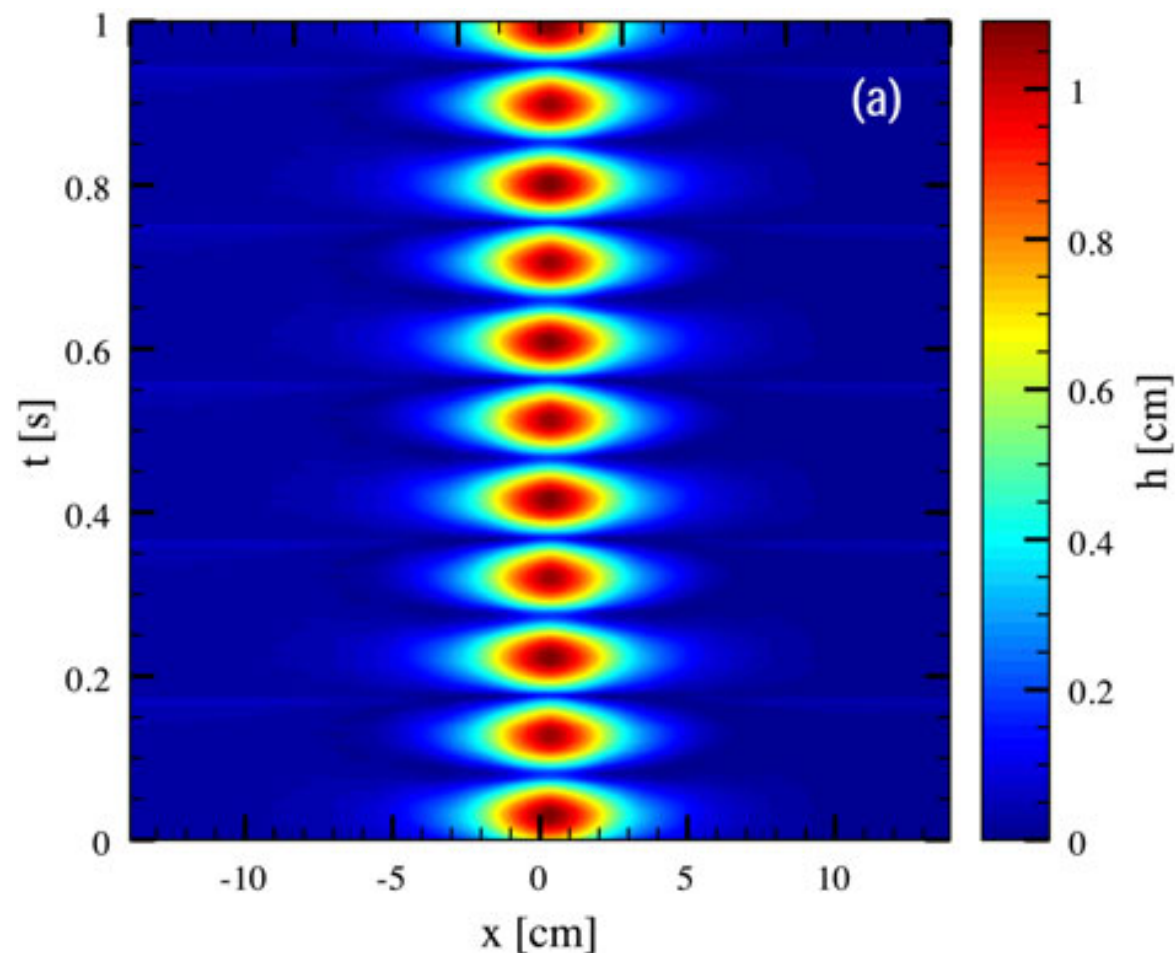
$$w/h = 1.24 \pm 0.01$$

$$R^2 = 0.997$$

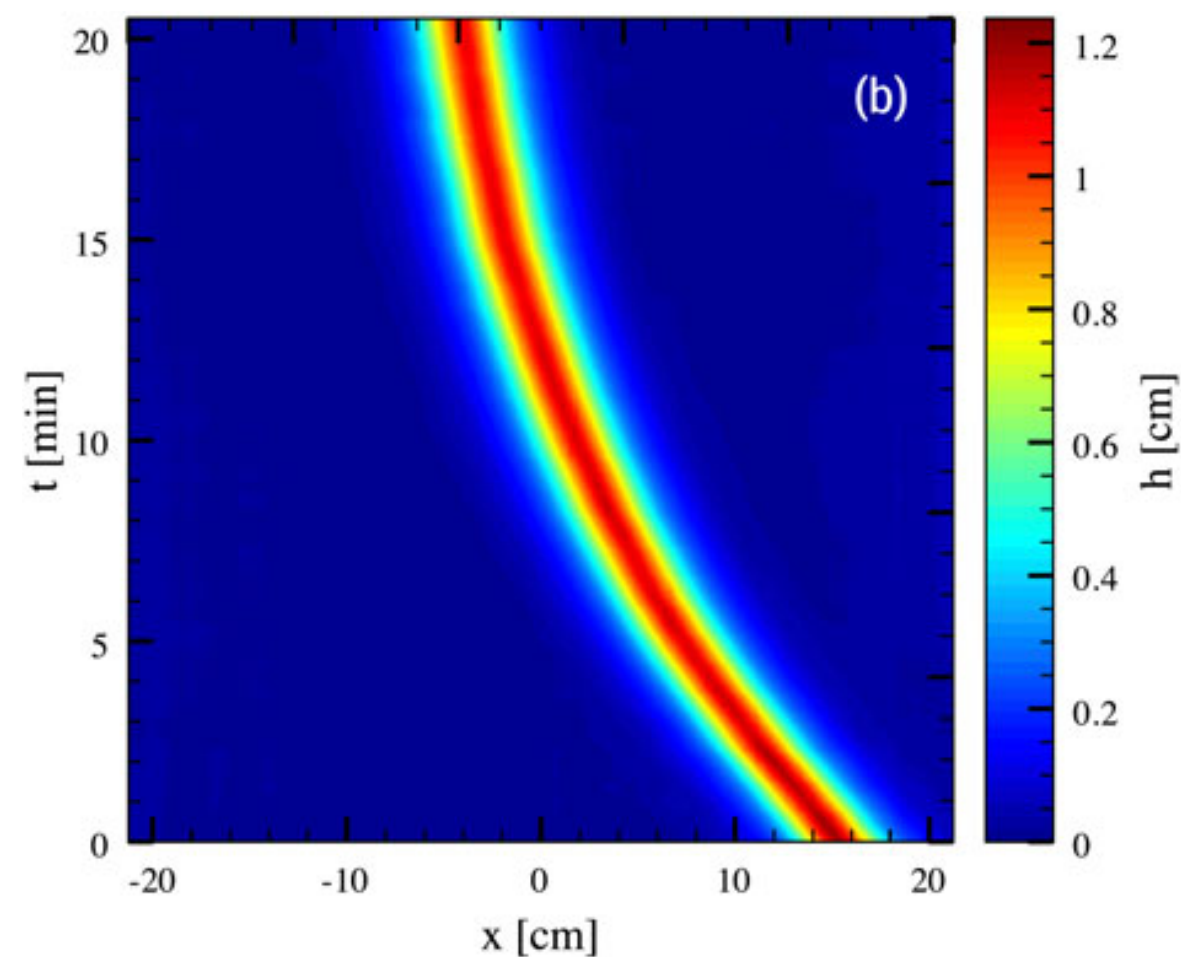


Ejemplo 1: inestabilidad de Faraday y solitón no propagativo

- Diagramas espacio-temporales



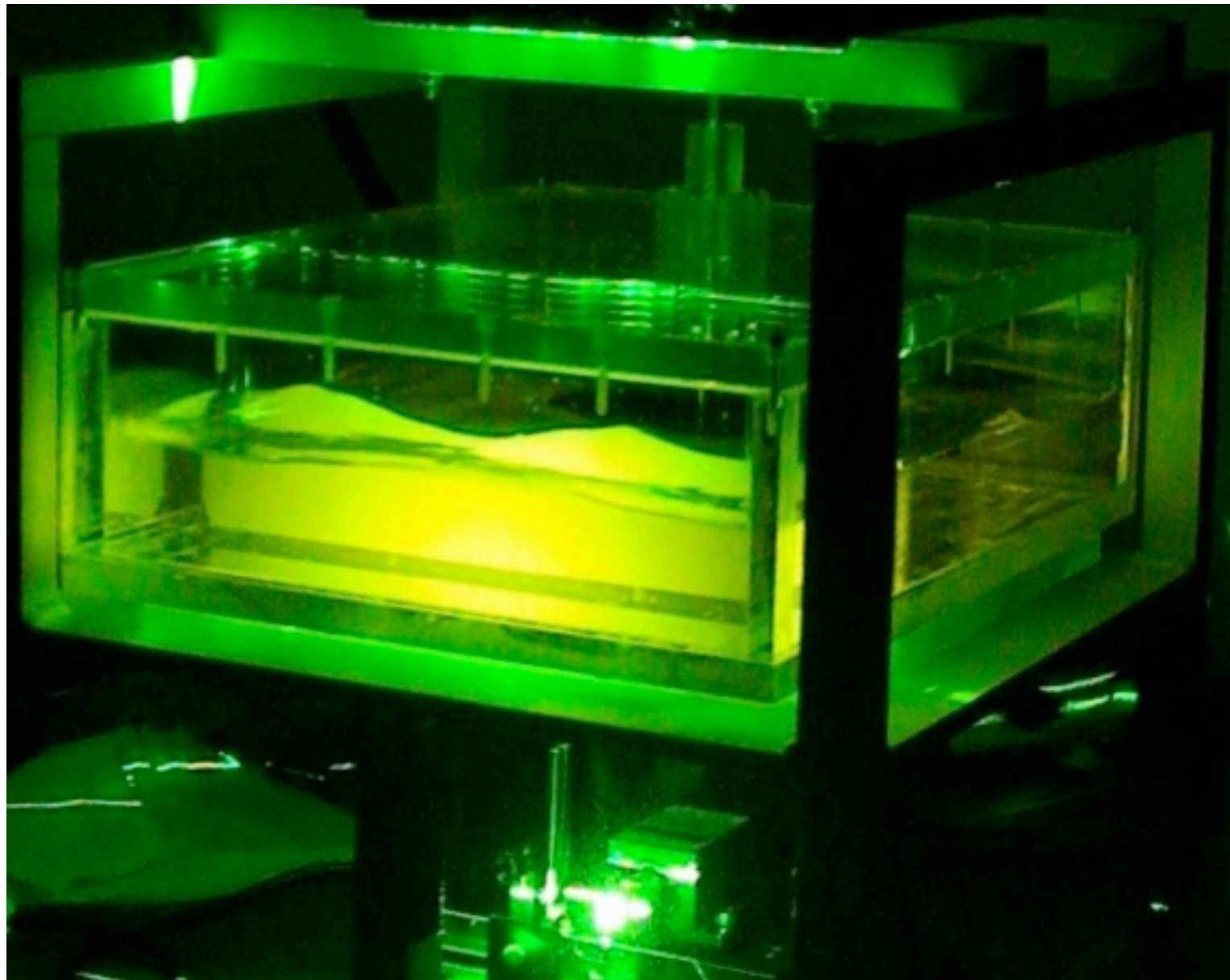
Canal horizontal
Adquisición rápida



Canal inclinado
Adquisición lenta
(estroboscópica)

