Método de determinación de parámetros de las máquinas sincrónicas: corrientes de cortocircuito

Ing. Alfredo Muñoz Ramos

# Consideraciones previas

Para cualquier modelo de comportamiento de máquinas sincrónicas en un sistema industrial o minero, se requiere del conocimiento de los parámetros de las máquinas sincrónicas. Este documento muestra las relaciones teóricas que caracterizan el comportamiento de una máquina sincrónica y la relación entre la teoría y la forma cómo se determinan según norma los parámetros de las máquinas sincrónicas.

# Modelo de la máquina sincrónica.

## La expresión aproximada de la corriente de cortocircuito según norma.

Realizado el cortocircuito en bornes de una máquina sincrónica, la norma establece que, en el registro de la corriente de la fase de cada corriente de estator, se deben diferenciar, mediante algún método matemático, al menos cinco términos:

1. El régimen permanente. Este término queda definido por la constante LD y LQ, y, por cierto, no tiene constante de tiempo asociada a él. Se supone que la corriente al final del cortocircuito es perfectamente sinusoidal.
2. La constante de tiempo transitoria TpD. La norma establece que la corriente decae transitoriamente según dos constantes de tiempo: una subtransitoria y otra transitoria. La amplitud de la corriente que decae según la constante de tiempo transitoria está definida por la constante LpD llamada inductancia transitoria.
3. La constante de tiempo subtransitoria T2prim. La amplitud de la corriente que decae según la constante de tiempo subtransitoria está definida por la constante LDseg llamada inductancia subtransitoria.
4. La componente continua. Ni el transitorio ni el subtransitorio se caracterizan por corrientes sinusoidales centradas, es decir, las corrientes transitorias y subtransitorias están sobrepuestas sobre una componente continua de amplitud cos(alfacero)/LsH. Esta componente continua decae según la constante de tiempo LsH/ R. Se acepta que el valor de LsH se exprese mediante:



Es decir, el cálculo requiere conocer el parámetro LQseg.

1. La componente de doble frecuencia, que decae en el tiempo, y que es prácticamente imposible de determinar mediante una medición experimental.
2. El valor de alfacero define la posición del rotor en el momento que se realiza el cortocircuito.

La expresión teórica de iA y que la norma acepta asimilar a la corriente de cortocircuito medida experimentalmente es la que se muestra a continuación.



La expresión de iB es idéntica a la de iA pero con alfacero=alfacero-2/3.

## Corrientes de cortocircuito obtenidas mediante integración.

Dado que la norma lo que requiere es que el registro experimental se aproxime a la ecuación definida en el párrafo anterior, resulta muy adecuado simular en forma digital el cortocircuito de una máquina sincrónica. La simulación que muestra la figura siguiente fue realizada con , razón por la cual la corriente iA resulta centrada. Por el contrario, las corrientes iB e iC muestran una componente continua al inicio del transitorio. Finalmente terminan en una sinusoide centrada. La corriente if parte del valor 1 en un por uno y, luego de un transitorio, termina nuevamente en el valor 1 en por uno (dado que Vf y Rf son iguales en tanto por uno).



**Figura 1. Evolución temporal de las corrientes de estator y campo como resultado de la integración de las ecuaciones diferenciales de una máquinas sincrónica durante un cortocircuito trifásico**

La corriente de campo también tiene una expresión analítica, pero ella no es utilizada por las normas.



Esta corriente es fácil de registrar y permitiría calcular la constante de tiempo Tfseg y por tanto, permitiría determinar con mayor precisión los parámetros de la máquina.

# La relación entre los parámetros determinados por la norma y el modelo de la máquina equivalente proveniente de la Transformación de Park.

## Los parámetros requeridos.

Los parámetros requeridos para modelar una máquina sincrónica son, en primer lugar del tipo resistivo. Ellos son los 4 elementos de la matriz diagonal y simétrica que se indica a continuación:



La resistencia R y Rf son fáciles de determinar con tensión continua aplicada a cada enrollado. Por el contrario Rdd y Rqq deben determinarse en forma indirecta, por ejemplo, a través de la medición de alguna constante de tiempo.

