



EL 6000

Generación de Energía Eléctrica con Fuentes Renovables

**Clase 2: PRINCIPIOS BASICOS DE
ELECTROMAGNETISMO-MOTOR**



AGENDA

- Campo Magnético
- Ley Circuital de Ampere
- Ley de Biot y Savarat
- Torque eléctrico y
- Motor elemental.

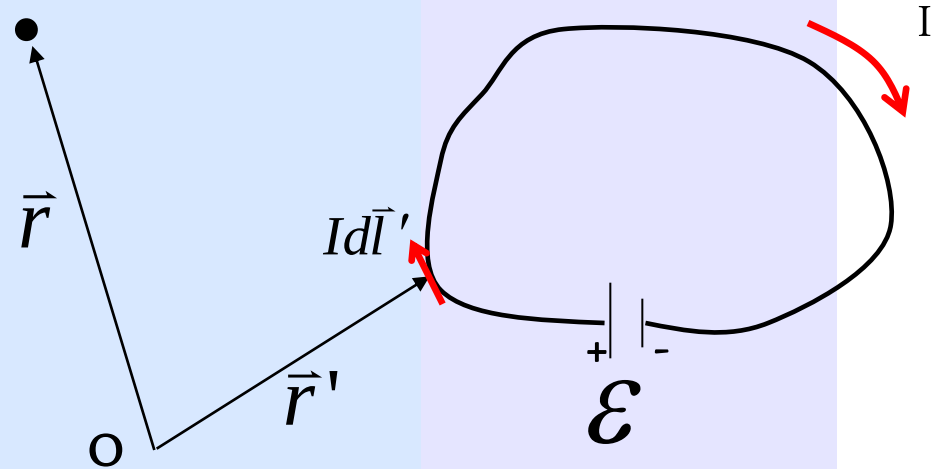


Campo magnético

Campo producido por circuito Γ'

$$\vec{B} = \oint_{\Gamma'} \frac{\mu_0 I d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$



$\vec{B}$: Vector campo magnético

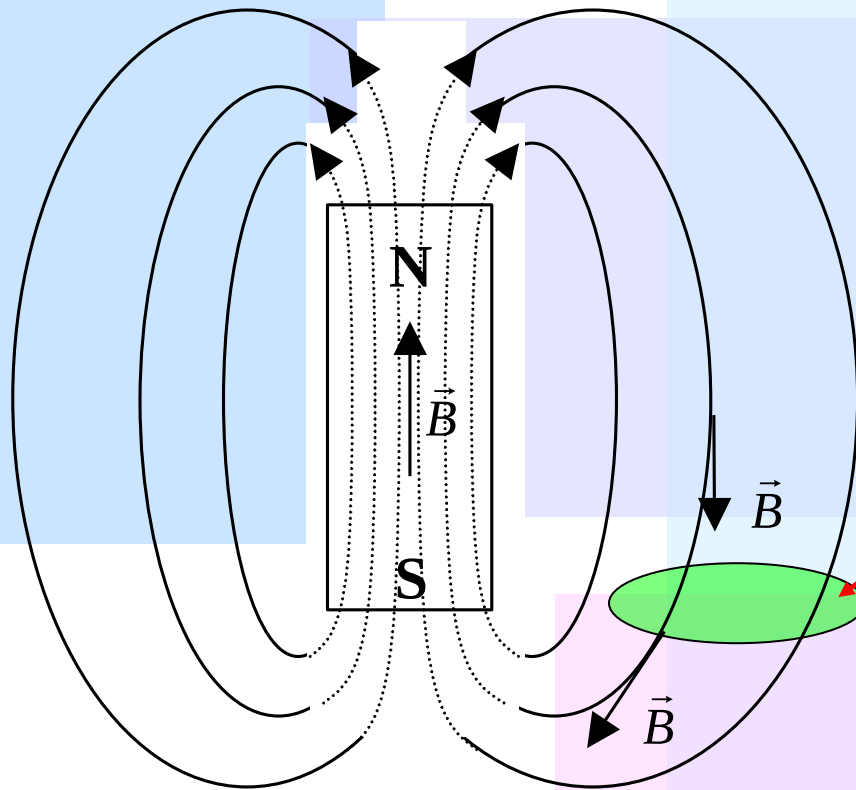
$\vec{H}$: Vector intensidad de campo magnético

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} [H/m]$: permeabilidad magnética del medio



Campo magnético

Imán permanente



$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

Flujo de líneas de campo a través de una superficie S :

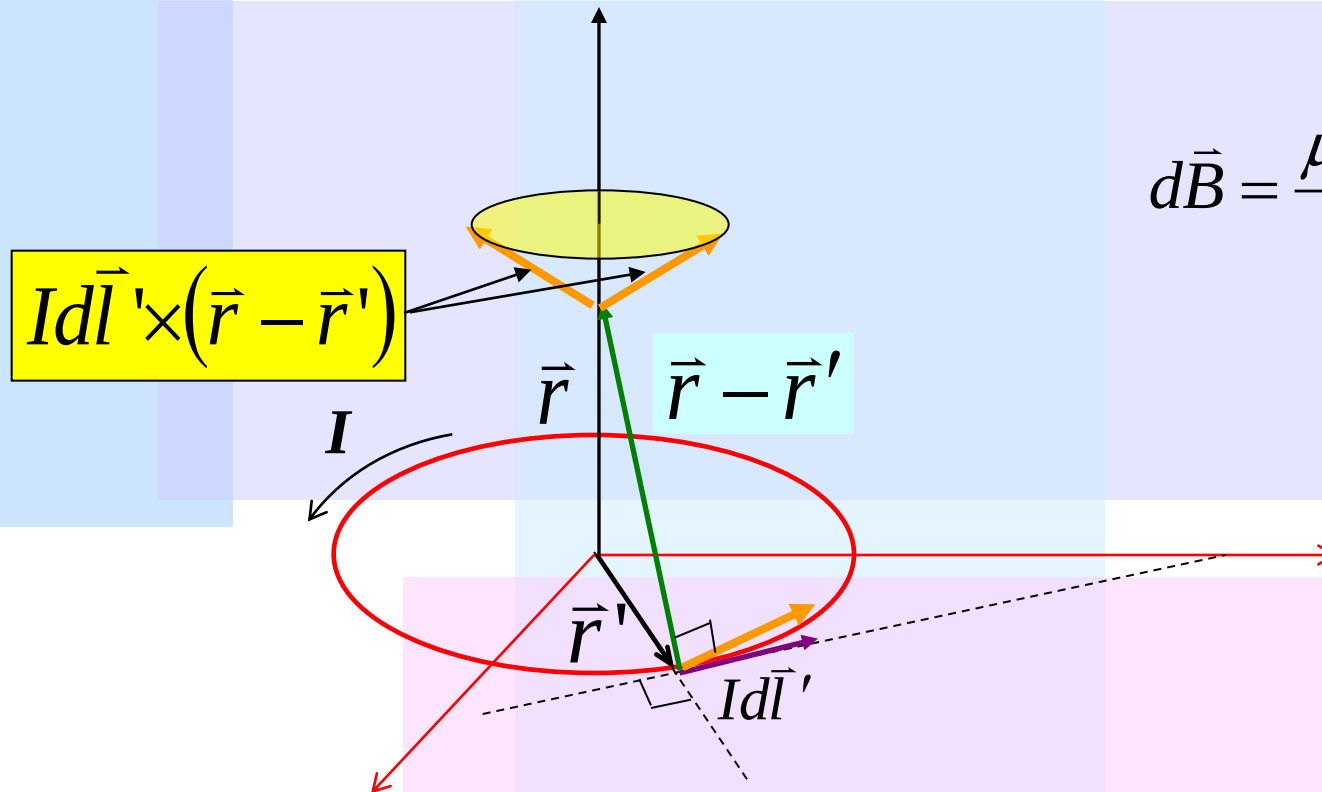
$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$



Campo magnético: Regla de la mano derecha

Dirección de campo está dado por el producto

$$Id\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')$$

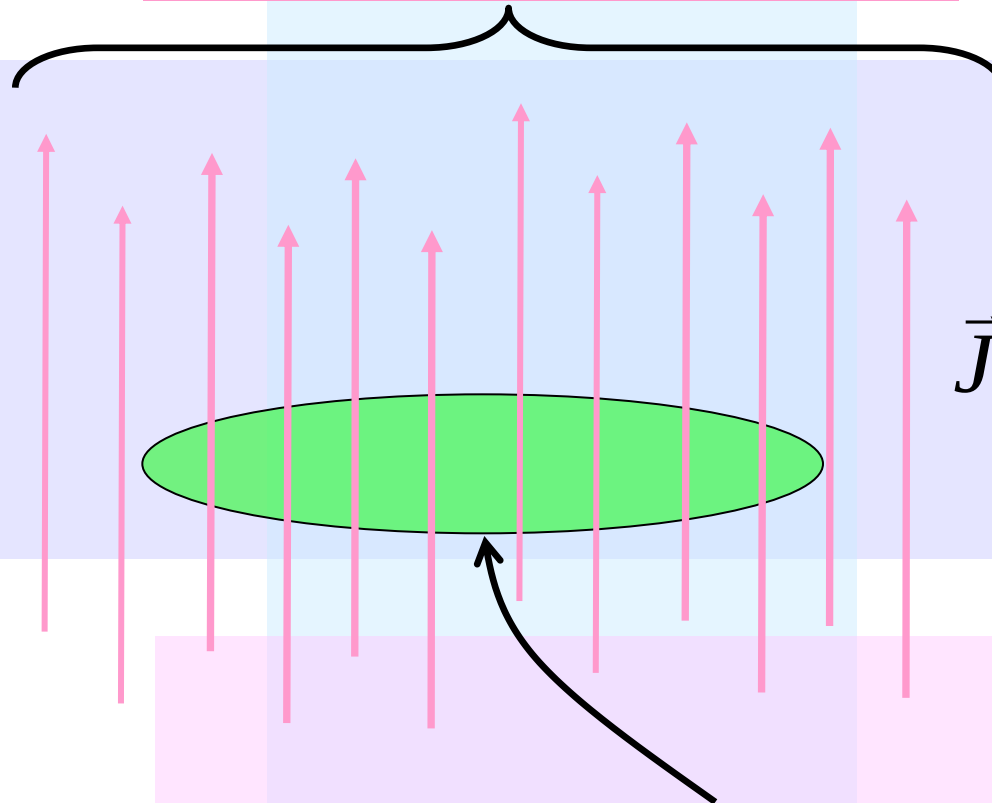


$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 Id\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$