Ejemplo 2: Turbulencia de onda

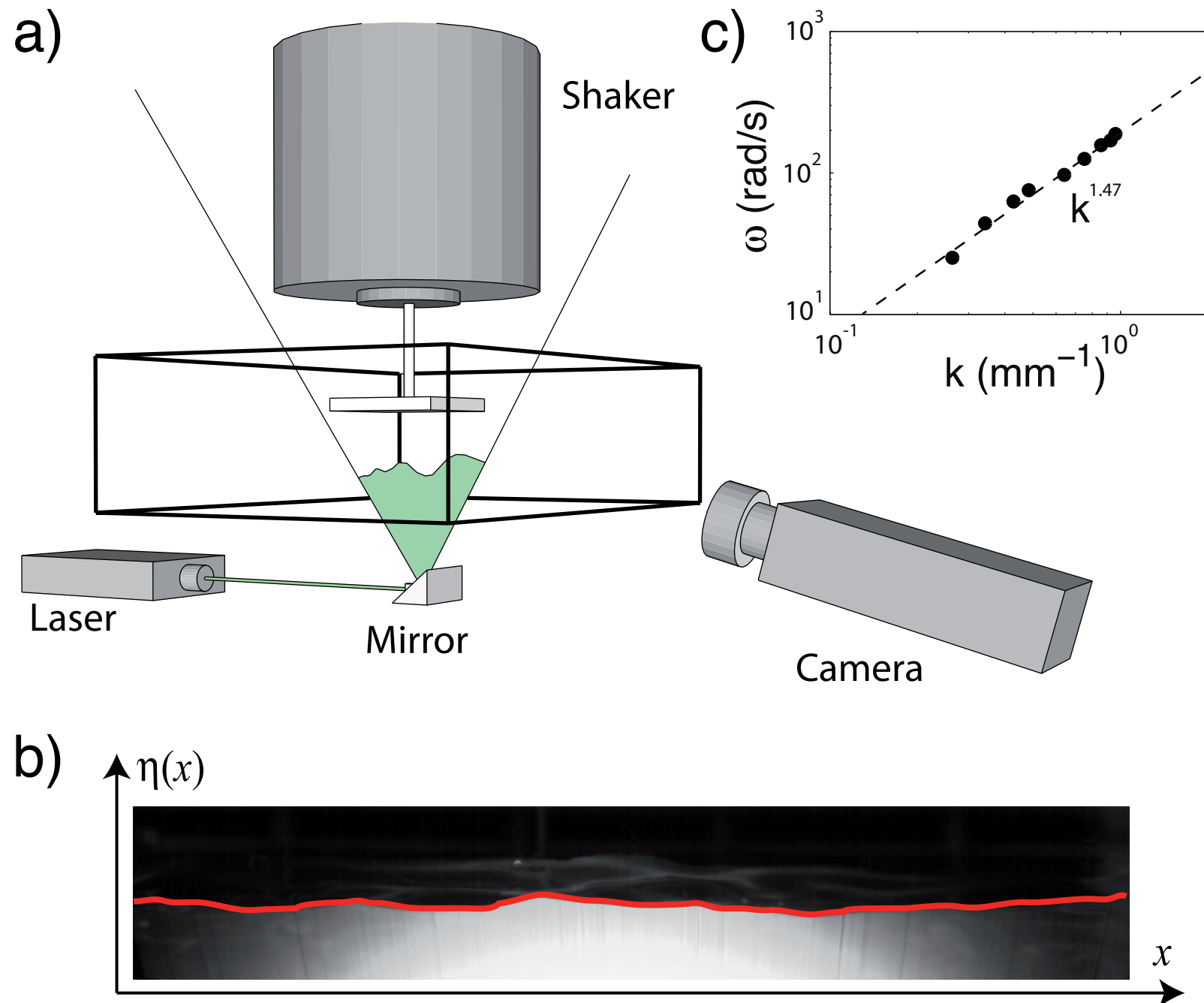
- Es de interés el caso de interacción de ondas capilares.
- Se estudian las ondas en la interfase de dos líquidos de densidades casi iguales (C. Falcón y A. Franco).



Agua con
tinta
fluorescente

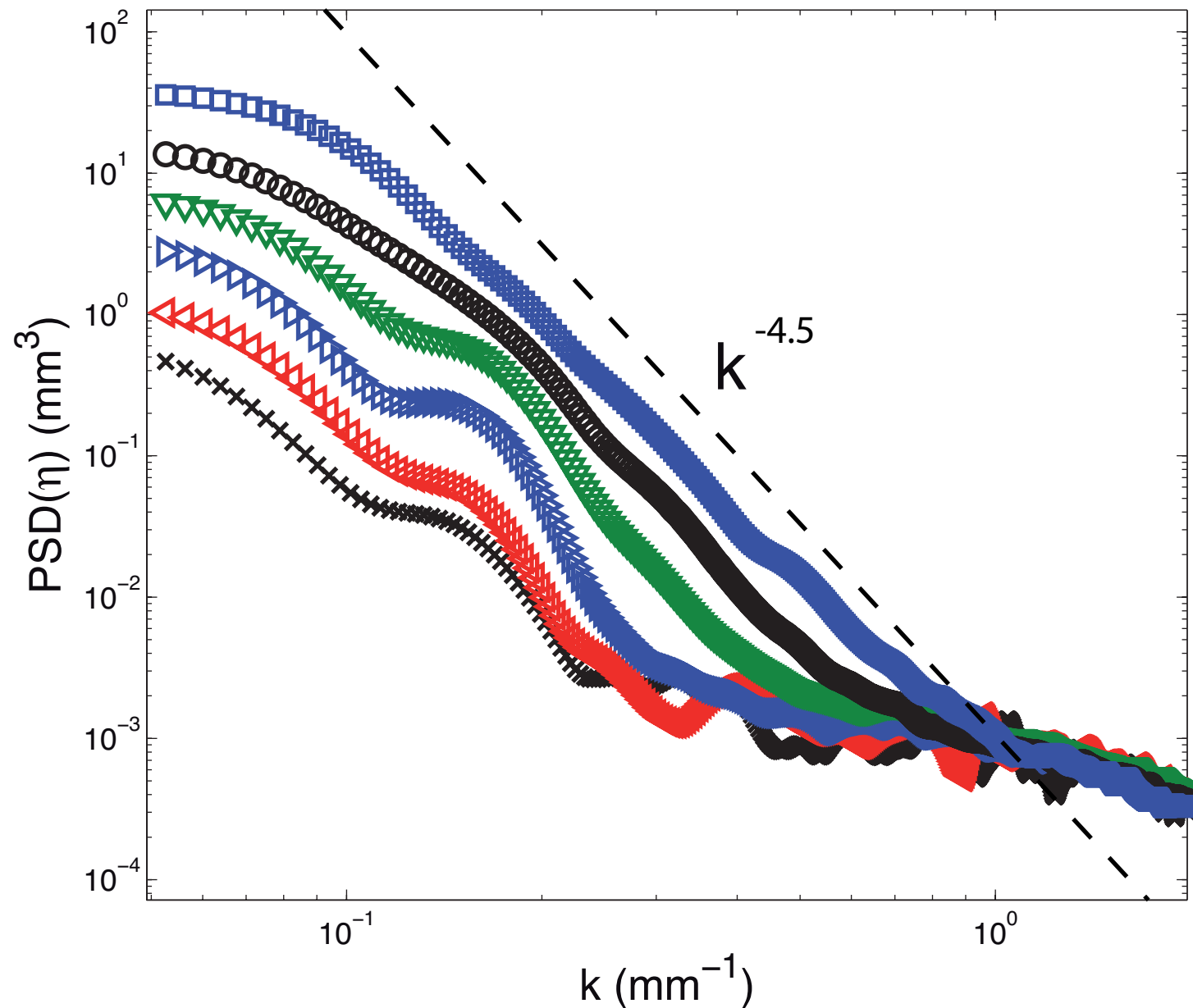
Ejemplo 2: Turbulencia de onda

- Montaje



Ejemplo 2: Turbulencia de onda

- Resultado: espectro de ondas de superficie



Consistente con teorías de turbulencia de ondas capilares

Medidas eléctricas

- Medidas resistivas: se mide el voltaje a través de dos hilos conductores sumergidos en un líquido.
- Medidas capacitivas: se mide el voltaje o fase de alguna componente en un circuito RC o RLC.

Problemas y limitaciones:

- Ambas son medidas locales y perturbativas
- Inevitablemente hay electrólisis y contaminación del agua

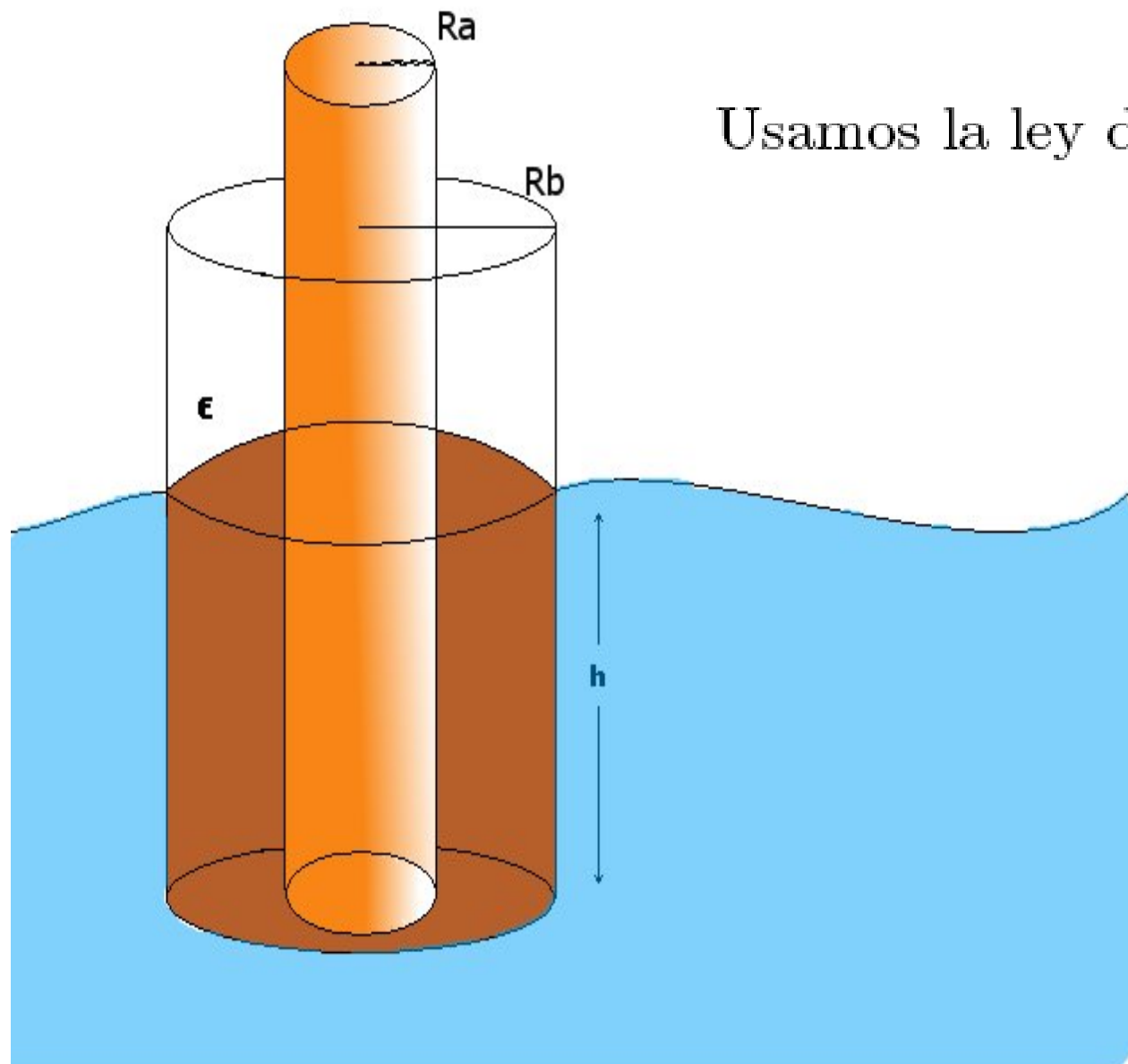
Medidas eléctricas

- Medidas resistivas: se basan en relacionar las variaciones de resistencia eléctrica con las del nivel de la superficie un líquido.
- Se usa la relación entre resistencia y resistividad que es válida para un conductor delgado y largo (despreciando efectos de borde de campo eléctrico)

$$R = \frac{\rho_e L}{A}$$

Medidas eléctricas

- Medidas capacitivas: caso de un cable coaxial.



Usamos la ley de Gauss:

Por simetría: $\vec{D} = D(r)\hat{r}$

$$\int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$$

$$2\pi r h D(r) = Q$$

$$\vec{D}(r) = \frac{Q}{2\pi r h} \hat{r}$$

Para $R_a \leq r \leq R_b$ $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

$$\Rightarrow \vec{E}(r) = \frac{Q}{2\pi r h \epsilon} \hat{r}$$

$$\Delta V = \int_{R_a}^{R_b} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{Q \ln(R_b/R_a)}{2\pi h \epsilon}$$

$$C(h) = \frac{2\pi \epsilon}{\ln(R_b/R_a)} h$$

Dielectric Constants at 20°C

Material	Dielectric Constant
Vacuum	1
Glass	5-10
Mica	3-6
Mylar	3.1
Neoprene	6.70
Plexiglas	3.40
Polyethylene	2.25
Polyvinyl chloride	3.18
Teflon	2.1
Germanium	16
Strontium titanate	310
Titanium dioxide (rutile)	173 perp 86 para
Water	80.4
Glycerin	42.5
Liquid ammonia(-78°C)	25
Benzene	2.284
Air(1 atm)	1.00059
Air(100 atm)	1.0548

The dielectric constant is the relative [permittivity](#) of a [dielectric](#) material. It is an important parameter in characterizing [capacitors](#).