Además de los parámetros resistivos se deben determinar 10 parámetros inductivos.



Sin embargo, sin pérdida de generalidad, se puede suponer que . De este modo, es necesario determinar sólo siete parámetros inductivos. Si la suma de las corrientes de estator es cero [[1]](#footnote-1) , normalmente no se resuelve la ecuación del eje cero y por tanto no se requiere conocer el parámetro Lo. De este modo se requiere determinar sólo 6 parámetros inductivos.

## Los parámetros que se pueden determinar de la corriente de cortocircuito.

Mediante el análisis de la corriente de cortocircuito es factible determinar 5 parámetros: , , , , . Mediante un análisis de la corriente de campo transitoria es posible determinar además . Además mediante una prueba de deslizamiento (IEEE Standard 100) de la máquina se puede determinar .

Es decir, mediante mediciones normadas es posible lograr una determinación de los parámetros de la máquina sincrónica. Sin embargo, las ecuaciones que resultan no son fáciles de resolver y, desafortunadamente, no existe un método que permita obtener la totalidad de los parámetros de la máquina transformada de Park a partir de la prueba de cortocircuito y las pruebas asimétricas.

En caso de no disponerse de datos es posible utilizar los siguientes valores expresados en tanto por uno de la máquina que se desea simular:

R = resistencia del estator = 0,009

LD = reactancia sincrónica de eje directo = 1,2936

LQ = reactancia sincrónica de eje en cuadratura = 0,7948

 = LpD = reactancia transitoria de eje directo= 0,3387

 = TpD =constante de tiempo transitoria = 1,038

MDf = MAf = mutua entre eje directo y campo = 1,0 por definición.

MAdd = MAqq = mutua entre eje directo y enrollados en cuadratura = 1,0 por definición.

 = inductancia mutua entre el campo y el enrollado amortiguador= 0,923

 = resistencia del enrollado amortiguador eje directo = 0,1416

 = resistencia del enrollado amortiguador eje en cuadratura = 0,5478

 = inductancia enrollado amortiguador eje directo = 0,9886

 = inductancia enrollado amortiguador eje en cuadratura = 1,788

También, es posible utilizar expresiones aproximadas de algunas constantes de tiempo, las que a veces son proporcionadas por los fabricantes:



















## El software de MATLAB que simula el cortocircuito de una máquina sincrónica.

Como se ha visto, el análisis del cortocircuito trifásico de una máquina sincrónica ha sido utilizado durante años (el IEE Standard Test Procedures for synchronous machines data de 1965 y su versión renovada aparece en 1983 con la descripción de la prueba de cortocircuito y la respectiva determinación de parámetros a partir de ella). El análisis del modelo es bastante complejo y, por ello, amerita realizarlo con un software que permita integrar las ecuaciones diferenciales originales. Con este software no sólo se puede modificar diferentes parámetros, sino observar en un computador la forma en que evoluciona cada una de las variables de la máquina sincrónica durante el cortocircuito y cómo se llega a un régimen permanente. Al mismo tiempo, el software calcula la expresión aproximada analítica de las corrientes de cortocircuito, lo que permite comprobar el grado de aproximación con respecto a la solución teóricamente exacta de las ecuaciones diferenciales.