Ley Circuital de Ampere

Líneas de corriente

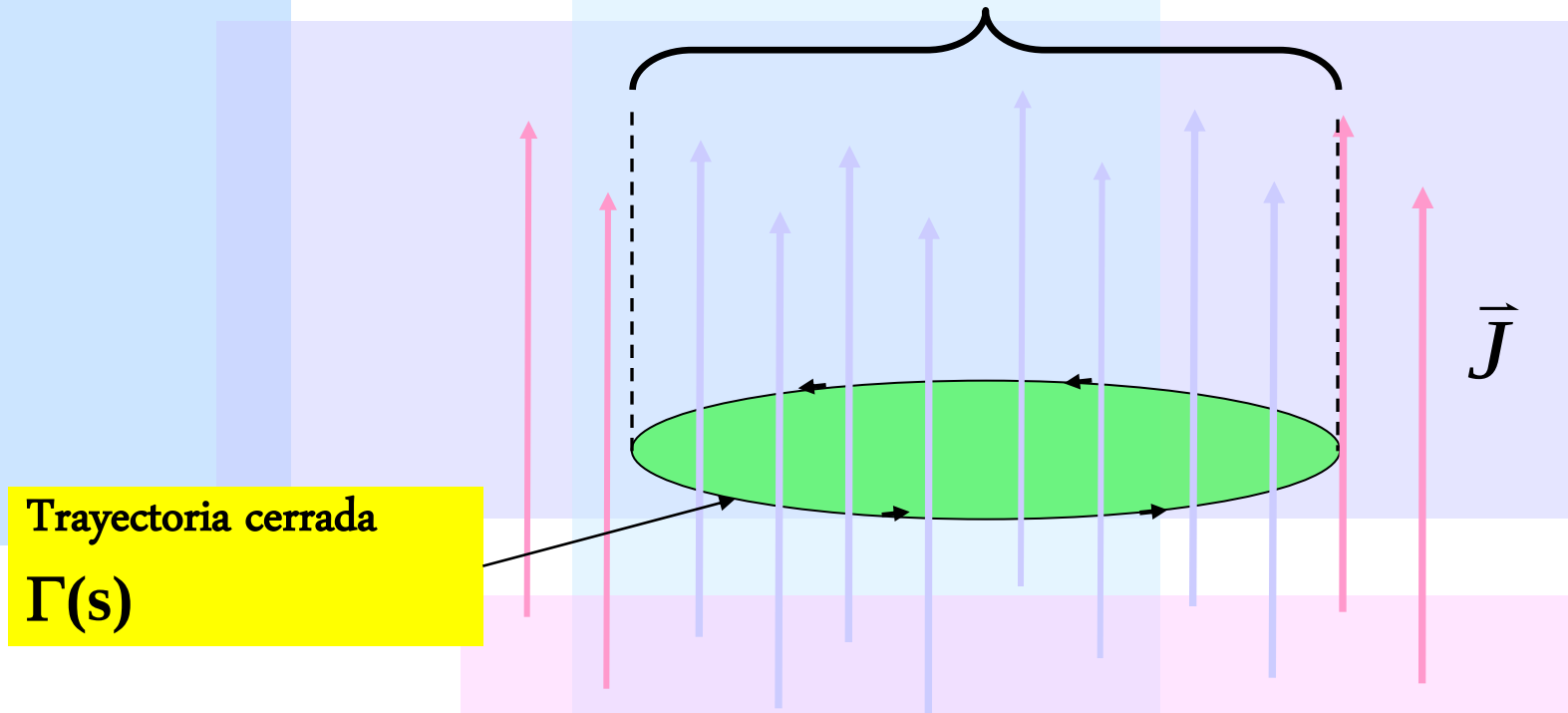


Plano S por donde atraviesan líneas de corriente



Ley Circuital de Ampere

$$I_{\text{enlazada}} = \text{Corriente enlazada por } \Gamma(s)$$



$$\oint_{\Gamma(s)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlazada}}$$

Ley Circuital de Ampere

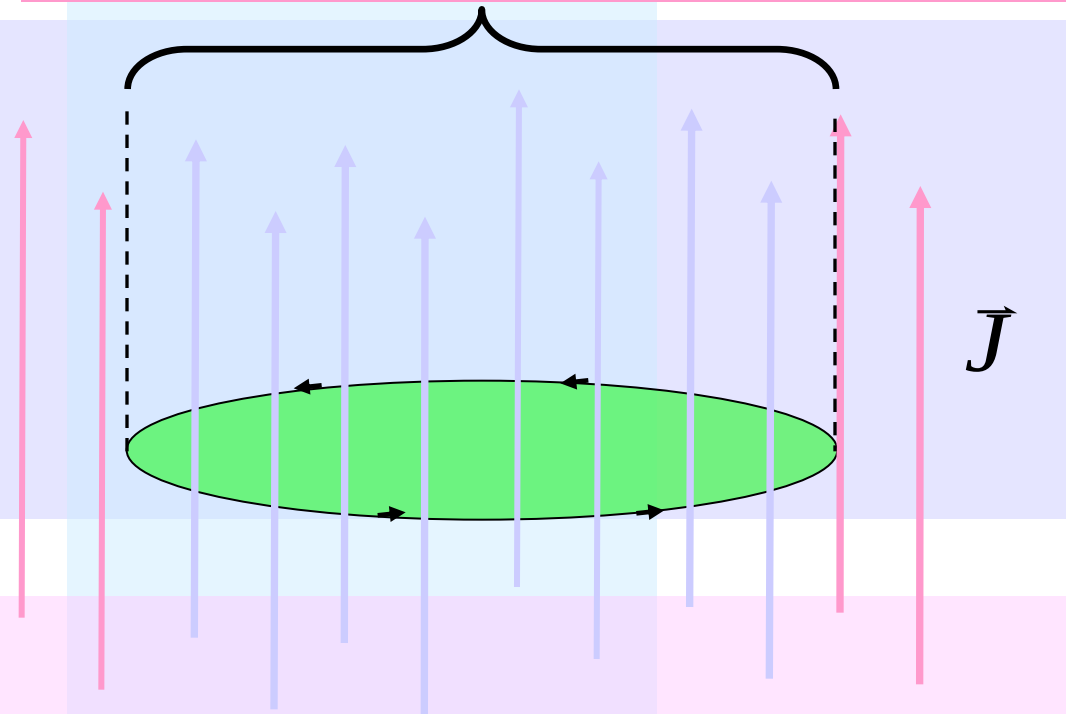


Ley Circuital de Ampere

$I_{enlazada}$ = Corriente enlazada por $\Gamma(s)$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

$\vec{H}$ Vector Intensidad de
Campo Magnético



$$\oint_{\Gamma(S)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{enlazada}$$

Ley Circuital de Ampere



Ejemplo 1

Calcular el campo magnético
de una corriente unifilar
infinita

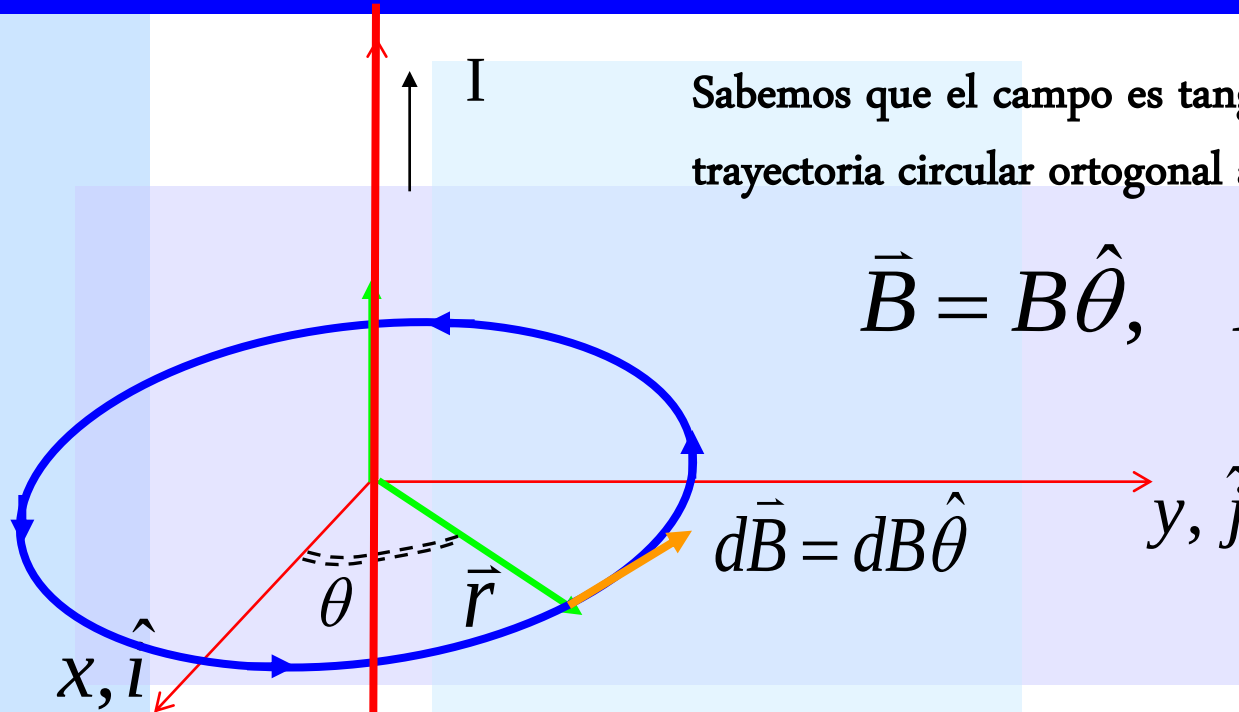
$\uparrow$
I

$$\vec{B} = ?$$

I
 $\uparrow$



Ejemplo 1



Sabemos que el campo es tangencial a la trayectoria circular ortogonal al eje de la corriente