[Index](#)

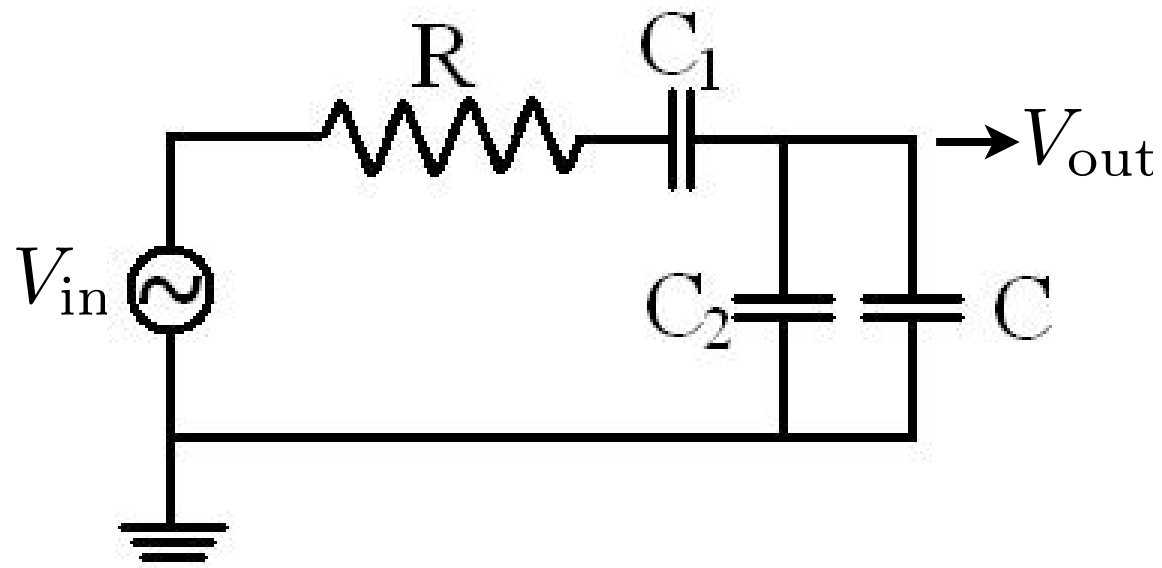
[Tables](#)

Reference
[Sears,](#)
[Zemansky, Young](#)
 Table 27-1

En vacío

$$\epsilon_o \approx 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

Circuito simplificado



$C = C(h)$: Hilo metálico (Cu)
recubierto con aislante

C_1, C_2 : Capacitancias parásitas
(no dependen de h !)

R : Resistencia total

Formalismo de impedancia:

$$V_{\text{in}} = Z_{\text{eq}} I \quad (V_{\text{in}} = V_o e^{i\omega t})$$

Condensadores en paralelo:

$$Z = \frac{1}{i\omega(C_2 + C(h))}$$

Impedancia total equivalente:

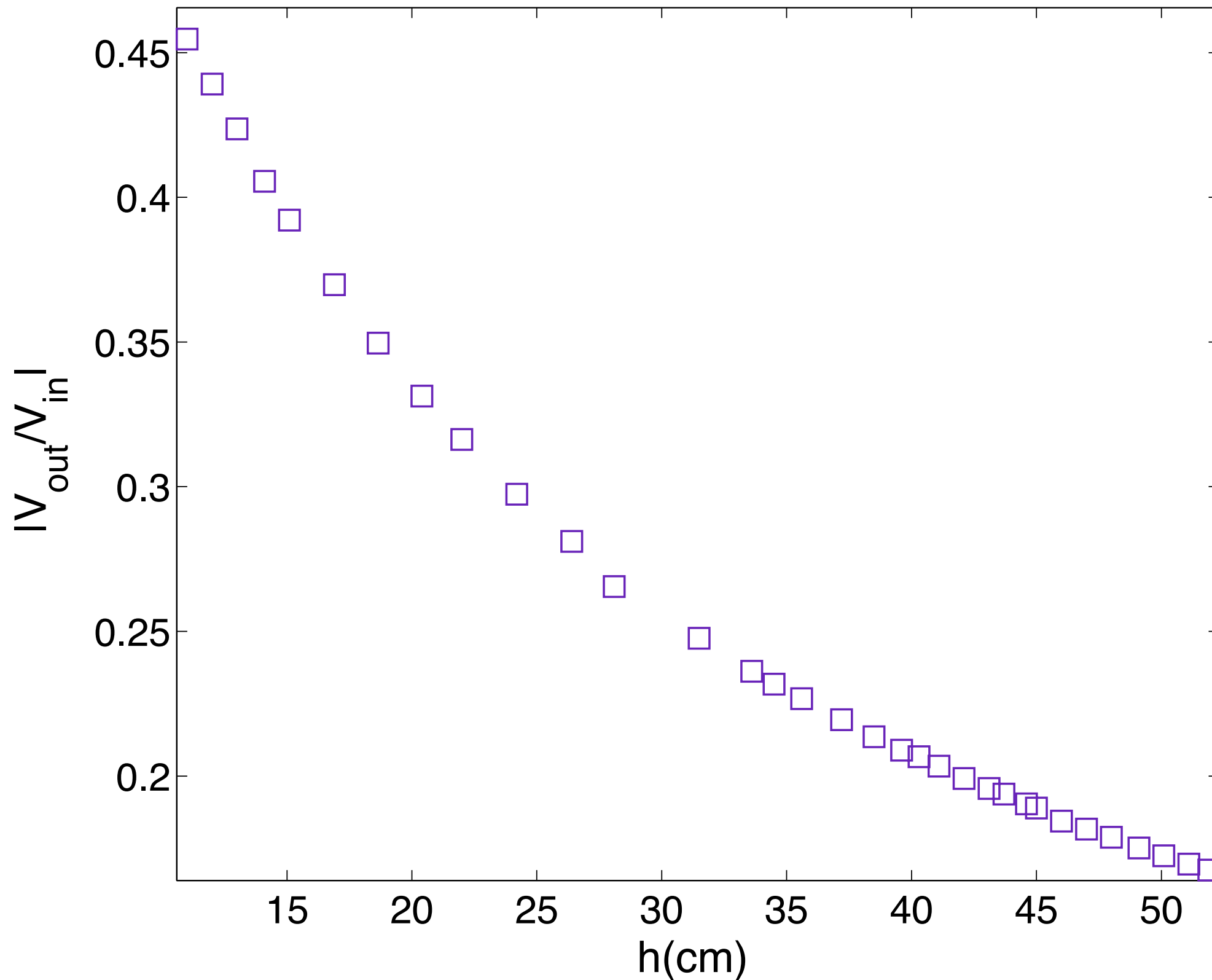
$$Z_{\text{eq}} = R + \frac{1}{i\omega C_1} + \frac{1}{i\omega(C_2 + C(h))}$$

El voltaje de salida, i.e. a través de $C(h)$:

$$\left| \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \right| = \frac{1}{\left| iR\omega(C_2 + C(h)) + \frac{C_2 + C(h)}{C_1} + 1 \right|} = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \beta \cdot h + \gamma \cdot h^2}}$$

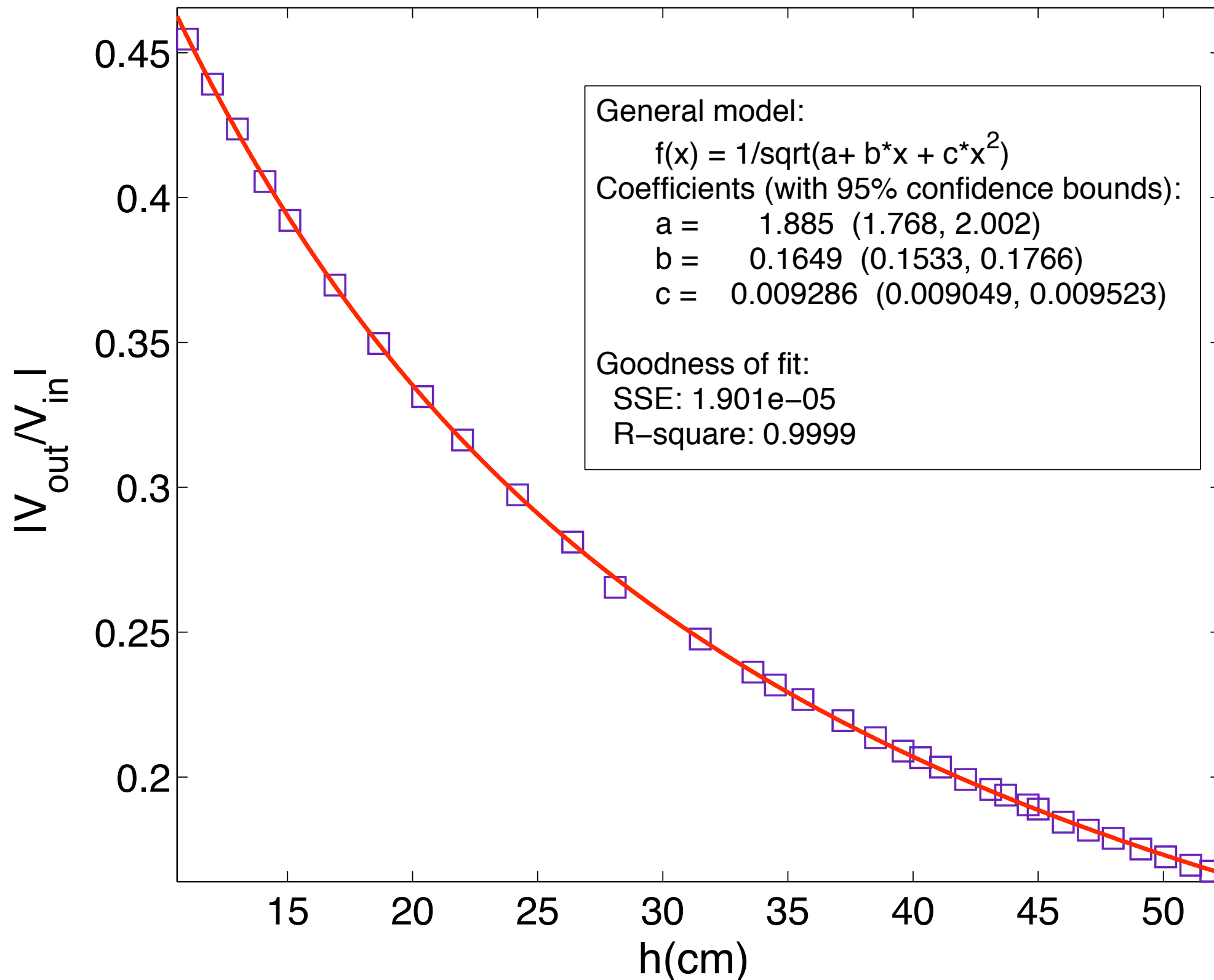
Curva de calibración

Calibración: Se llena un estanque con agua, se mide la altura h y el cuociente $|V_{\text{out}}/V_{\text{in}}|$



Curva de calibración

Calibración: Se llena un estanque con agua, se mide la altura h y el cuociente $|V_{\text{out}}/V_{\text{in}}|$



Confirmación

Cómo depende $|V_{\text{out}}/V_{\text{in}}|$ de la frecuencia ω para h fijo?

$$\left| \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \right| = \frac{1}{\left| iR\omega(C_2 + C(h)) + \frac{C_2 + C(h)}{C_1} + 1 \right|}$$

$$\left| \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \right| = \frac{1}{\sqrt{a + b\omega^2}}$$

Funciona?

Si!

También se puede medir la fase

- $$V_{out} = \frac{V_{in}}{\left(1 + \frac{(C_2 + C(h))}{C_1}\right) + i\omega R(C_2 + C(h))}$$
- $$V_{out} = \frac{V_o e^{i\omega t}}{A + iB} = \|V_{out}\| e^{i(\omega t + \phi)}$$
- $$\text{tg } \phi = -\frac{B}{A} = -\frac{\omega R(C_2 + C(h))C_1}{C_1 + C_2 + C(h)}$$

Si $C_1 \gg C_2 + C(h) \Rightarrow \text{tg } \phi \approx -\omega R(C_2 + C(h)).$

Y si además, $C(h) \gg C_2 \Rightarrow \boxed{\text{tg } \phi \approx -\omega RC(h)}.$

Muy bien!!, pues el Lock-In mide diferencias de fase.