clear

global VD VQ Vf Rs LDQ Lmen1 muno ws Rf

%MÁQUINA SINCRÓNICA CON ENROLLADOS AMORTIGUADORES

%CALCULA LAS CORRIENTES DE CORTOCIRCUITO

%PARÁMETROS DE LA MÁQUINA

R=0.009; %Resistencia Estator

LD=1.2936; %Reactancia sincrona eje directo

LQ=0.7948; %Reactancia sincrona eje cuadratura

LpD=0.3387; %Reactancia transitoria

TpD=1.038; %Constante de tiempo transitoria

Mfdd=0.92305; % Reactancia Mutua entre el campo y enrrollados amotiguadores

Rdd=0.141621; %Resistencia Enrrollados Amortiguadores

Rqq=0.547814; %Resistencia Enrrollados Amortiguadores

Ldd=0.988637; %Inductancias propias Enrrollados Amortiguadores

Lqq=1.788173; %Inductancias propias Enrrollados Amortiguadores

ws=1.0; %Velociadad sincrona

MAf=1.0; %Reactancia mutua

MDf=MAf; %Reactancia mutua

Lf=MDf^2/(LD-LpD); %Inductancia de campo

Rf=(Lf-MDf\*MDf/LD)/(TpD\*(100\*pi)); % Resistencia de campo

%Constante de tiempo transitoria inicial

TpD0=Lf/Rf/(100\*pi)

Tp0divTpD=TpD0/TpD;

XDdivXpD=LD/LpD;

Vf=Rf; %Voltaje de campo

MAdd=1; %Reactancia mutua

MAqq=1; %Reactancia mutua

%Reactancia subtransitoria eje directo

LDseg=+LD -1/Ldd-(1-Mfdd/Ldd)^2/(Lf-Mfdd^2/Ldd)

%Reactancia subtransitoria eje cuadratura

LQseg=LQ-MAqq^2/Lqq

% Constante de Tiempo del subtransitorio

Td2prim=1/Rdd\*(Ldd-(Mfdd^2\*LD+Lf-2\*Mfdd)/(LD\*Lf-1))/(100\*pi);

Tq2prim=1/Rqq\*(Lqq-MAqq^2/LQ)/(100\*pi);

Tfseg=1/Rdd\*(Ldd-Mfdd\*MAdd/MAf)/(100\*pi);

K=2\*(LD-LpD)/LpD\*Tfseg/Td2prim;

TsD0=1/Rdd\*(Ldd-Mfdd^2/Lf)/(100\*pi);

TsD0divTd2prim=TsD0/Td2prim;

XpDdivXsegD=LpD/LDseg;

%Matriz resistiva

Rs=[R 0 0 0 0

0 R 0 0 0

0 0 Rf 0 0

0 0 0 Rdd 0

0 0 0 0 Rqq];

%Matriz inductiva

LDQ=[LD 0 MDf MAdd 0

0 LQ 0 0 MAqq

MDf 0 Lf Mfdd 0

MAdd 0 Mfdd Ldd 0

0 MAqq 0 0 Lqq];

muno=[0 -1 0 0 0

1 0 0 0 0

0 0 0 0 0

0 0 0 0 0

0 0 0 0 0];

Lmen1=inv(LDQ);

%Corriente de campo inicial

If0=Vf/Rf;

%RESUELVE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES DEL CORTOCIRCUITO

VD=0;

VQ=0;

i0=[0

0

If0

0

0];

lam0=LDQ\*i0;

t0=0;

% Tduracion = tiempo de integracion - Duracion de simulacion [s]

Tduracion=0.2\*10;

tf=Tduracion\*(2\*pi\*50);

[t,lam]=ode45('maq\_con\_am',t0,tf,lam0);

%CALCULA LAS CORRIENTES IABC EN FUNCIÓN DEL TIEMPO

% alfa\_cero regula cuando ocurre la falla [rad]

alfa\_cero = pi/2;

alfa=ws\*t+alfa\_cero;

iDQf=Lmen1\*lam';

tseg=t/(2\*pi\*50);

icero=zeros(length(t),1);

for m=1:length(t)

Ttr=sqrt(2/3)\*[cos(alfa(m)) cos(alfa(m)-2\*pi/3) cos(alfa(m)+2\*pi/3)

-sin(alfa(m)) -sin(alfa(m)-2\*pi/3) -sin(alfa(m)+2\*pi/3)

1/sqrt(2) 1/sqrt(2) 1/sqrt(2)];

iDQ=[iDQf(1,m)'

iDQf(2,m)'

icero(m,1)];