$$\vec{B} = B\hat{\theta}, \quad \vec{H} = H\hat{\theta}$$

$$d\vec{B} = dB\hat{\theta}$$

Además sólo depende de la distancia radial r

$$\vec{B} = B(r)\hat{\theta}, \quad \vec{H} = H(r)\hat{\theta}$$

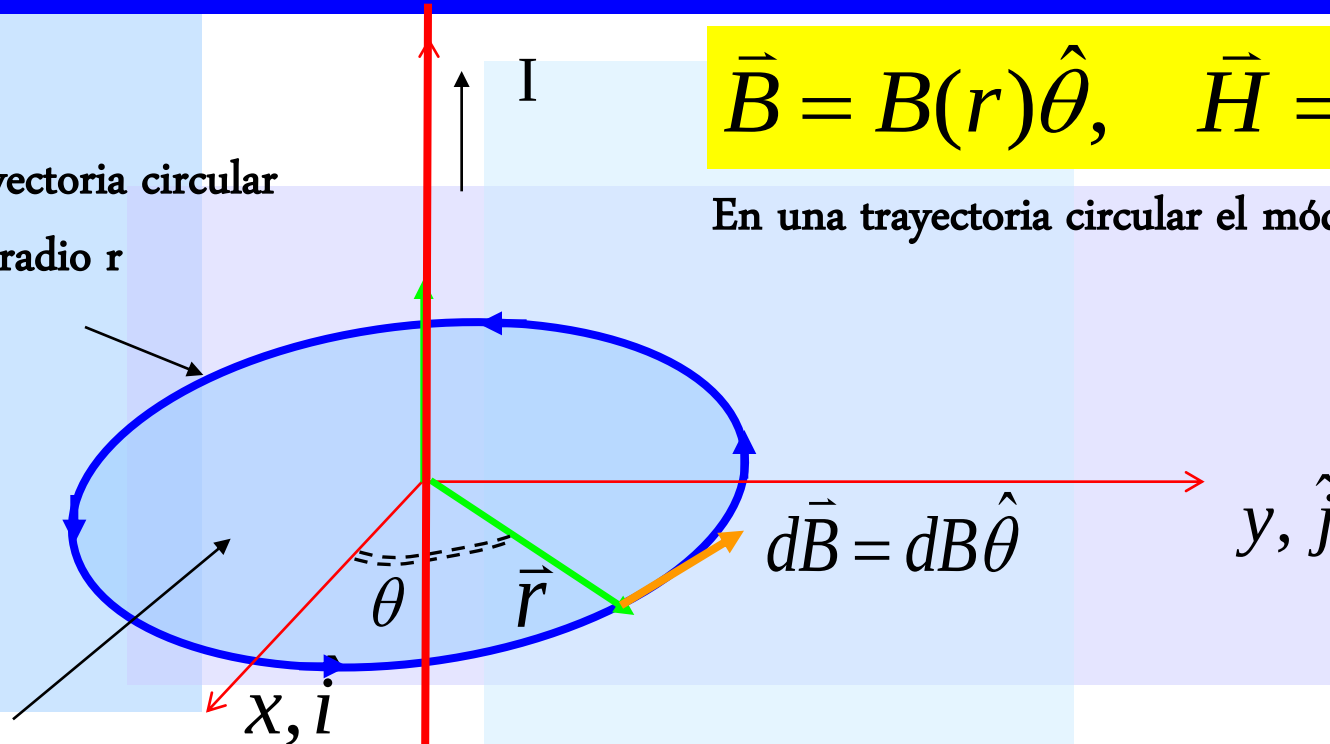


Ejemplo 1

$$\vec{B} = B(r)\hat{\theta}, \quad \vec{H} = H(r)\hat{\theta}$$

En una trayectoria circular el módulo es constante

Γ : trayectoria circular
de radio r



S : superficie circular de
radio r

$$\oint_{\Gamma(S)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlazada}}(S)$$



Ejemplo 1

Γ : trayectoria circular de radio $\mathbf{r}$

S : superficie circular de radio $\mathbf{r}$

$\vec{I}$

$\vec{r}$

θ

$x, \hat{i}$

$y, \hat{j}$

$d\vec{B} = dB\hat{\theta}$

$\oint_{\Gamma(S)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlazada}}(S)$

$\oint_{\Gamma(S)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} B(r)\hat{\theta} \cdot r d\theta \hat{\theta} = B(r)r \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} d\theta$

$\Rightarrow \oint_{\Gamma(S)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi B(r)r$



Ejemplo 1

Γ : trayectoria circular de radio r

S : superficie circular de radio r

I

θ

$\vec{r}$

$x, \hat{i}$

$y, \hat{j}$

$d\vec{B} = dB\hat{\theta}$

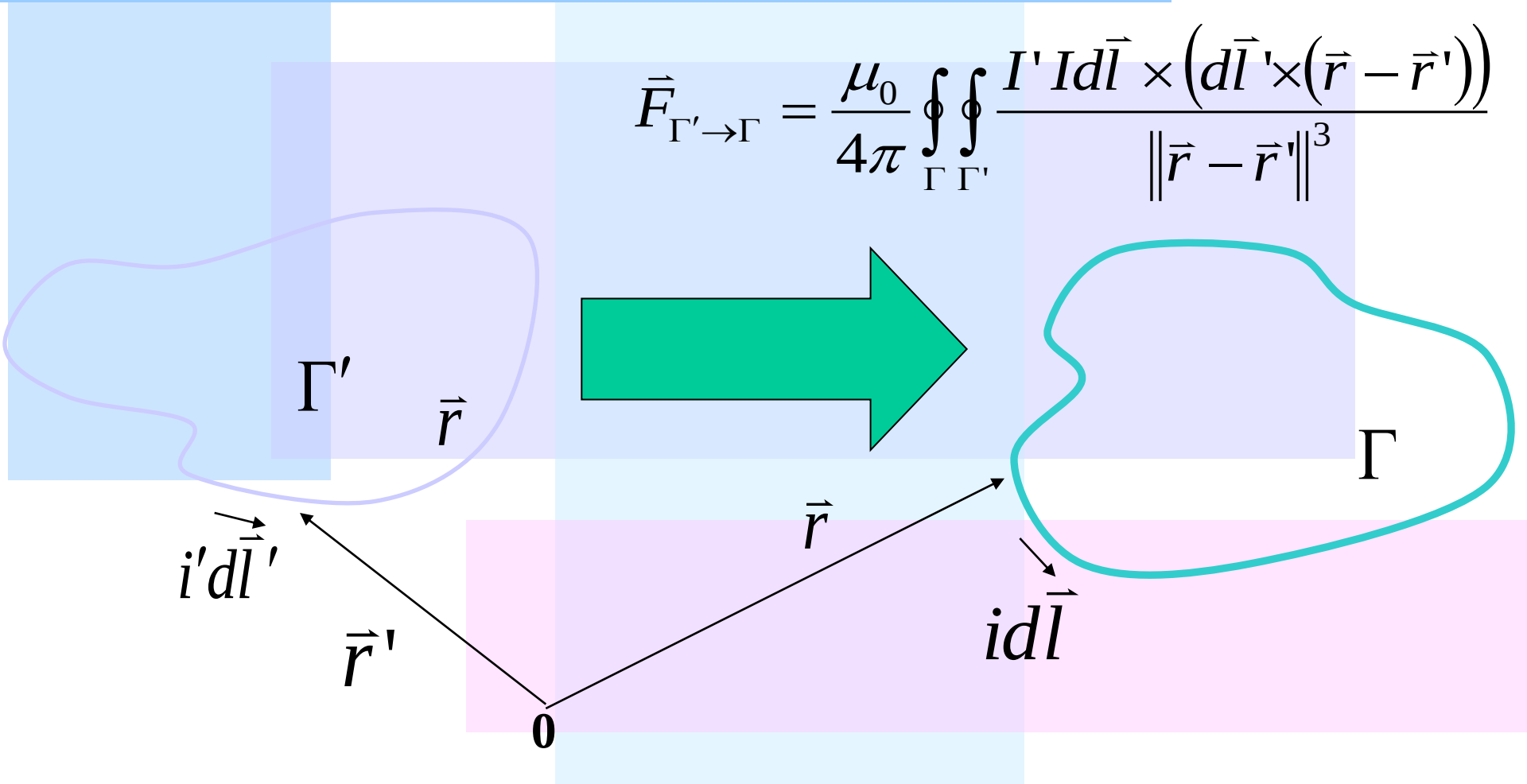
$$\oint_{\Gamma(S)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlazada}}(S)$$
$$I_{\text{enlazada}}(S) = I$$
$$2\pi B(r)r = \mu_0 I \Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$
$$\therefore \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\theta}$$



Ley de Biot y Savarat

Fuerza que ejerce circuito Γ' sobre circuito Γ

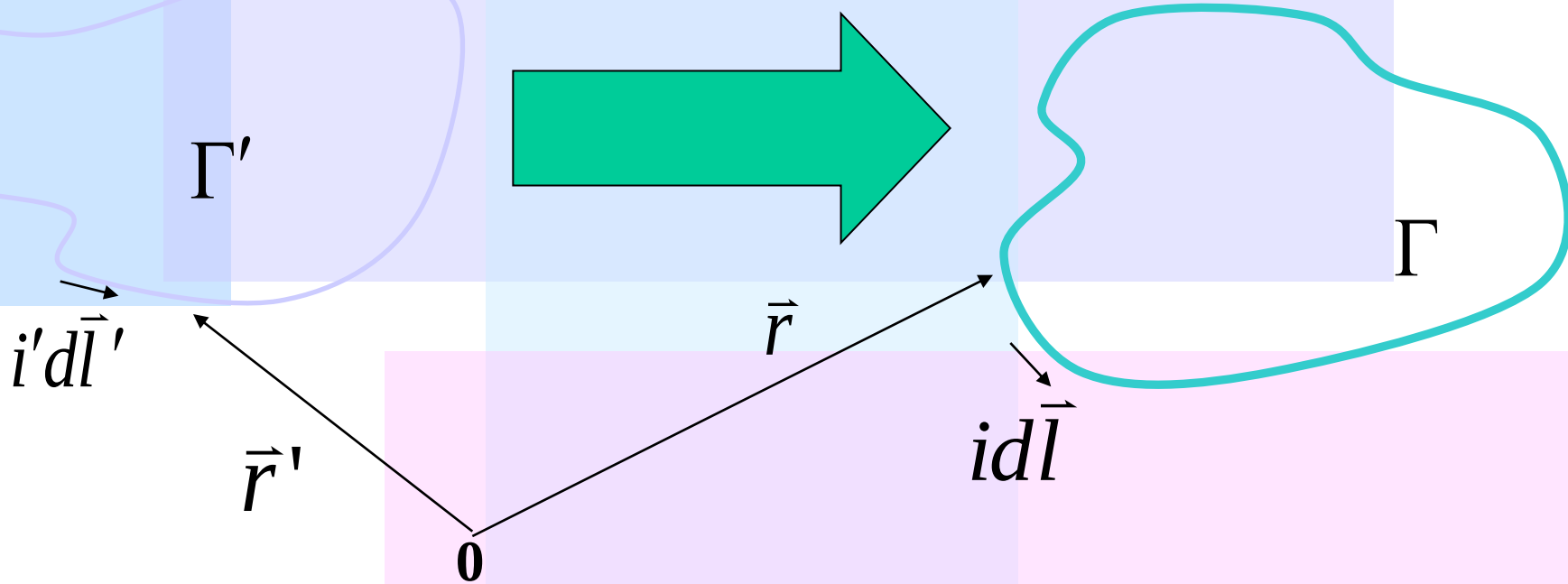
$$\vec{F}_{\Gamma' \rightarrow \Gamma} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\Gamma} \oint_{\Gamma'} \frac{I' Id\vec{l} \times (d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}'))}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$





Ley de Biot y Savarat

$$\vec{F} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\Gamma} \oint_{\Gamma'} \frac{I' Id\vec{l} \times (d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}'))}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} \rightarrow d\vec{F} = \frac{Id\vec{l} \times \mu_0}{4\pi} \oint_{\Gamma'} \frac{I' d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$