También se puede medir la fase

$$C(h) = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(\frac{R_b}{R_a})} h$$

- $\epsilon \approx 3\epsilon_o = 3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} [\frac{F}{m}]$

- $D_a = 0,2 [mm]$ y $D_b = 0,3 [mm] \Rightarrow \ln(\frac{R_b}{R_a}) \approx 0,4$

- $2\pi \approx 6$

$$\therefore C(h) \approx 380 \cdot h[pF]$$

Con alturas de agua cercanas a $h \approx 0,5 [m]$

$$C(h) \approx 190[pF]$$

(y se fabricó un circuito con $C_1 = 10 \mu F!!$)

También se puede medir la fase

$$\operatorname{tg} \phi \approx -\omega RC(h)$$

$$C(h) \approx 190[pF]$$

$$\text{Si } R = 10 [k\Omega] \text{ y } \omega = 2\pi rad \times 1kHz$$

$$\operatorname{tg} \phi \approx -6 \cdot 190 \cdot 10^3 \cdot 10^4 \cdot 10^{-12}$$

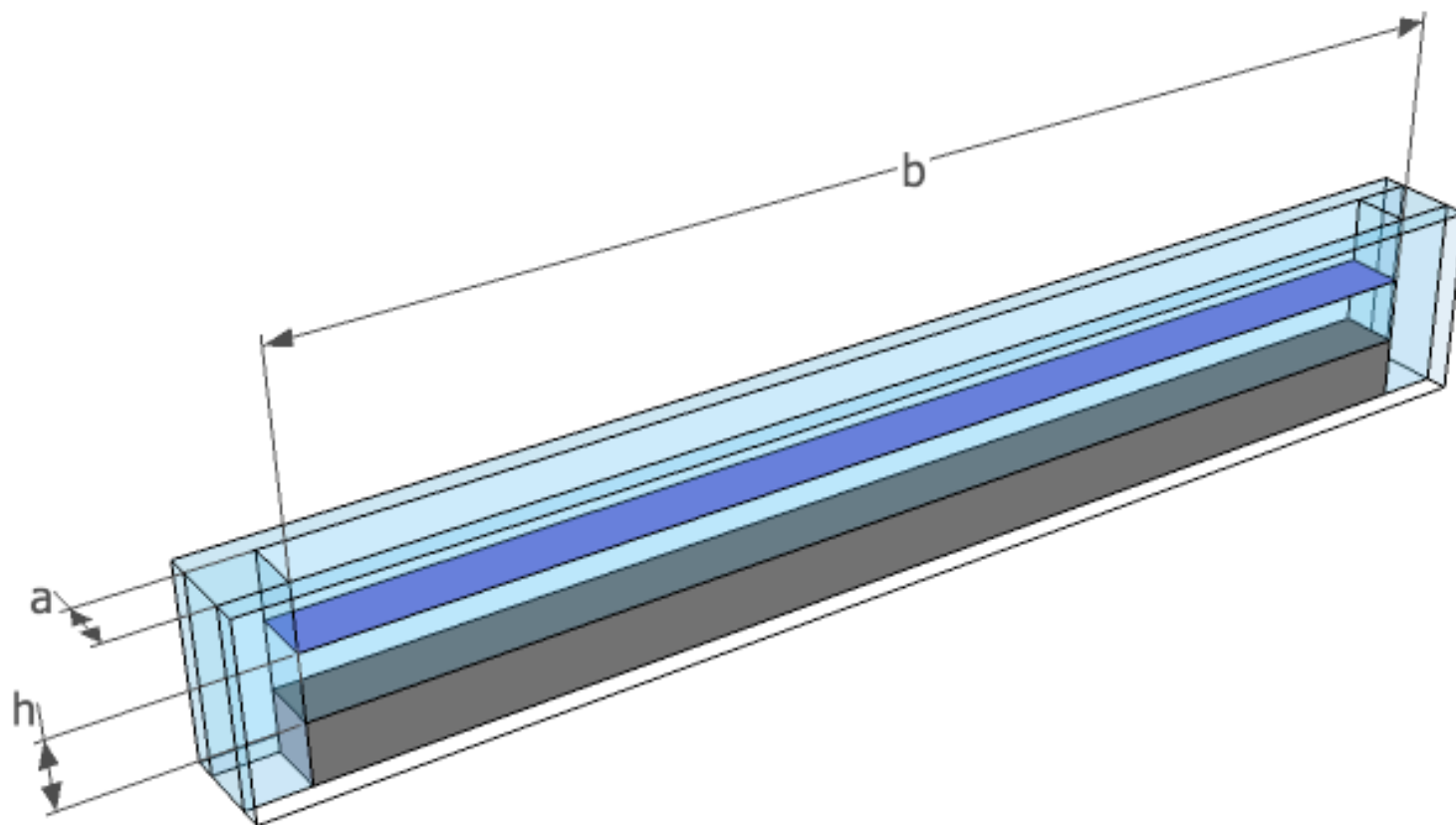
$$\operatorname{tg} \phi \approx -1 \cdot 10^{-2}$$

$$\therefore \operatorname{tg} \phi \approx \phi$$

$$\boxed{\phi \sim -h}$$

Ejemplo 3: Modos normales de una superficie libre

- Resultado: espectro de ondas de superficie



$$\omega^2 = gk \tanh(kh)$$

$$k = \pi \sqrt{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)},$$

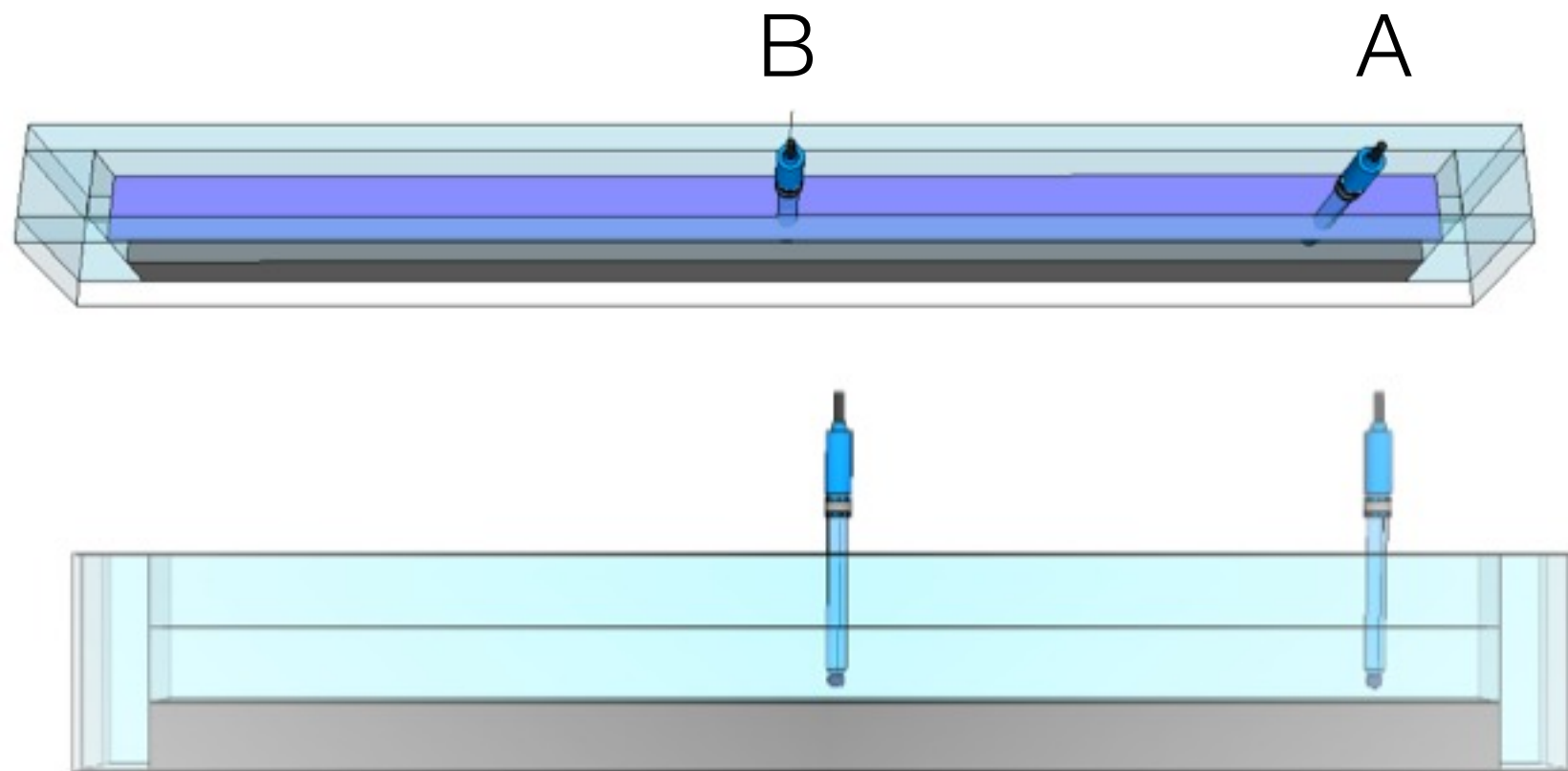
$$p = \frac{m\pi}{a}$$

$$\phi = \cosh(k(z+h)) \cos(px) \cos(qy) \cos(\omega t)$$

$$q = \frac{n\pi}{b}$$

Ejemplo 3: Modos normales de una superficie libre

- Se prueban dos posiciones



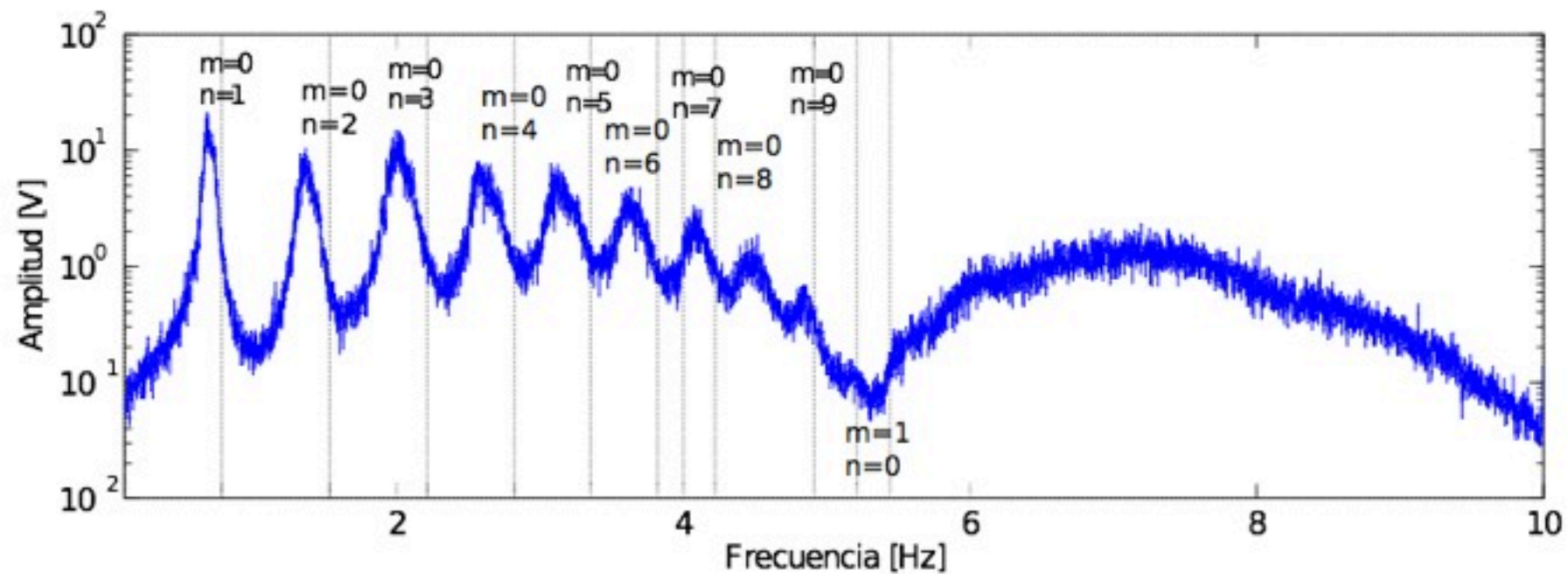
A: en un extremo y más pegado hacia la pared posterior