Mod\_iDQ(m)=sqrt( (iDQf(1,m)')^2 + (iDQf(2,m)')^2 );

iabc(m,:)=sqrt(3/2)\*(Ttr'\*iDQ)';

end

%GRAFICA LOS RESULTADOS

%Grafica la corritente iDQ

figure(1);

plot(tseg,Mod\_iDQ),grid,title('Corriente iDQ');

%Grafica de las corrientes de estator y campo

figure(2)

plot(tseg,iabc(:,1)),grid,title('iA')

figure(3)

plot(tseg,iabc(:,2)),grid,title('iB')

figure(4)

plot(tseg,iabc(:,3)),grid,title('iC')

figure(5)

plot(tseg,iDQf(3,:)),grid,title('if')

break

%figure(2);

%subplot(221),plot(tseg,iabc(:,1)),grid,title('iA');

%subplot(222),plot(tseg,iabc(:,2)),grid,title('iB');

%subplot(223),plot(tseg,iabc(:,3)),grid,title('iC');

%subplot(224),plot(tseg,iDQf(3,:)),grid,title('if');

%CALCULA UNA EXPRESIÓN APROXIMADA DE IA IB

EQ=MDf\*If0\*ws;

kr=1;

EAmx=kr\*EQ;

kprox1=kr\*(1/LD+(1/LpD-1/LD)\*exp(-tseg/(TpD)));

kprox2=kr\*(1/LDseg-1/LpD)\*exp(-tseg/Td2prim);

aprox1=kprox1.\*cos(2\*pi\*50\*tseg+alfa(1));

aprox1b=kprox2.\*cos(2\*pi\*50\*tseg+alfa(1));

bprox1=kprox1.\*cos(2\*pi\*50\*tseg+alfa(1)-2\*pi/3);

bprox1b=kprox2.\*cos(2\*pi\*50\*tseg+alfa(1)-2\*pi/3);

cprox1=kprox1.\*cos(2\*pi\*50\*tseg+alfa(1)-4\*pi/3);

cprox1b=kprox2.\*cos(2\*pi\*50\*tseg+alfa(1)-4\*pi/3);

aregp=kr\*1/LD;

Linv=1/2\*(1/LDseg+1/LQseg);

LsH=1/Linv;

aten=Rs(1,1)/LsH\*(100\*pi);

aprox2=kr/LsH\*exp(-aten\*tseg)\*cos(alfa(1));

bprox2=kr/LsH\*exp(-aten\*tseg)\*cos(alfa(1)-2\*pi/3);

cprox2=kr/LsH\*exp(-aten\*tseg)\*cos(alfa(1)-4\*pi/3);

aprox3=1/2\*(1/LDseg-1/LQseg)\*exp(-aten\*tseg).\*cos(4\*pi\*50\*tseg+alfa(1));

bprox3=1/2\*(1/LDseg-1/LQseg)\*exp(-aten\*tseg).\*cos(4\*pi\*50\*tseg+alfa(1)-2\*pi/3);

cprox3=1/2\*(1/LDseg-1/LQseg)\*exp(-aten\*tseg).\*cos(4\*pi\*50\*tseg+alfa(1)-4\*pi/3);

iaprox=-(aprox1+aprox1b-aprox2-aprox3);

ibprox=-(bprox1+bprox1b-bprox2-bprox3);

icprox=-(cprox1+cprox1b-cprox2-cprox3);

if1=If0\*(LD-LpD)/LpD\*exp(-tseg/TpD);

if2=If0\*(LD-LpD)/LpD\*(1-Tfseg/Td2prim)\*exp(-tseg/Td2prim);

if3=If0\*(LD-LpD)/LpD\*( Tfseg/Td2prim\*exp(-aten\*tseg).\*cos(2\*pi\*50\*tseg) );

ifprox=If0+if1-if2-if3;

%Grafica de comparacion entre las corrientes originales (metodo diferencial)