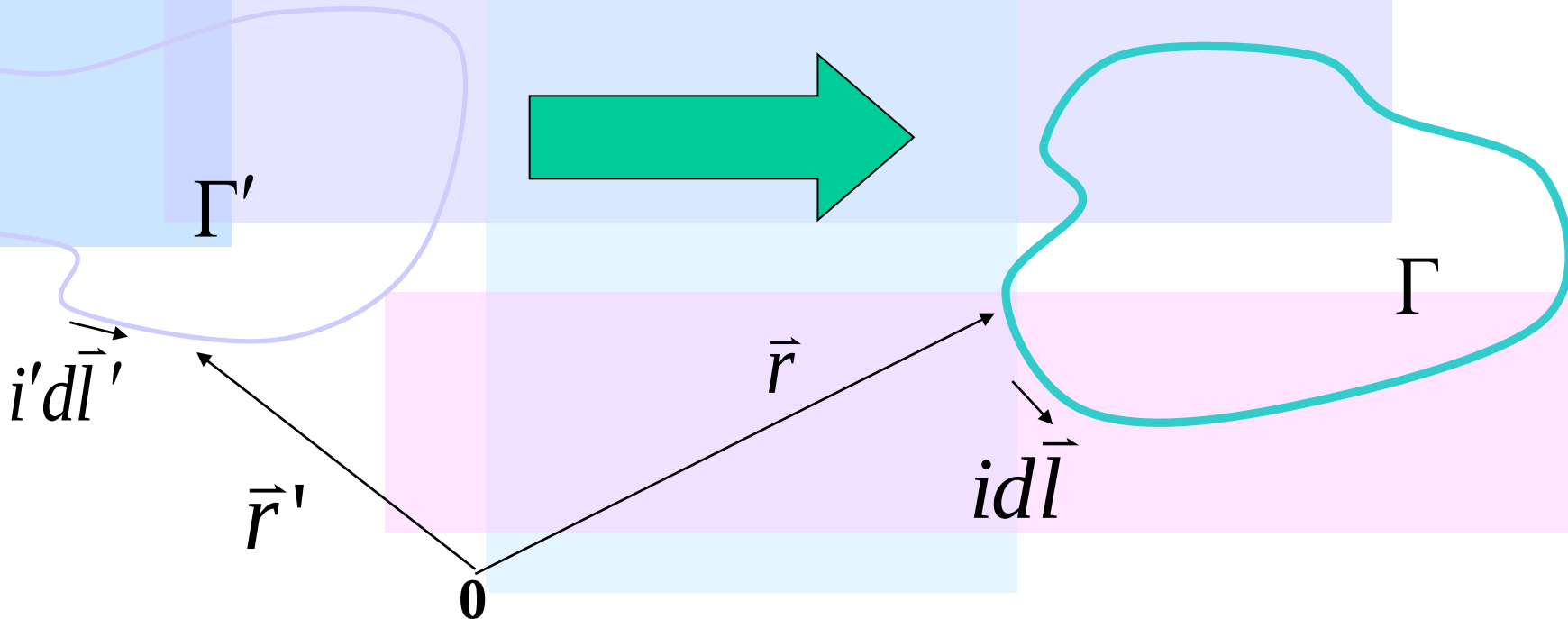
Ley de Biot y Savarat

$$d\vec{F} = \frac{Id\vec{l} \times \mu_0}{4\pi} \oint_{\Gamma'} \frac{I' d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

$$\therefore d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$

Campo magnético producido por
circuito

Γ'



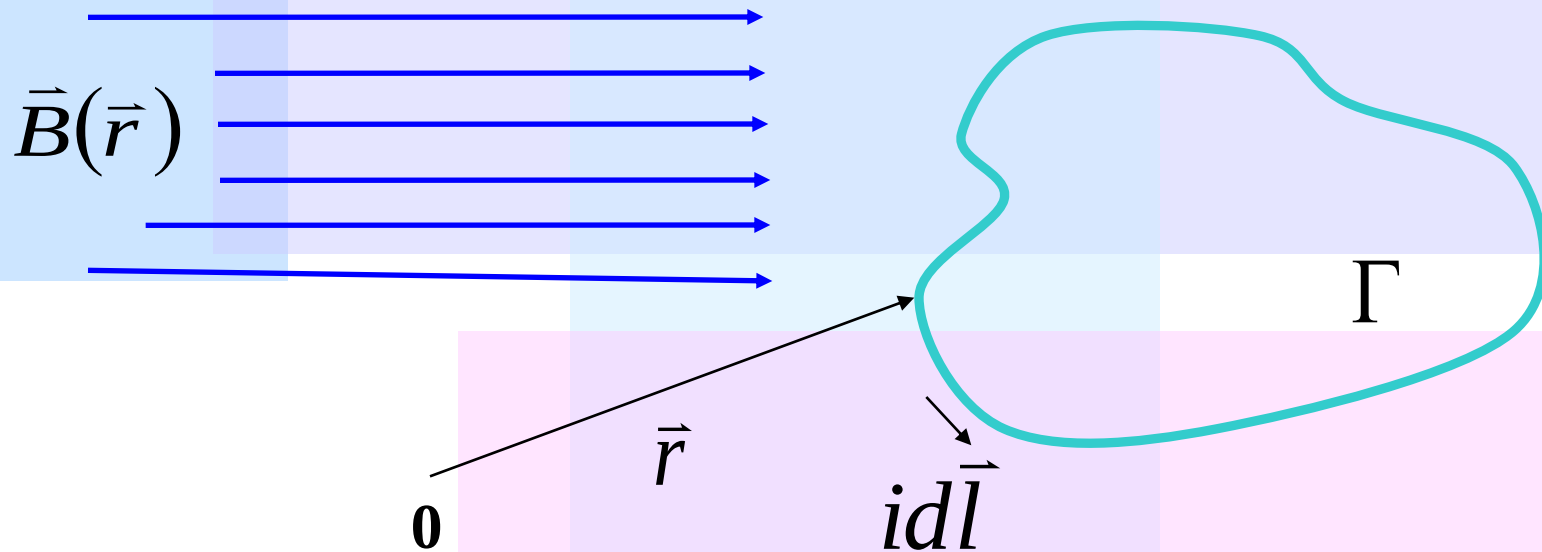


Ley de Biot y Savarat

Así, un circuito en presencia de un campo magnético experimenta una fuerza dada por la ecuación

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$

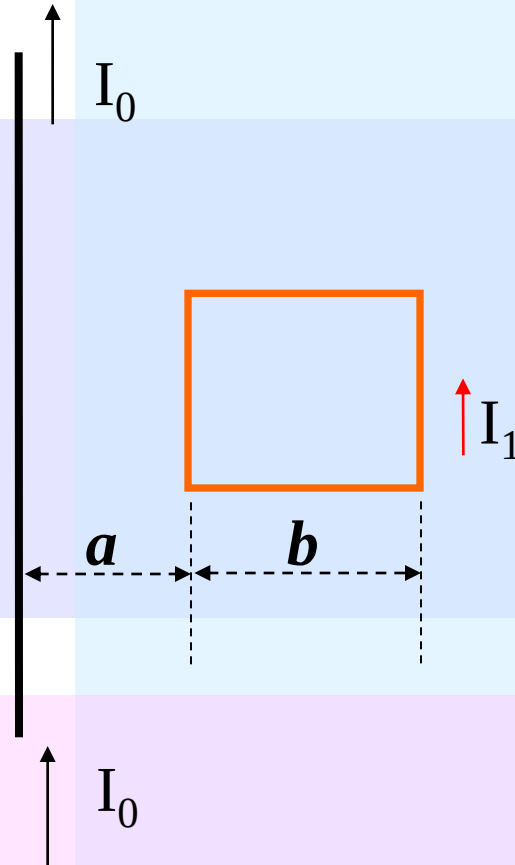
$$\therefore \vec{F} = \oint_{\Gamma} d\vec{F} = \oint_{\Gamma} Id\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$