B: en el centro del canal (en un nodo de modos

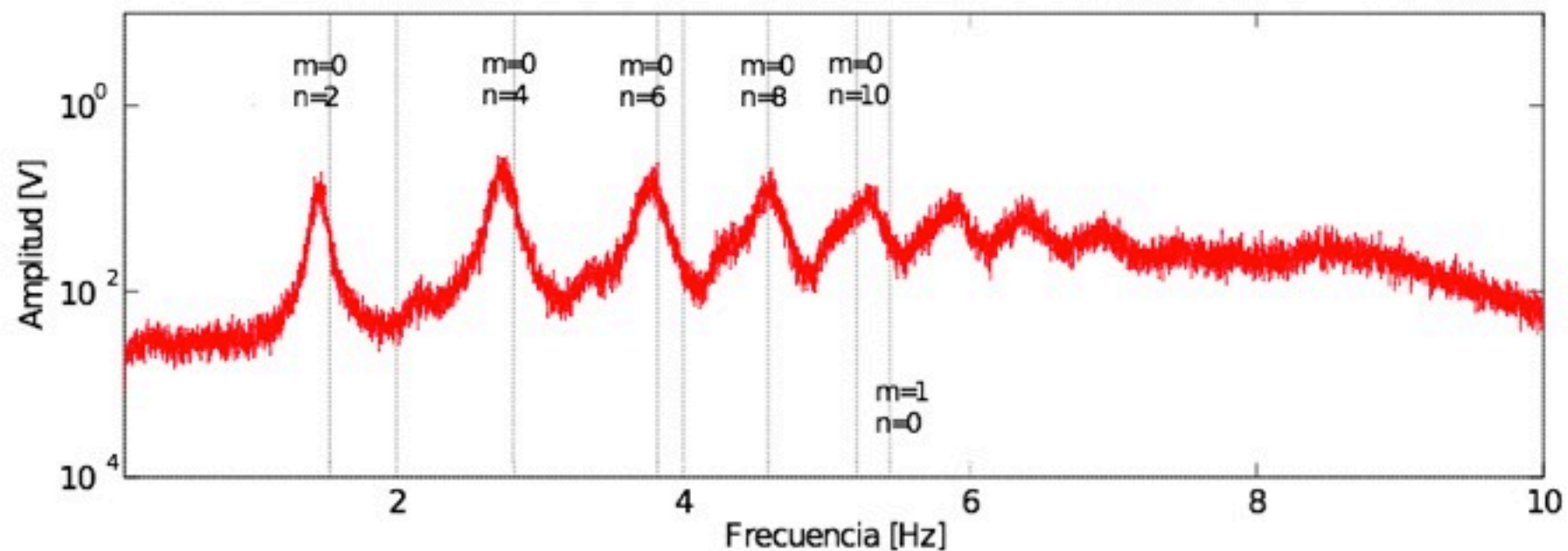
Ejemplo 3: Modos normales de una superficie libre

- Se prueban dos posiciones

A

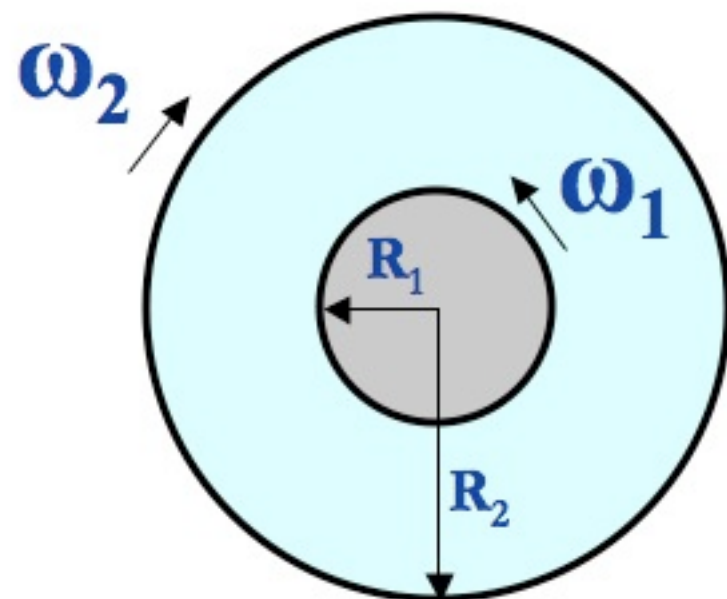
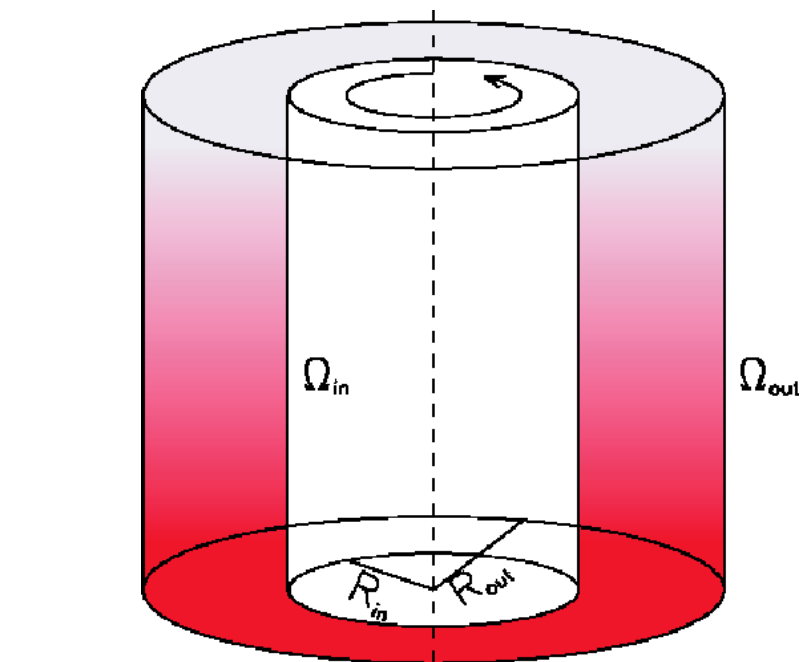


B

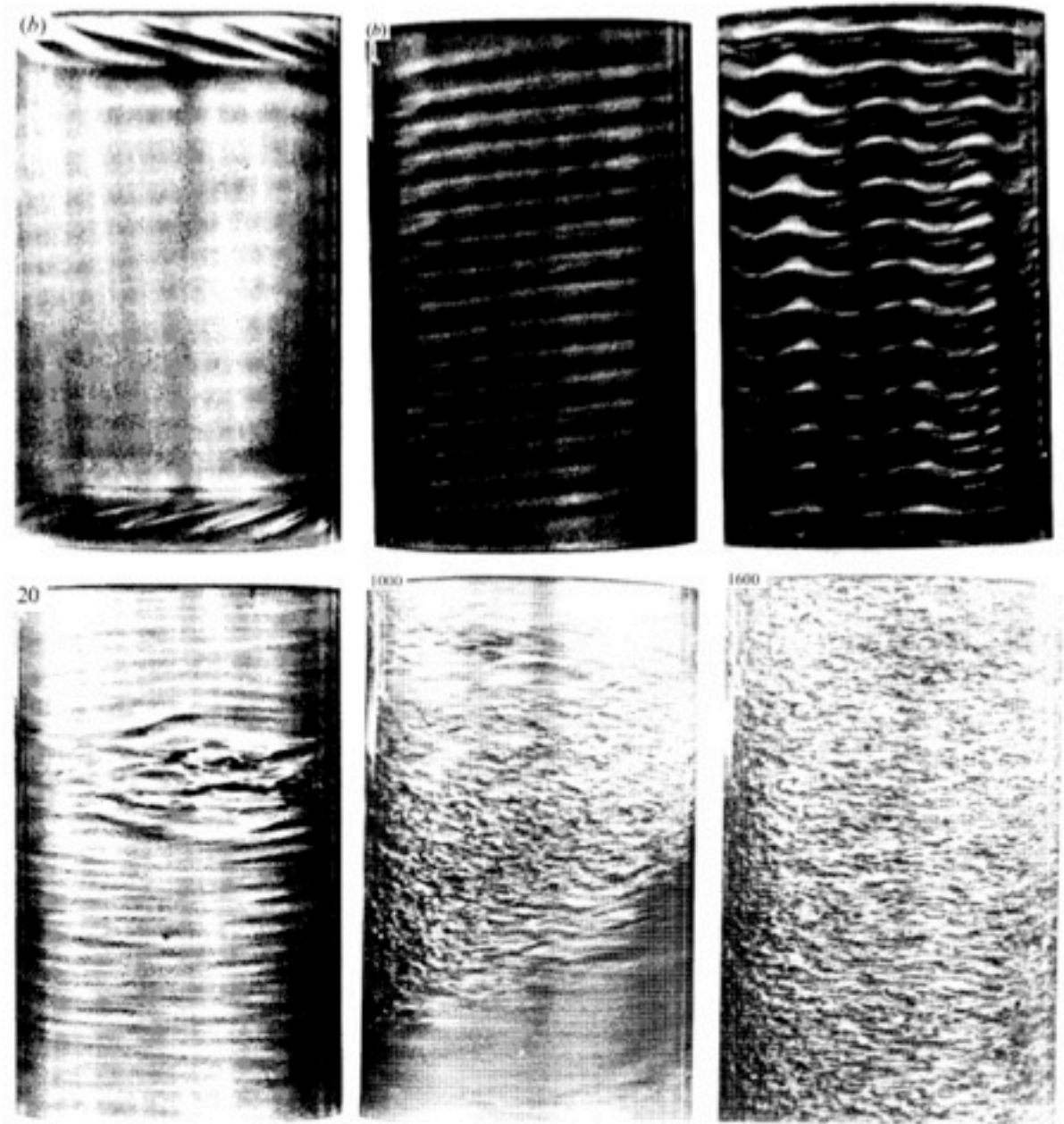


Ejemplo 4: Caracterización de ondas de gravedad en flujo de Taylor-Couette con superficie libre

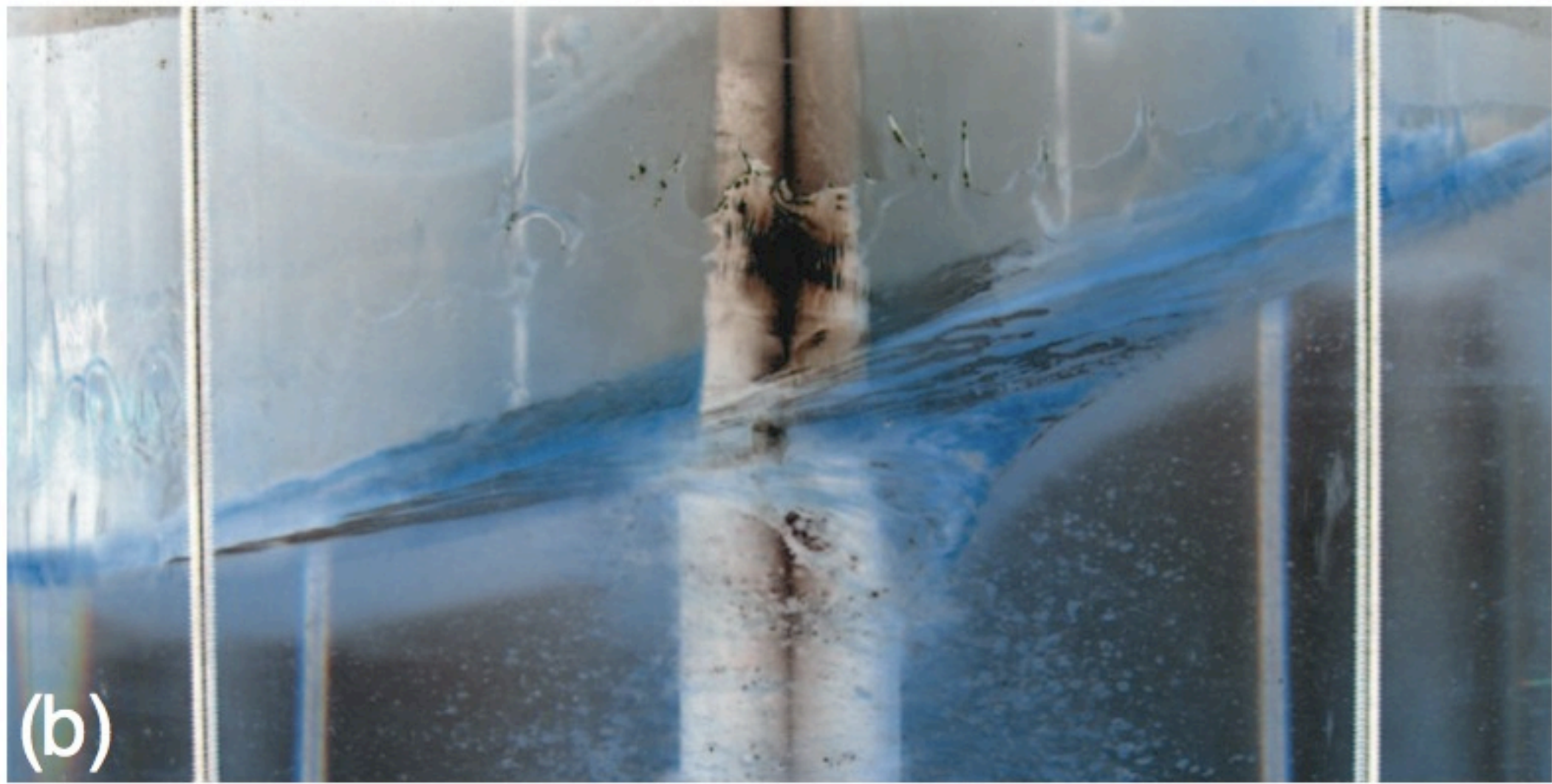
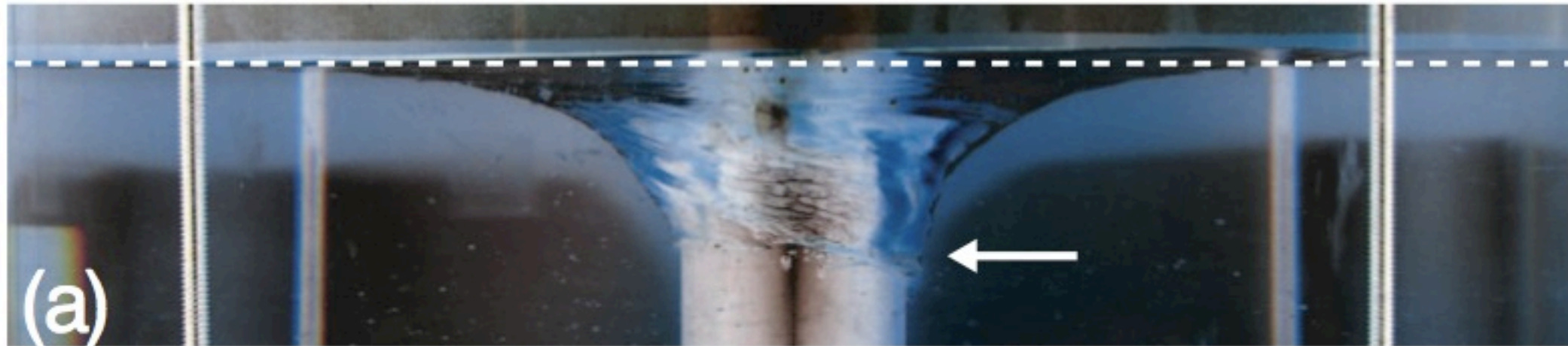
Flujo de Taylor-Couette