% y las aproximaciones segun la aproximacion

figure(6)

plot(tseg,iaprox,tseg,iabc(:,1)),title('Aprox de iA'),grid;

figure(7)

plot(tseg,ibprox,tseg,iabc(:,2)),title('Aprox de iB'),grid;

figure(8)

plot(tseg,icprox,tseg,iabc(:,3)),title('Aprox de iC'),grid;

figure(9)

plot(tseg,ifprox,tseg,iDQf(3,:)),title('Aprox de if'),grid;

function plamda=maq\_con\_am(t,lam)

global VD VQ Vf Rs LDQ Lmen1 muno ws Rf

%ECUACIONES DE UNA MAQUINA CON ENROLLADOS AMORTIGUADORES

%CALCULA LAS CORRIENTES DE CORTOCIRCUITO

%ASUME VELOCIDAD CONSTANTE

ws=1.0;

wm=ws;

iDQf=Lmen1\*[lam(1)

lam(2)

lam(3)

lam(4)

lam(5)];

%PLANTEA LAS ECUACIONES DIFERENCIALES

plamda(1)=VD-Rs(1,1)\*iDQf(1)+wm\*lam(2);

plamda(2)=VQ-Rs(2,2)\*iDQf(2)-wm\*lam(1);

plamda(3)=Vf-Rs(3,3)\*iDQf(3);

plamda(4)=-Rs(4,4)\*iDQf(4);

plamda(5)=-Rs(5,5)\*iDQf(5);

plamda=plamda';



Figura A1. Evolución teórica de la corriente iA durante el cortocircuito.



Figura A2. Evolución teórica de la corriente iB durante el cortocircuito.



Figura A3. Evolución teórica de la corriente if durante el cortocircuito.



Figura A4. Evolución de la corriente iA durante el cortocircuito: En rojo la evolución según el modelo de ecuaciones diferenciales integrado mediante matlab, en azul evolución según aproximación señalada en el párrafo 2.1.

# Conclusión.

La solución teórica de las ecuaciones diferenciales que modelan una máquina sincrónica es complicada. En este apunte se entrega no solamente la solución analítica aproximada de ellas, sino también, se entrega un software en MATLAB que obtiene la solución computacional exacta. Ambas herramientas permiten ajustar, en términos de una máquina real, los parámetros que simulan una máquina sincrónica en cualquier tipo de condiciones, ya que las ecuaciones diferenciales son absolutamente generales. Los parámetros, al estar en tanto por uno, son representativos de todas las máquinas sincrónicas, independiente de su tamaño, número de polos, etc.

**Anexo 1. El Standard IEEE 115-1995: Test Procedures for synchronous machines.**

El estándar IEEE 115 establece con precisión la forma de medir los parámetros de máquinas sincrónicas. Establece, por ejemplo, la forma típica de la curva de vacío de la máquina sincrónica. Esta curva muestra que la aproximación del valor Maf como constante no es adecuada para corrientes de campo elevadas.



Figura A1. Curva de voltaje en vacío de una máquina sincrónica

El mismo estándar IEEE 115 establece que una fórmula aproximada para calcular la corriente de cortocircuito, durante el transitorio es:



En base a esta aproximación el estándar IEEE 115 sugiere calcular en forma gráfica los valores transitorios y subtransitorios de las reactancias y contantes de tiempo.



Figura A2. Forma sugerida por normas para mostrar la amplitud ciclo a ciclo de las corrientes durante el cortocircuito.

***Acerca del autor.***

***Alfredo Muñoz Ramos,*** *es Ingeniero Civil Electricista y Profesor Titular de la Universidad de Chile. Trabaja en el Programa de Estudios e Investigaciones en Energía de la Universidad de Chile y es asesor permanente de importantes empresas mineras de Chile. Puede ser comunicado indistintamente en* [alfmunoz@cec.uchile.cl](mailto:alfmunoz@cec.uchile.cl) *y* [alfmunoz@uchile.cl](mailto:alfmunoz@uchile.cl)*.*

1. La suma de las corrientes de estator es cero si la máquina está conectada en delta o en estrella sin conexión de neutro, lo que es bastante frecuente. [↑](#footnote-ref-1)