Ley de Biot y Savarat

Ejemplo 2

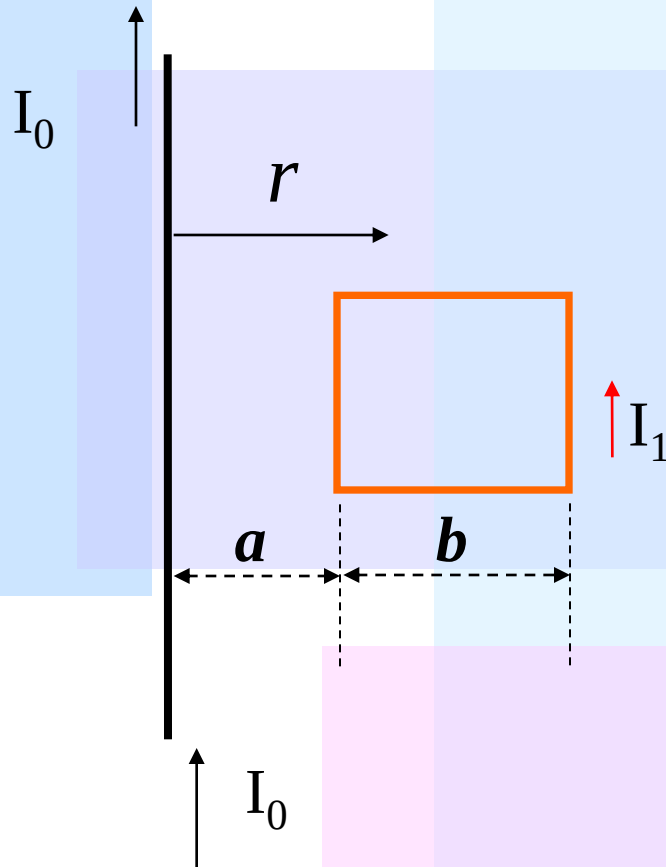


Calcular la fuerza sobre la espira cuadrada



Ley de Biot y Savarat

Ejemplo 2



Campo producido por el conductor infinito es

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \hat{\theta}$$

Fuerza sobre elemento de corriente de espira cuadrada

$$d\vec{F} = I_1 d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$



Ley de Biot y Savarat

Fuerza sobre elemento de corriente de
espira cuadrada

$d\vec{F}_1 = -I_1 B(y) dy \hat{k}$

$d\vec{F}_2 = I_1 B(y) dy \hat{k}$

$d\vec{F} = I_1 d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$

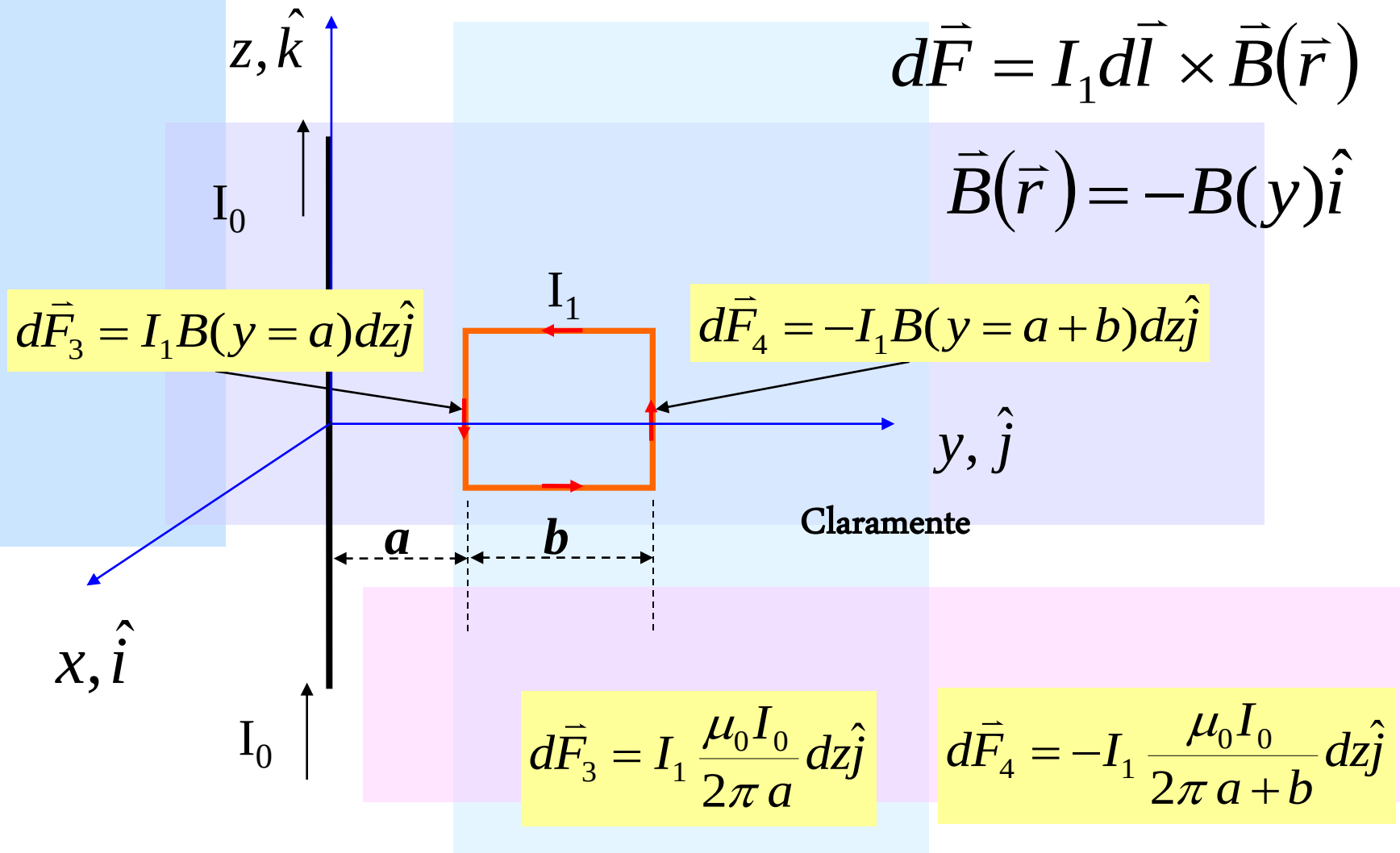
$\vec{B}(\vec{r}) = -B(y) \hat{i}$

Claramente

$d\vec{F}_1 = -d\vec{F}_2$



Ley de Biot y Savarat





Ley de Biot y Savarat

$d\vec{F} = I_1 d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$

$\vec{B}(\vec{r}) = -B(y)\hat{i}$

$d\vec{F}_1 = -I_1 B(y) dy \hat{k}$

$d\vec{F}_2 = I_1 B(y) dy \hat{k}$

$d\vec{F}_3 = I_1 B(y=a) dz \hat{j}$

$d\vec{F}_4 = -I_1 B(y=a+b) dz \hat{j}$

I_0

$z, \hat{k}$

$y, \hat{j}$

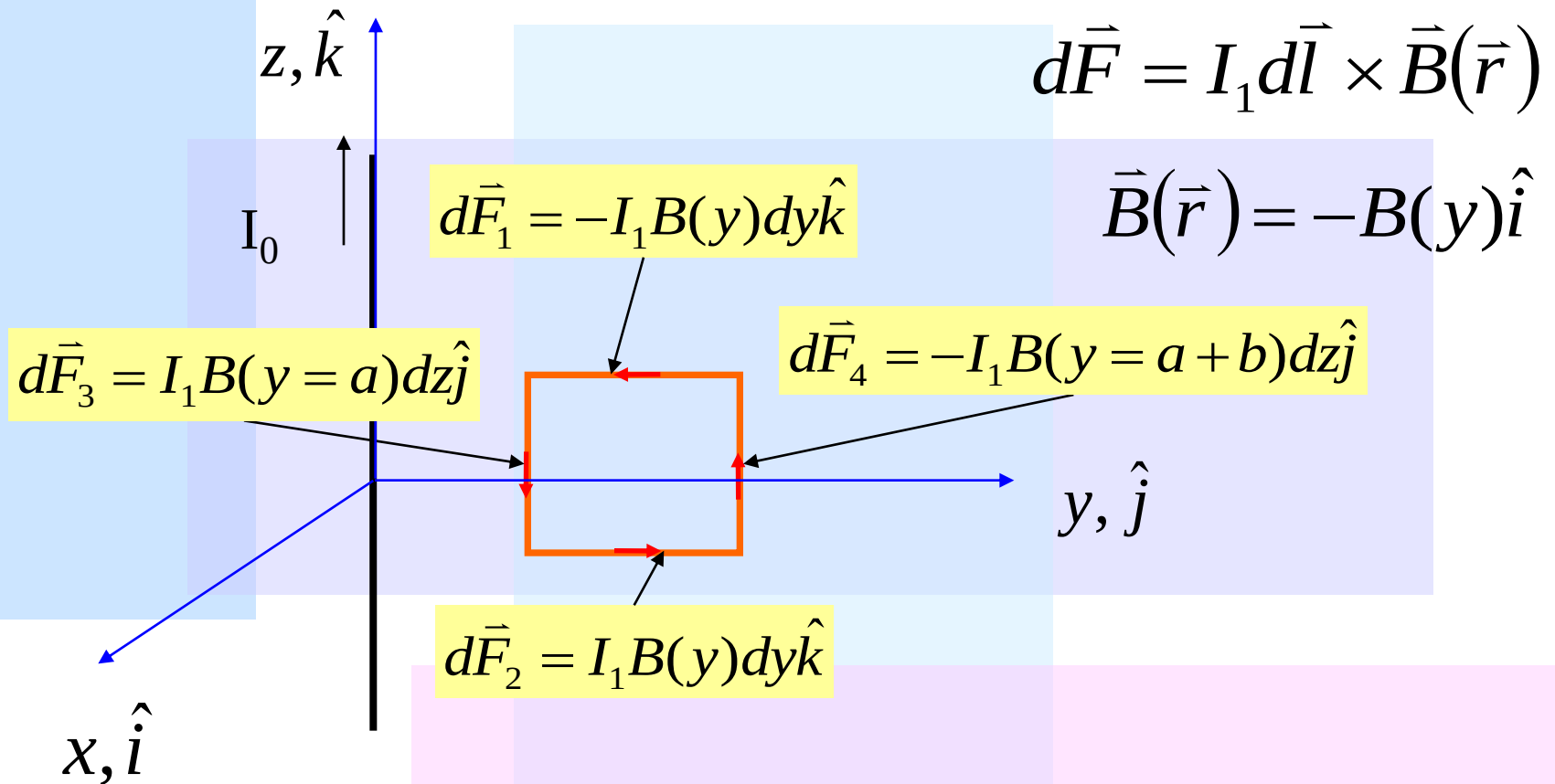
$x, \hat{i}$

Fuerza total sobre el circuito cuadrado

$\therefore \vec{F} = \oint_{\Gamma} d\vec{F} = \int_{y=a+b}^{y=a} d\vec{F}_1 + \int_{z=b/2}^{z=-b/2} d\vec{F}_3 + \int_{y=a}^{y=a+b} d\vec{F}_2 + \int_{z=-b/2}^{z=b/2} d\vec{F}_4$



Ley de Biot y Savarat



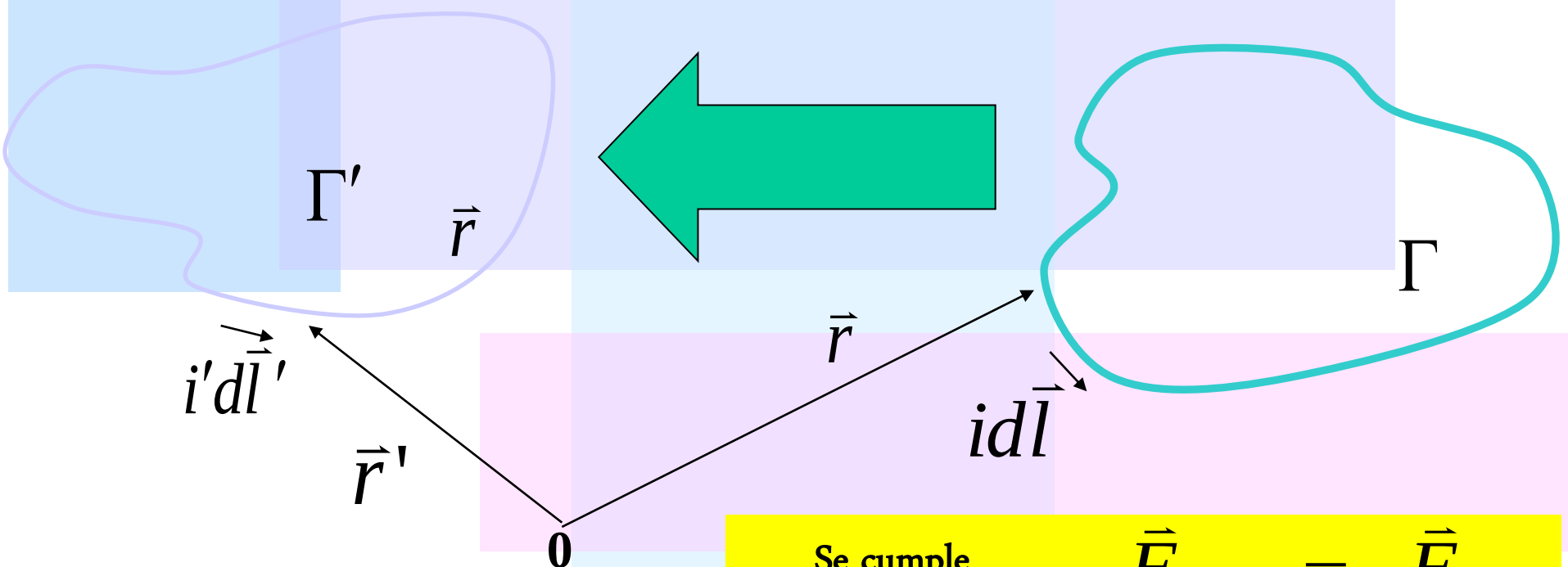
$$\vec{F} = \oint_{\Gamma} d\vec{F} = \int_{z=b/2}^{z=-b/2} \frac{\mu_0 I_1 I_0 \hat{j}}{2\pi a} dz - \int_{z=-b/2}^{z=b/2} \frac{\mu_0 I_1 I_0 \hat{j}}{2\pi(a+b)} dz = \frac{\mu_0 I_1 I_0 b^2}{2\pi(a+b)} \hat{j}$$



Ley de Biot y Savarat

Fuerza que ejerce circuito Γ sobre un segundo circuito Γ'

$$\vec{F}_{\Gamma \rightarrow \Gamma'} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\Gamma'} \oint_{\Gamma} \frac{II' d\vec{l}' \times (d\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}'))}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} = - \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\Gamma} \oint_{\Gamma'} \frac{I'I d\vec{l} \times (d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}'))}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$