Ruta hacia la turbulencia



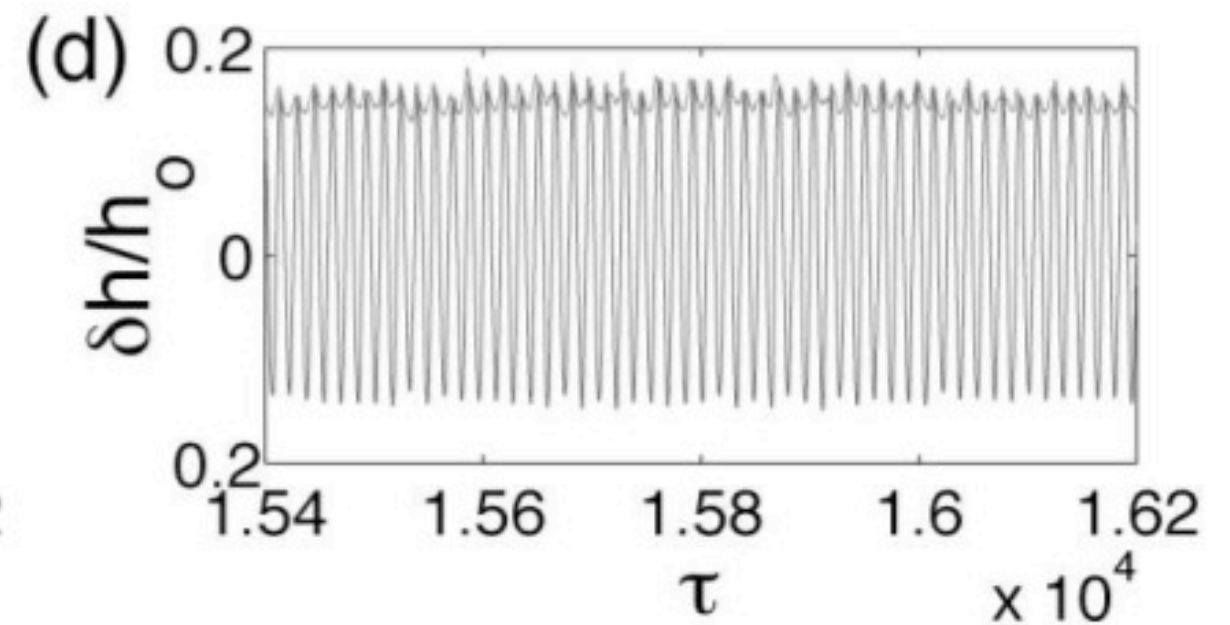
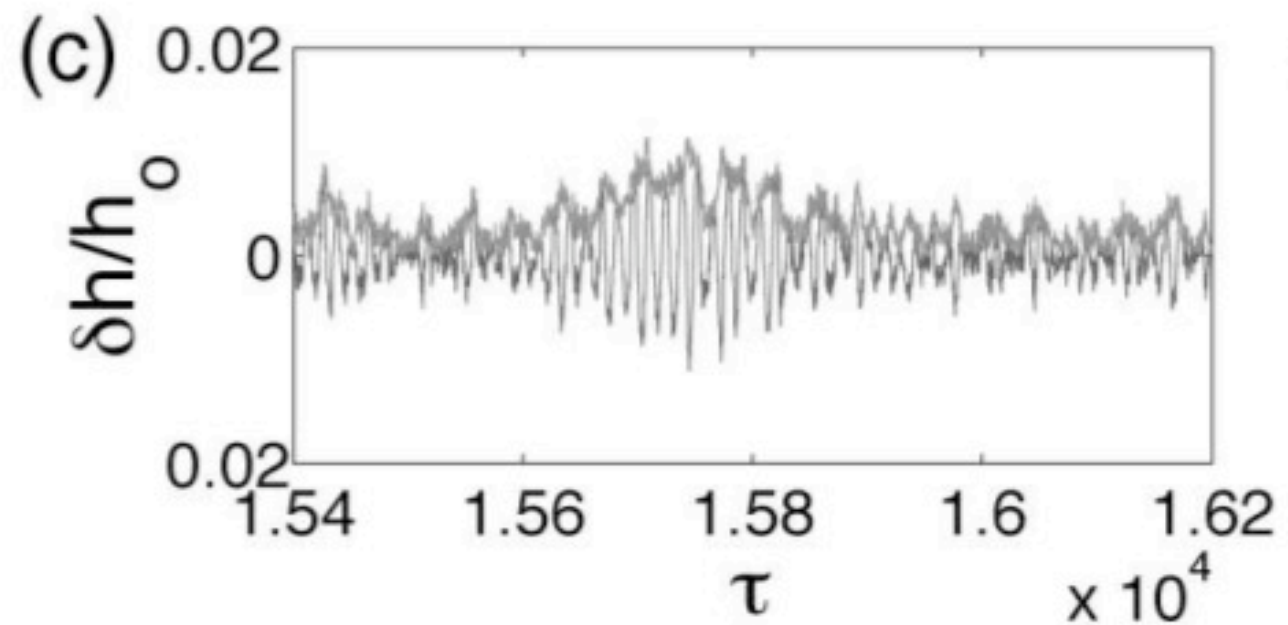
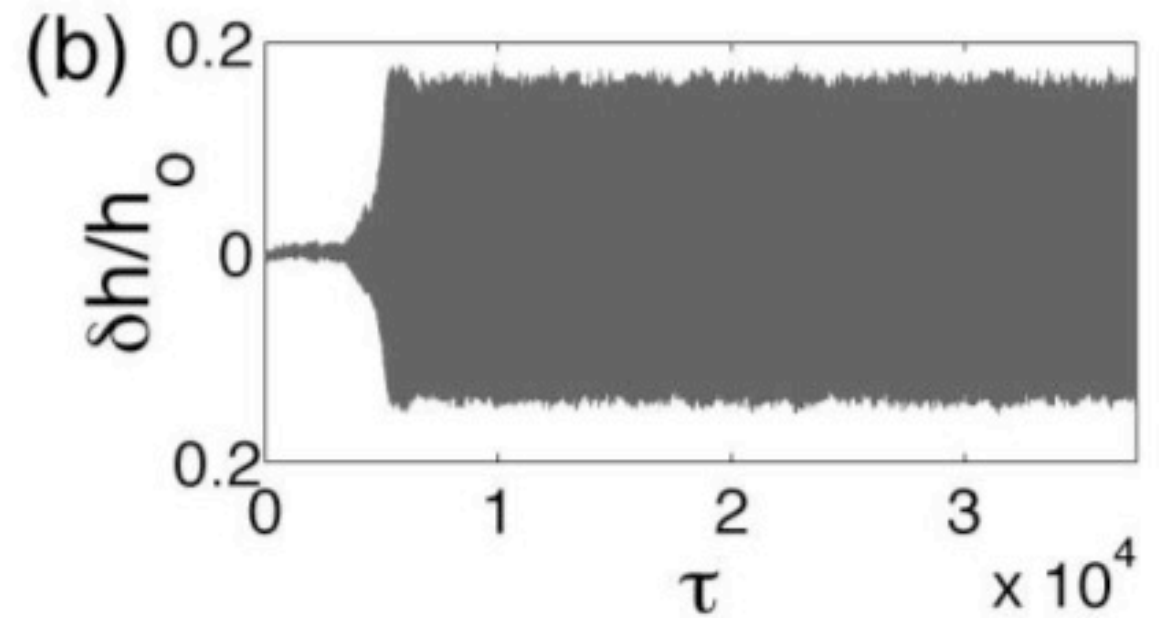
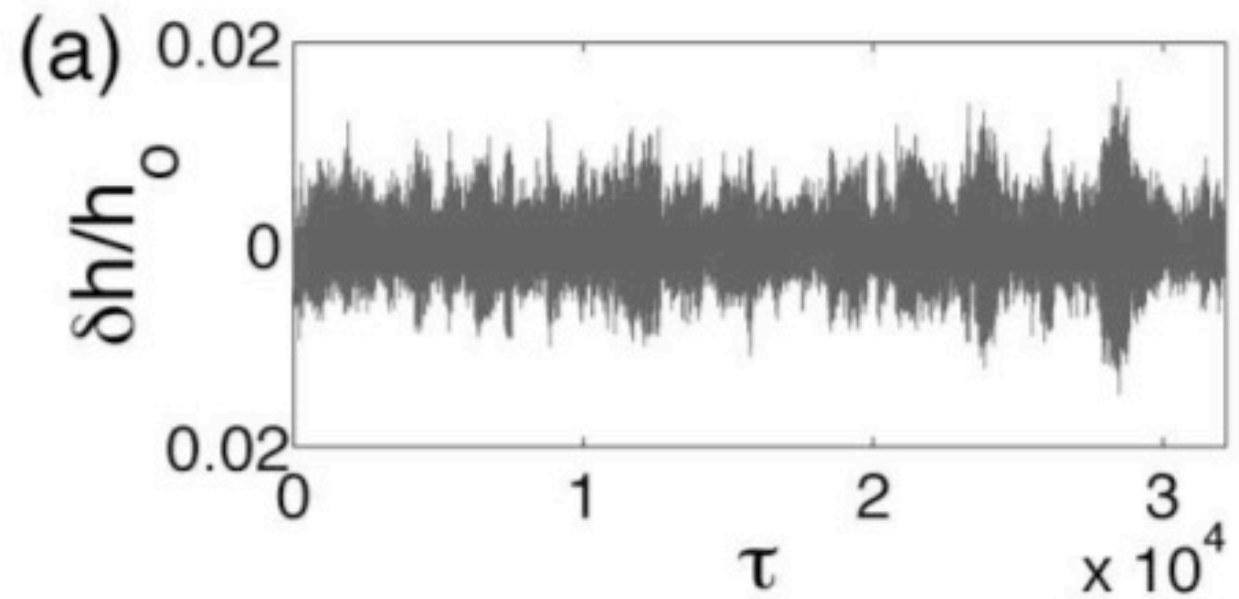
Si se deja una superficie libre y se hace rotar suficientemente rápido...



Si se deja una superficie libre y se hace rotar suficientemente rápido...