Se cumple

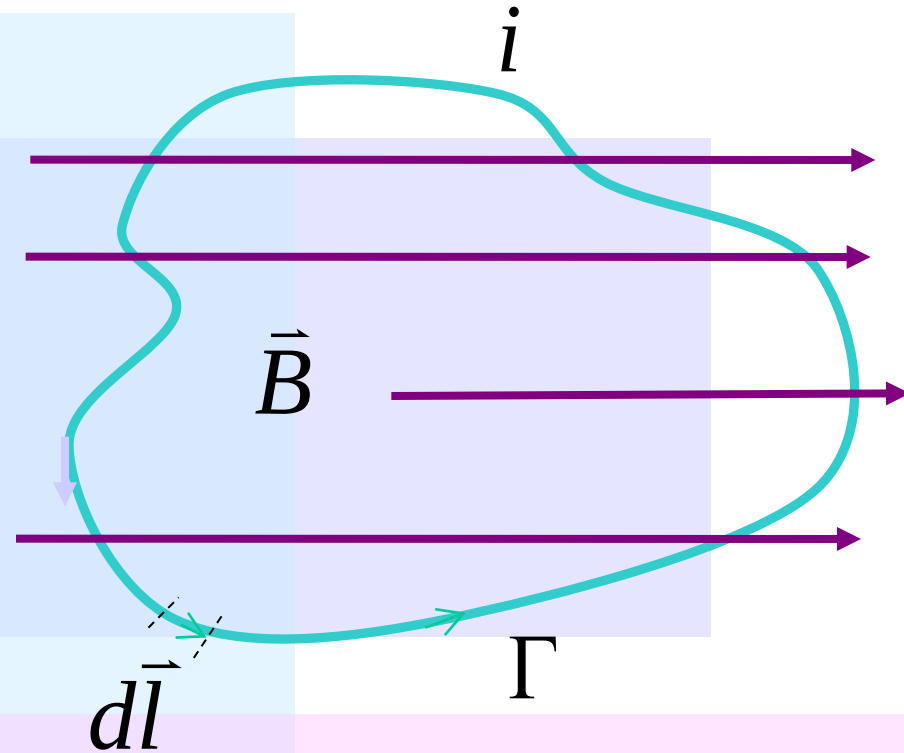
$$\vec{F}_{\Gamma' \rightarrow \Gamma} = -\vec{F}_{\Gamma \rightarrow \Gamma'}$$



Torque Magnético

Ley de Biot y Savarat

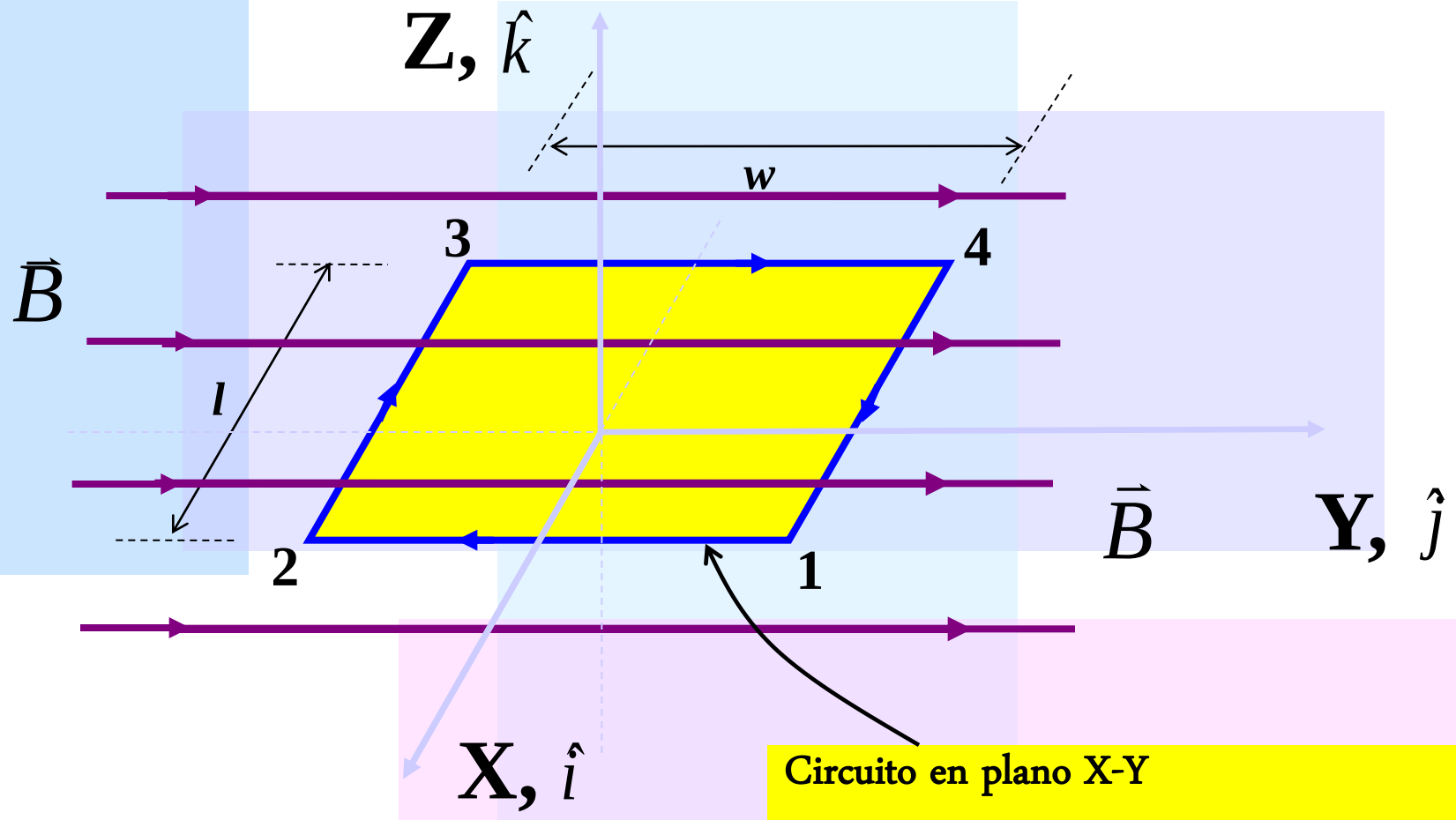
$$\therefore d\vec{F} = i d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$



Fuerza que ejerce el campo magnético externo $\vec{B}$ sobre el elemento de circuito $i d\vec{l}$

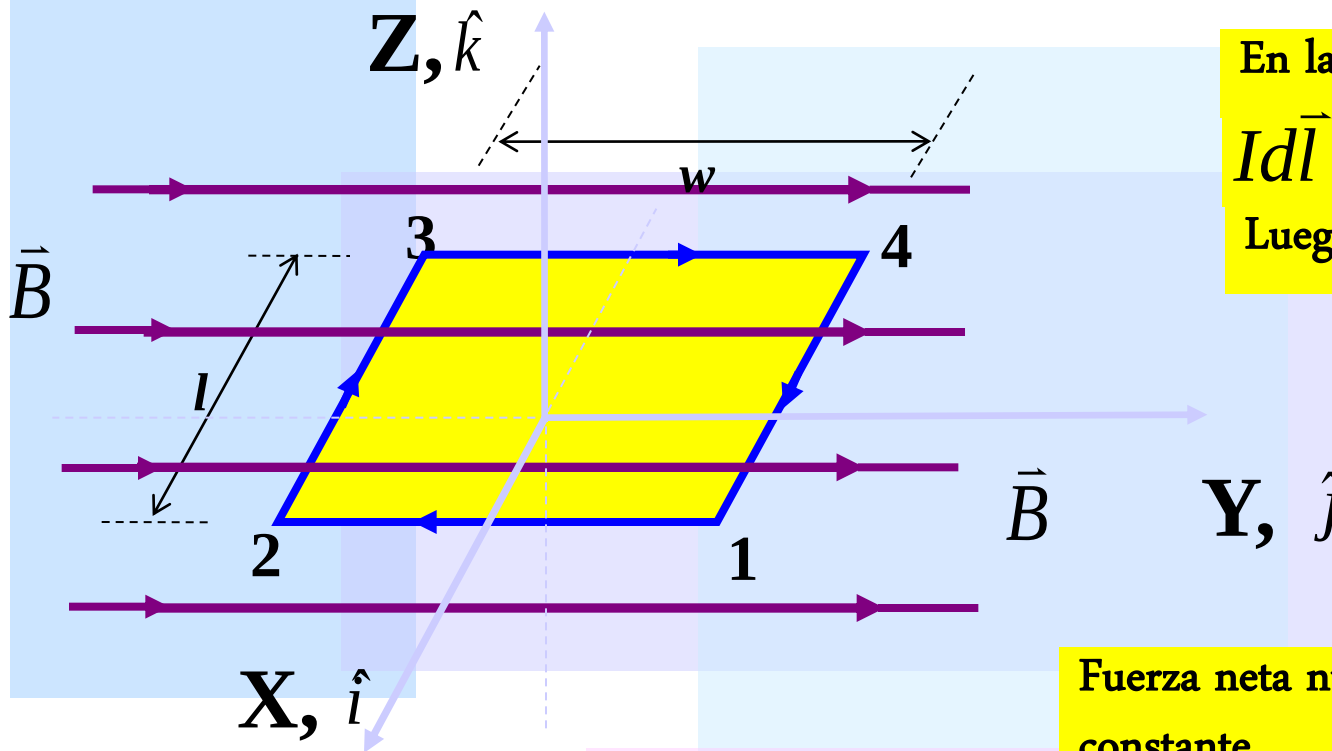


Torque Magnético





Torque Magnético



En lados 1-2 y 3-4

$I d\vec{l}$ es paralelo a $\vec{B}$

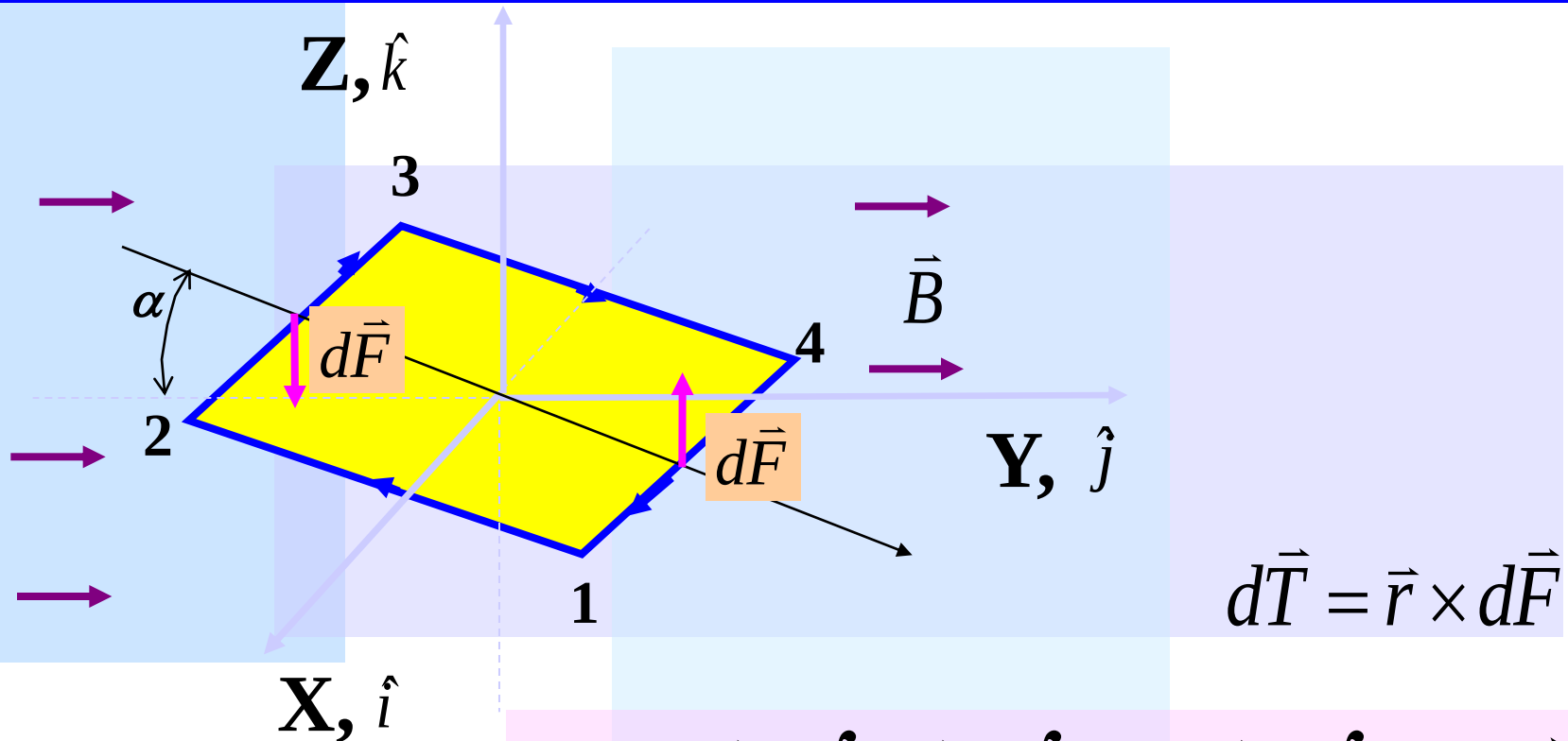
Luego $F=0$

Fuerza neta nula sobre el circuito si $\vec{B}$ constante

$$\vec{F} = I \int_2^3 d\vec{l} \times \vec{B} + I \int_4^1 d\vec{l} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{F} = I \int_2^3 dx(-\hat{i}) \times \vec{B} + I \int_4^1 dx(\hat{i}) \times \vec{B}$$



Torque Magnético

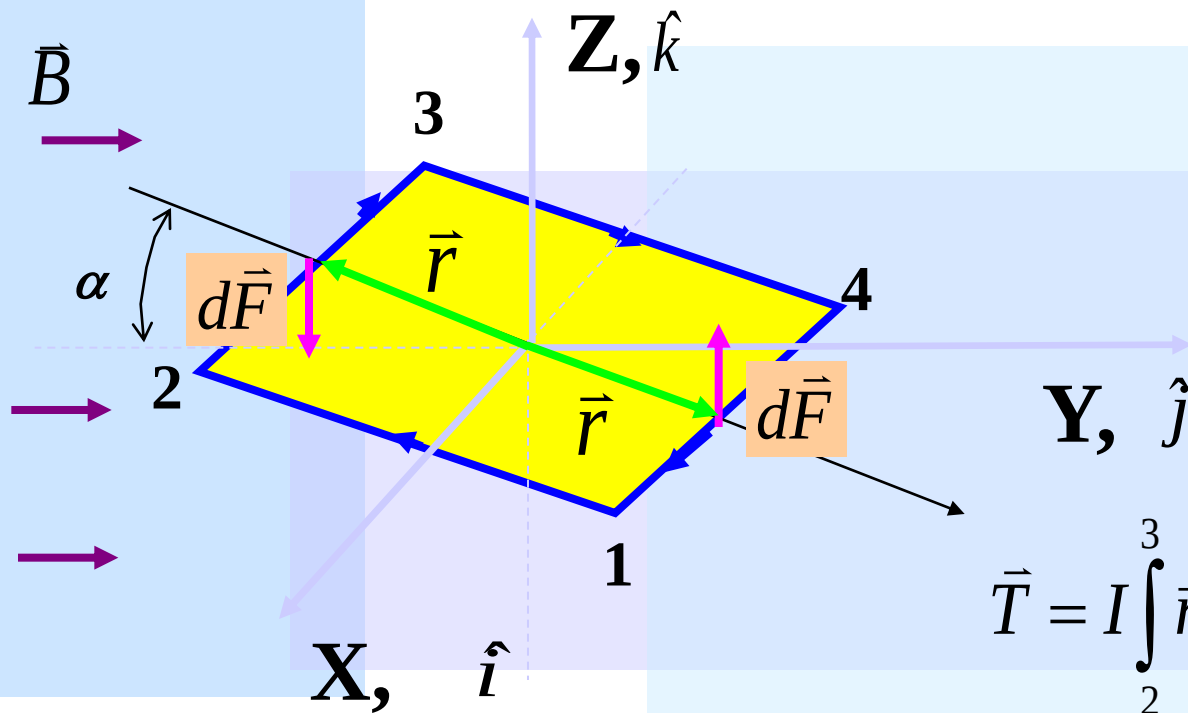


$$\vec{T} = \oint_C d\vec{T} = \oint_C \vec{r} \times d\vec{F} = \oint_C \vec{r} \times i d\vec{l} \times \vec{B}$$

Torque neto no nulo sobre el circuito



Torque Magnético



$$\vec{T} = I \int_2^3 \vec{r} \times dxi \hat{i} \times \vec{B} + I \int_4^1 \vec{r} \times dxi \hat{i} \times \vec{B}$$

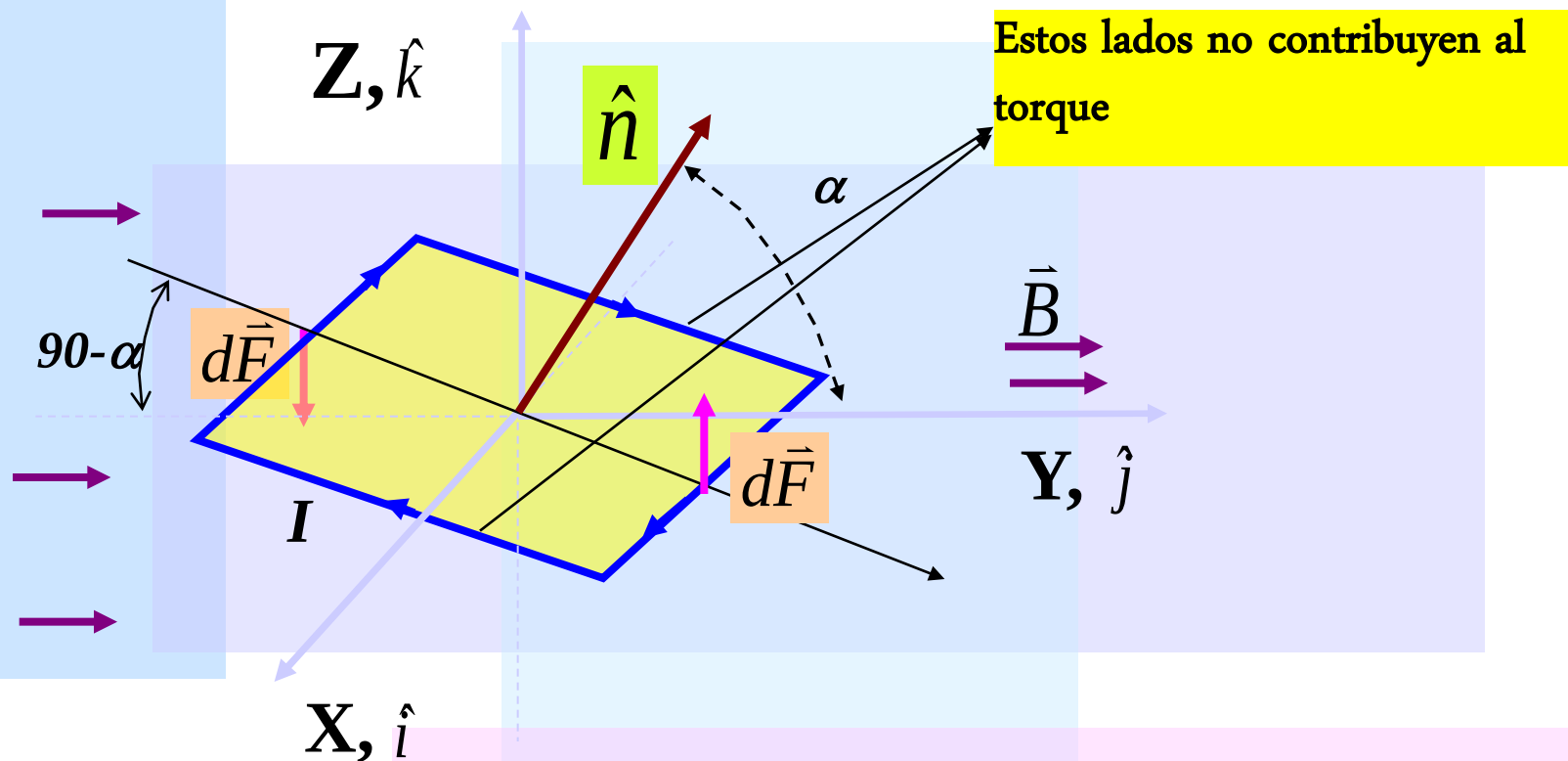
$$\vec{T} = \frac{BIwl}{2} \cos \alpha \hat{i} + \frac{BIwl}{2} \cos \alpha \hat{i}$$