Medida resistiva de $h(t)$



Medida capacitiva de $h(t)$

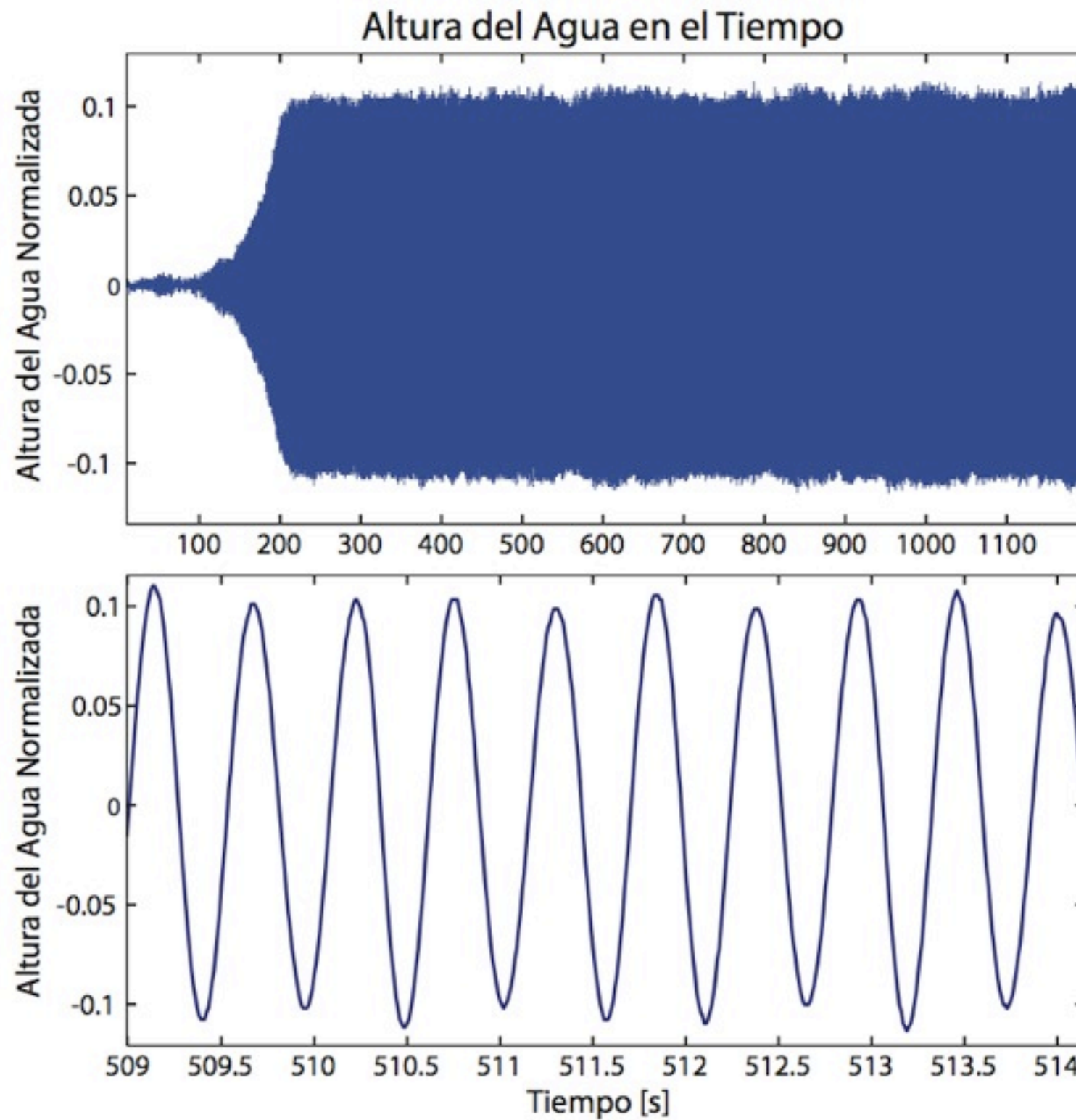
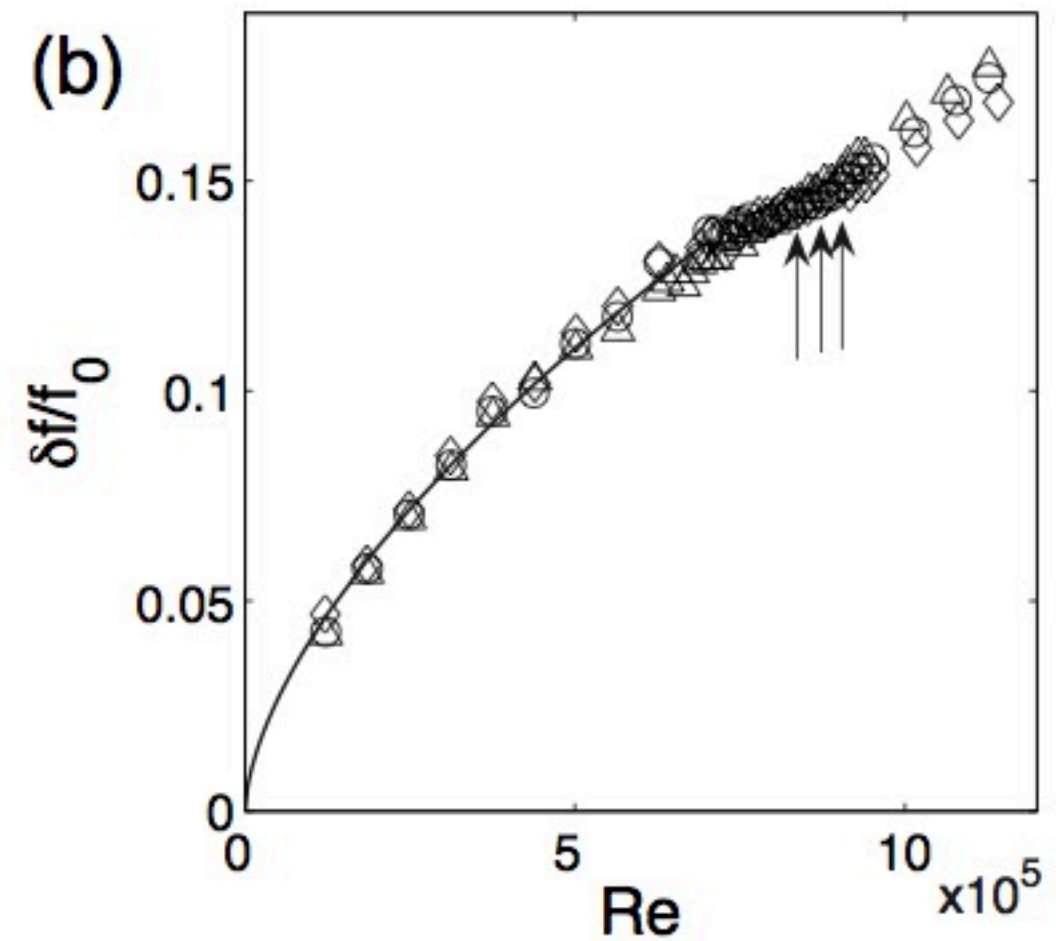
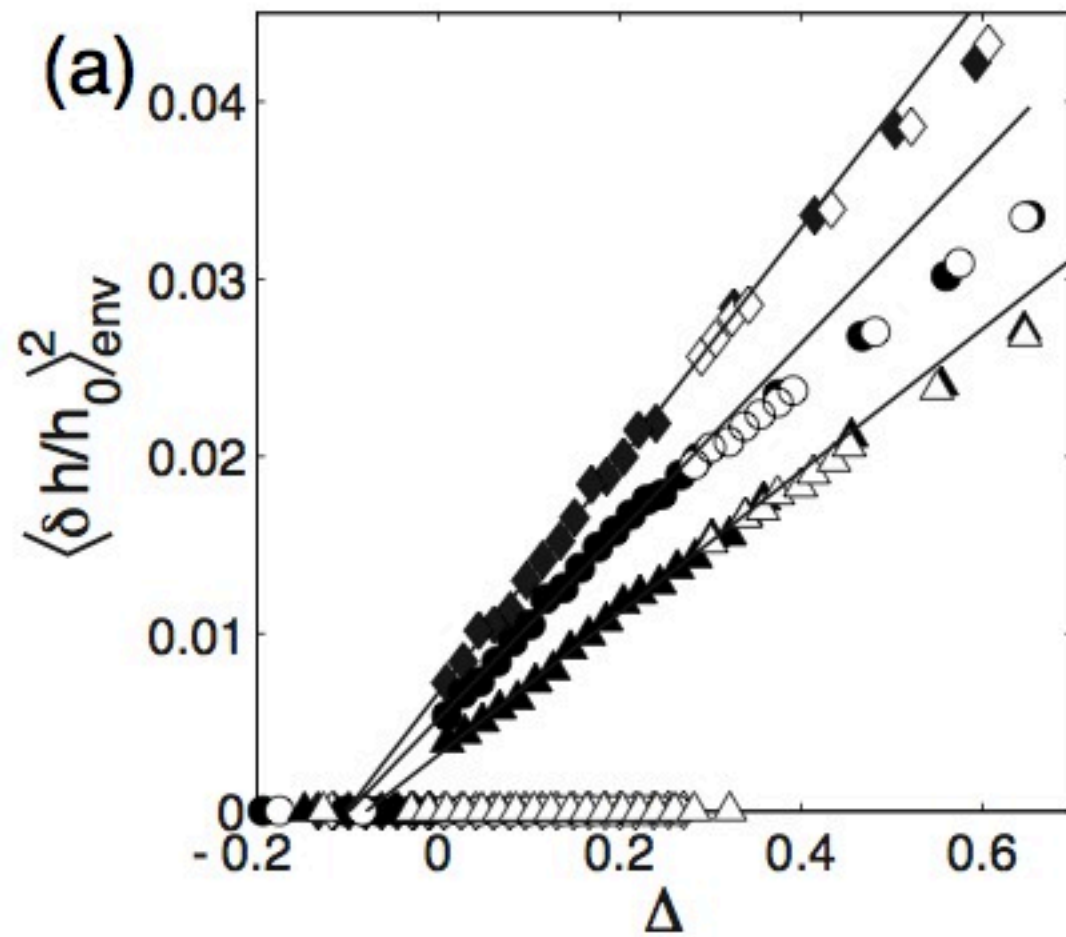
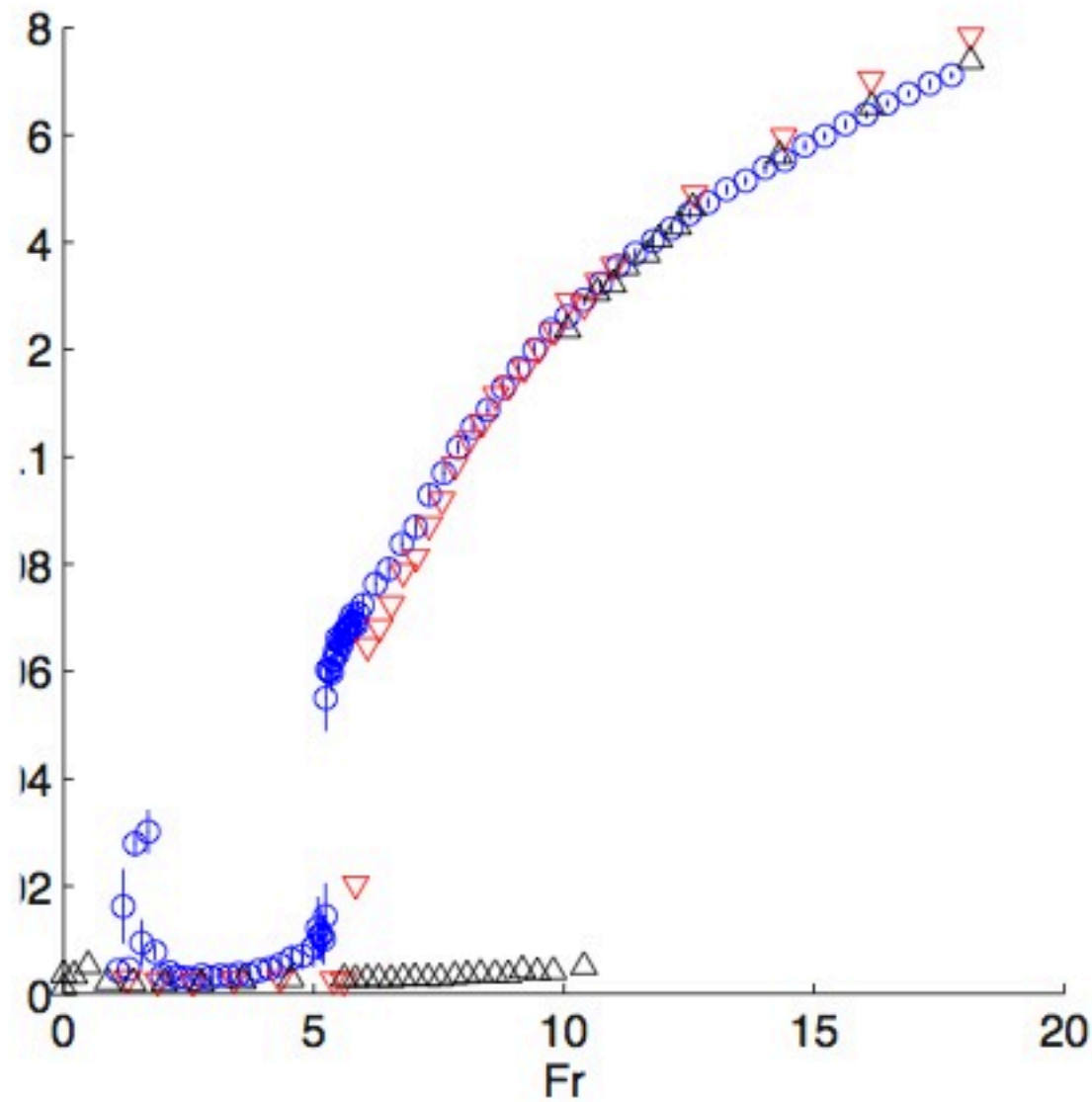


Diagrama de bifurcación

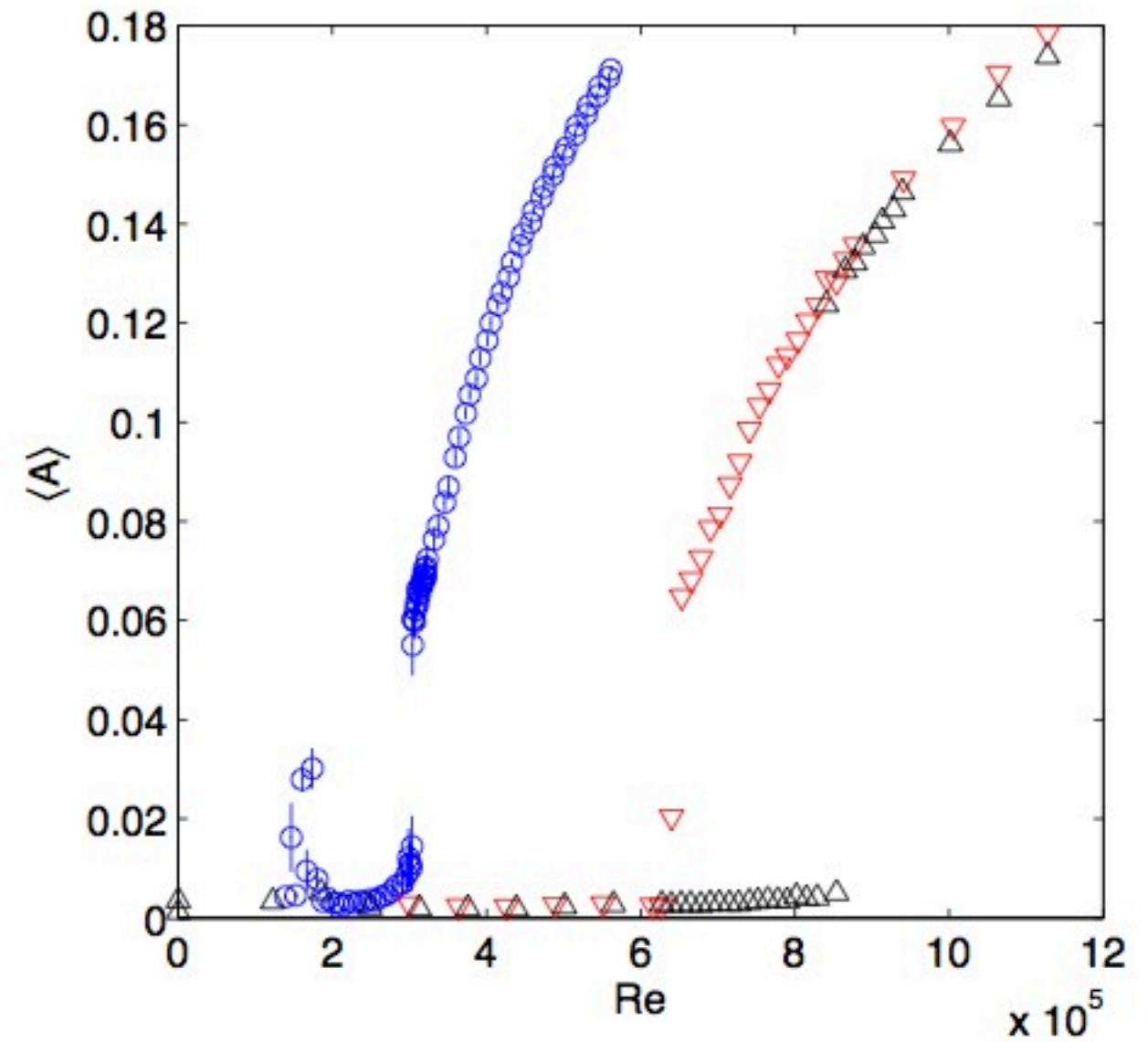


$$Re = \frac{UL}{\nu}$$

Diagrama de bifurcación



$$Fr = \frac{U^2}{gL}$$



$$Re = \frac{UL}{\nu}$$

Detalles de la medida

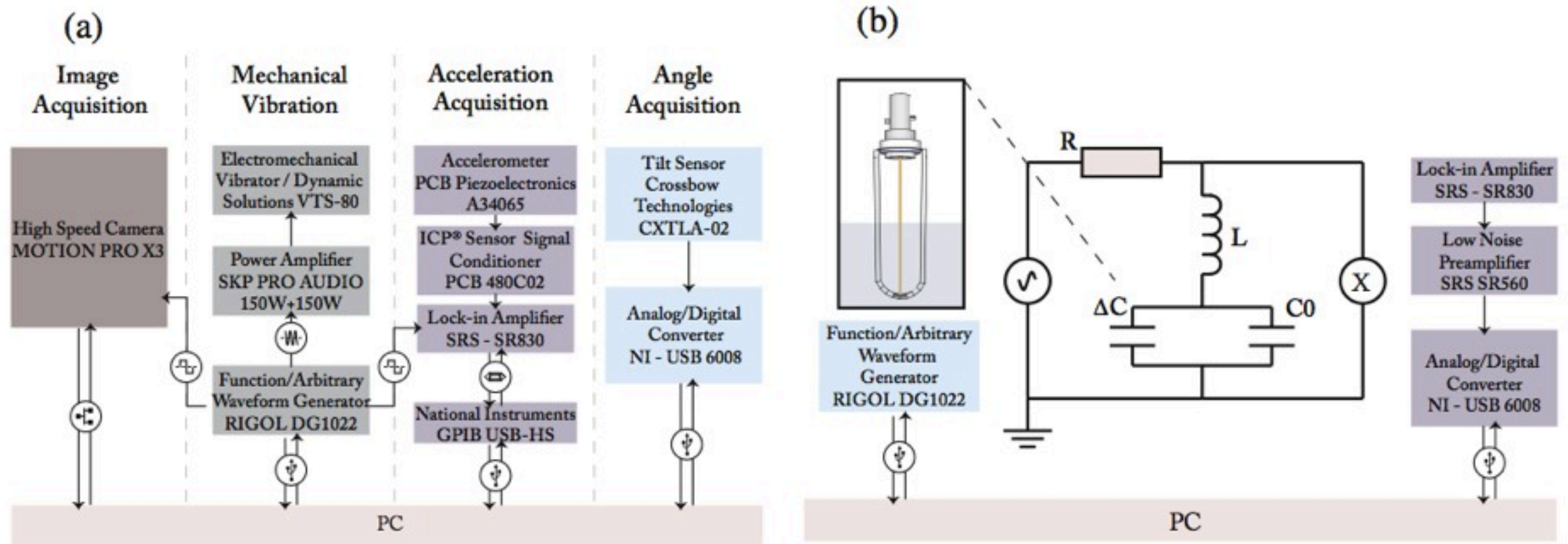


Fig. 2. (Color online) (a) The scheme shows the measurement procedures used for spatial acquisitions. (b) Local acquisitions scheme. The capacitor ΔC represents capacity fluctuations and can be negative. C_0 represents parasitic and zero-level capacity.

Detalles de la medida

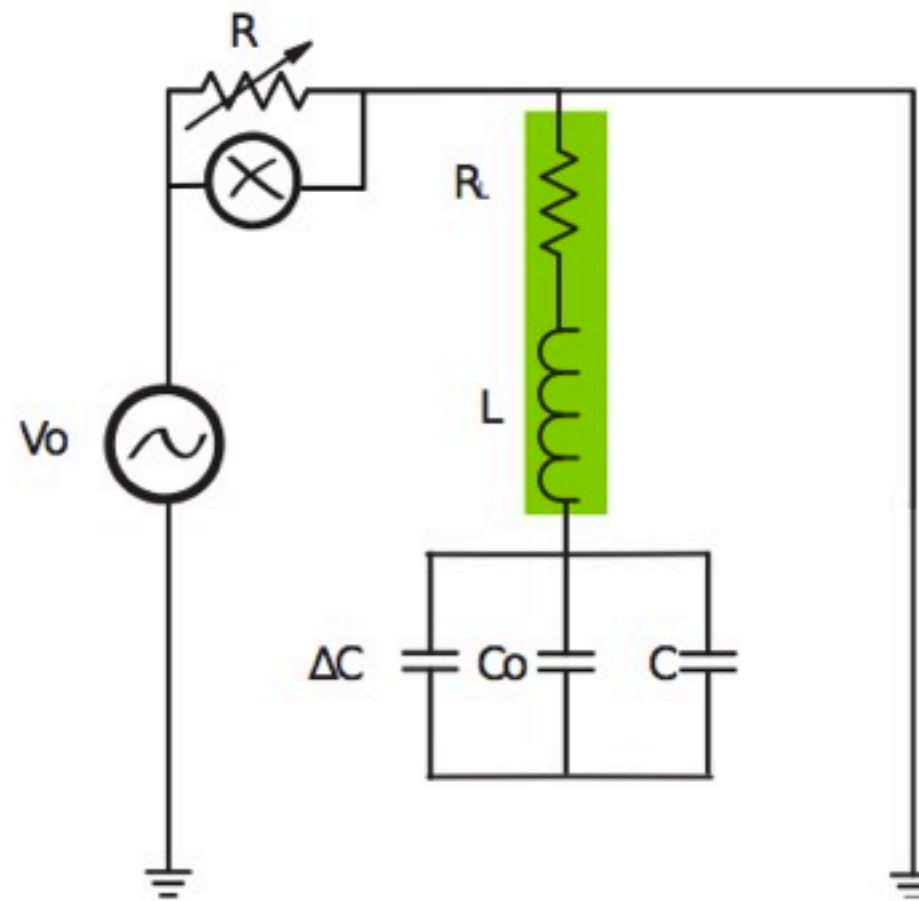


Figura 2.7: Circuito resonante que se utiliza para medir la altura relativa del agua. Los valores de los elementos del circuito son: $R_L = 25 \, \Omega$, $L = 22 \, \text{mH}$, $R = 1,5 \, \Omega - 2 \, \text{k}\Omega$ y $C = 150 \, \text{pF}$. C_0 corresponde a la capacidad del cable rodeado por agua cuando el sistema está en reposo, mientras que ΔC a las variaciones de capacidad del mismo debido a las variaciones de altura del agua. Se mide el voltaje diferencial sobre la resistencia variable R

Detalles de la medida

Utilizando el formalismo de impedancia es posible escribir una ecuación para la corriente:

$$I_0 = \frac{V_0}{R + R_L + i\omega L + \frac{1}{i\omega C_{eq}}}, \quad (2.11)$$

donde

$$C_{eq} = C_0 + C + \Delta C. \quad (2.12)$$

La fase de la señal sobre la resistencia R está dada por:

$$\tan \phi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C_{eq}}}{R + R_L} \quad (2.13)$$

A pesar de que los valores típicos de ΔC pueden ser del mismo orden que C_0 , se puede elegir C suficientemente grande como para garantizar que $\Delta C \ll C + C_0$ y hacer una expansión a primer orden de ΔC :

$$\tan \phi = \frac{1}{R + R_L} \left\{ \omega L - \frac{1}{\omega C'} \left(1 - \frac{\Delta C}{C'} \right) \right\} \quad (2.14)$$

Detalles de la medida

donde $C' = C + C_0$. Así, se obtiene una ecuación para la frecuencia de resonancia ω^*

$$\omega^* L - \frac{1}{\omega^* C'} = 0, \quad (2.15)$$

Por lo tanto, $\omega^* = \sqrt{\frac{1}{LC'}}$, lo que al introducirlo en la ecuación 1.14:

$$\tan \phi = \frac{1}{R + R_L} \left\{ -\omega^* L \frac{\Delta C}{C'} \right\} \quad (2.16)$$

lo que nos permite concluir que

$$\tan \phi = -\frac{\Delta C}{C'(R + R_L)} \sqrt{\frac{L}{C'}}, \quad (2.17)$$