Torque neto sobre el circuito

$$\therefore \vec{T} = IBwl \cos \alpha \hat{i}$$



Torque de campo sobre circuito rectangular



Torque

$$\vec{T} = IBwl \cos \alpha \hat{i}$$

$$\vec{T} = I\phi \cos \alpha \hat{i}$$

Flujo

$$\phi = B \times A$$

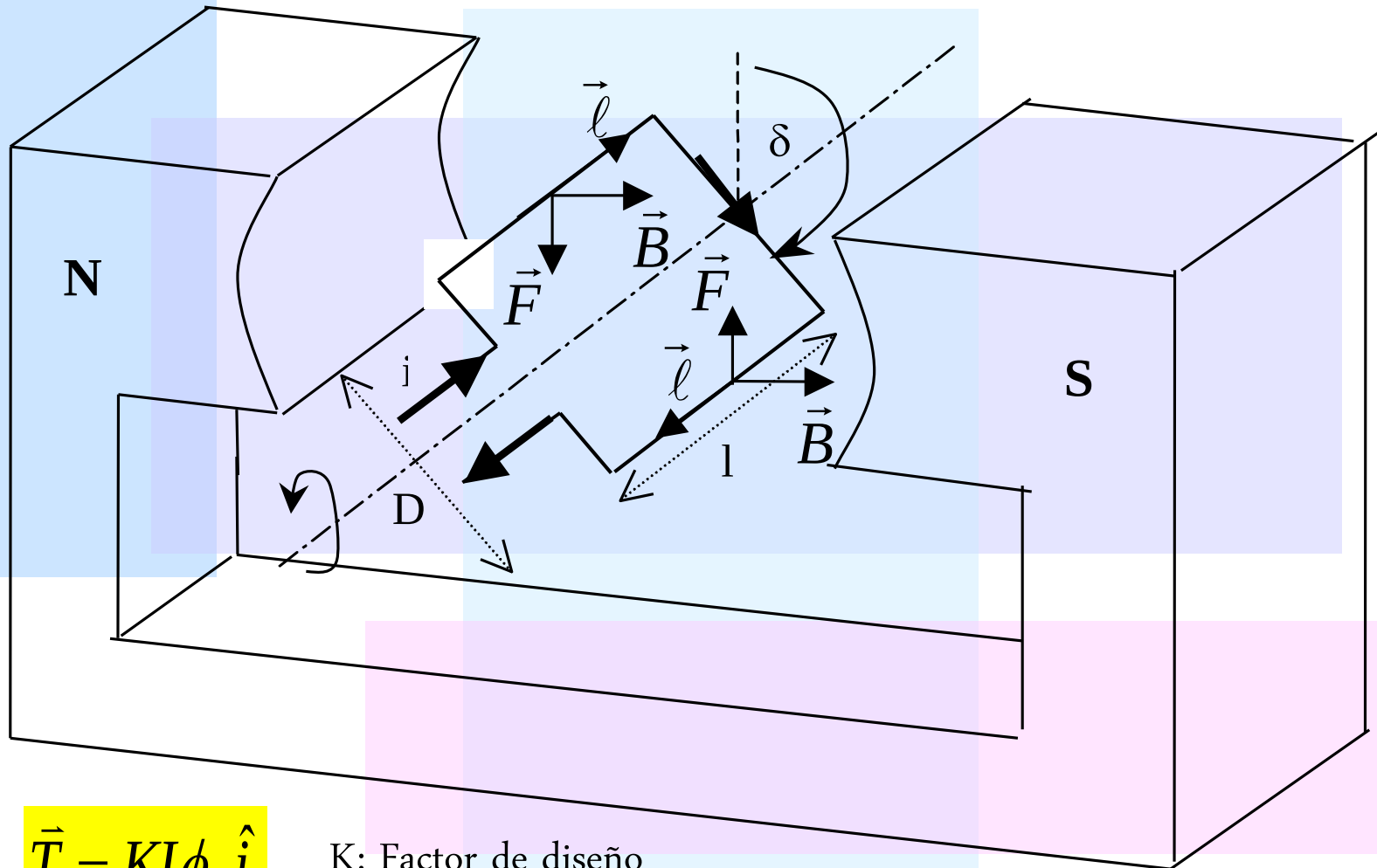


UNIDADES

	ϕ	$\vec{B}$
Sistema CGS	[líneas]	[líneas/cm ²]
Sistema mks	[Wb] (Weber)	[Wb/m ²] = [Tesla]
Equivalencias	1 [Wb] = 10 ⁸ [líneas]	1 [Tesla] = 10 ⁴ [Gauss] = 10 [kGauss]



Motor elemental

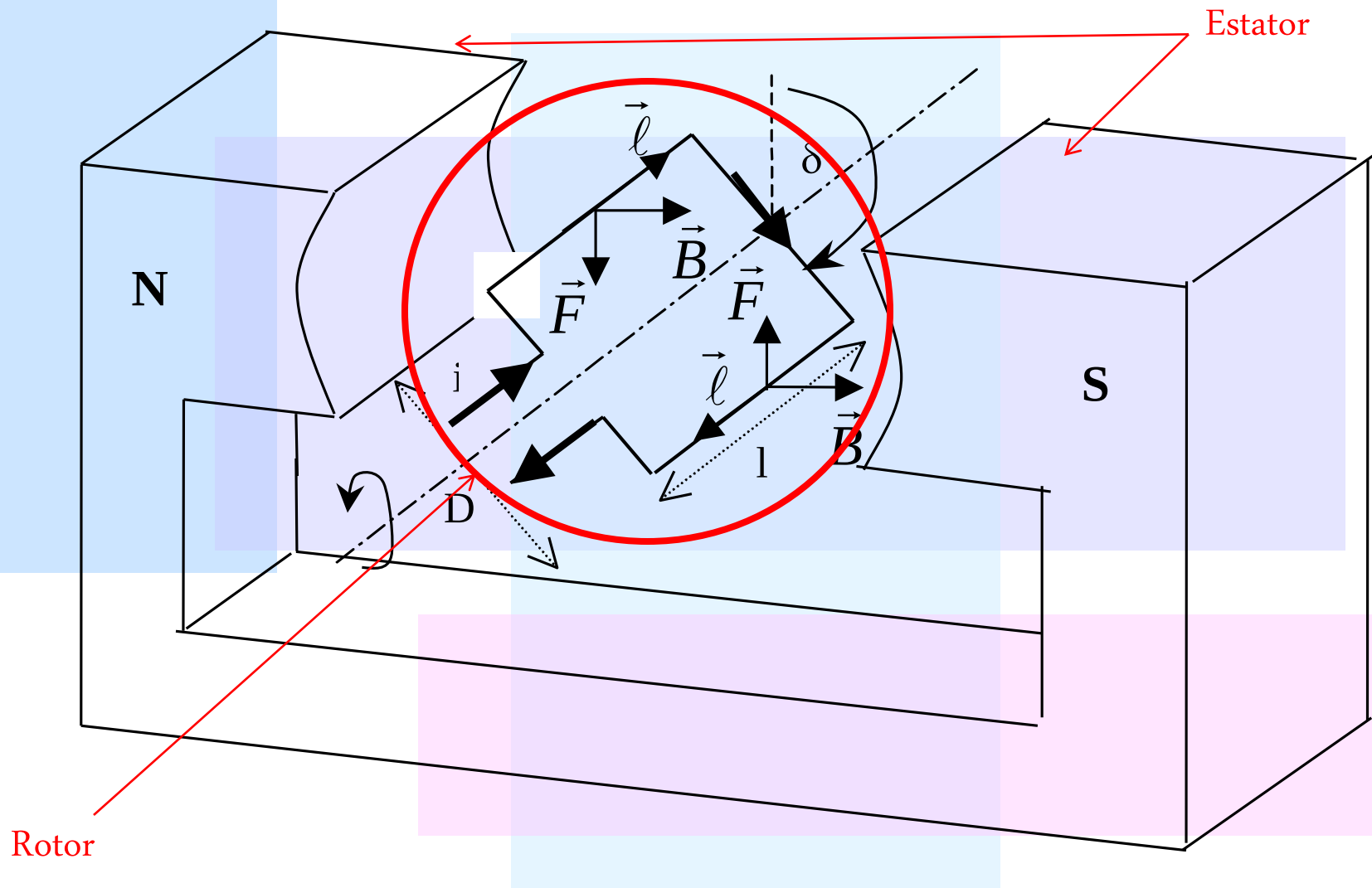


$$\vec{T} = KI\phi \hat{i}$$

K: Factor de diseño

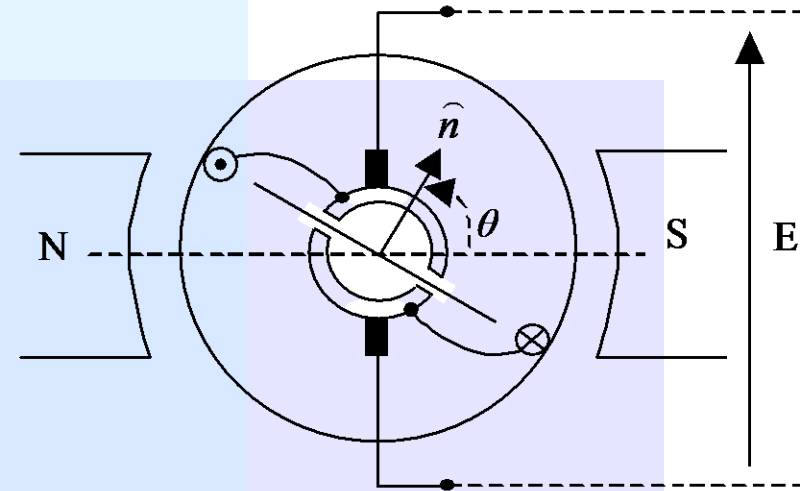
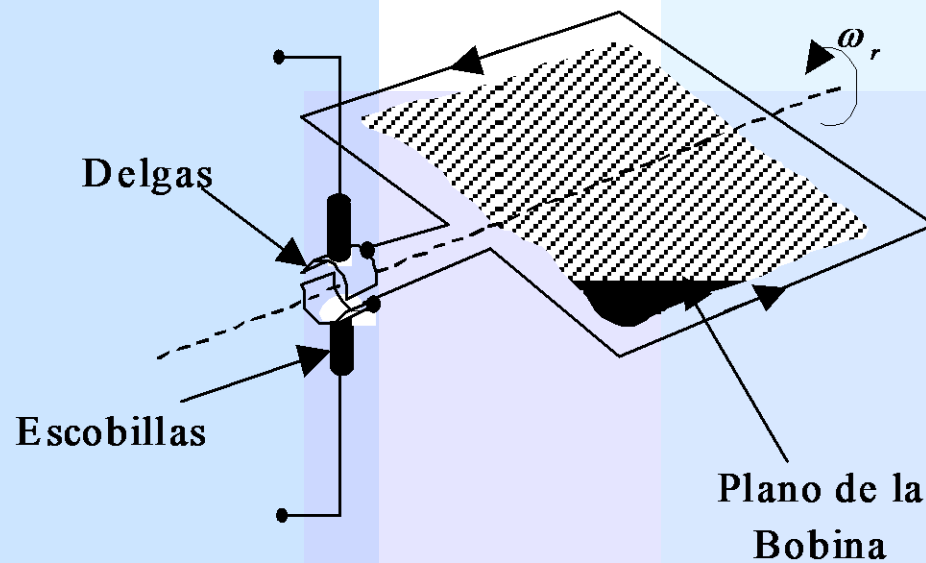


Motor elemental





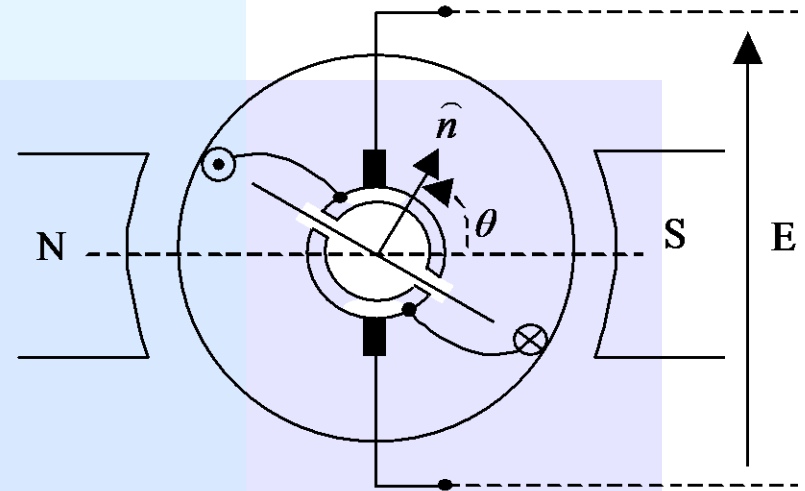
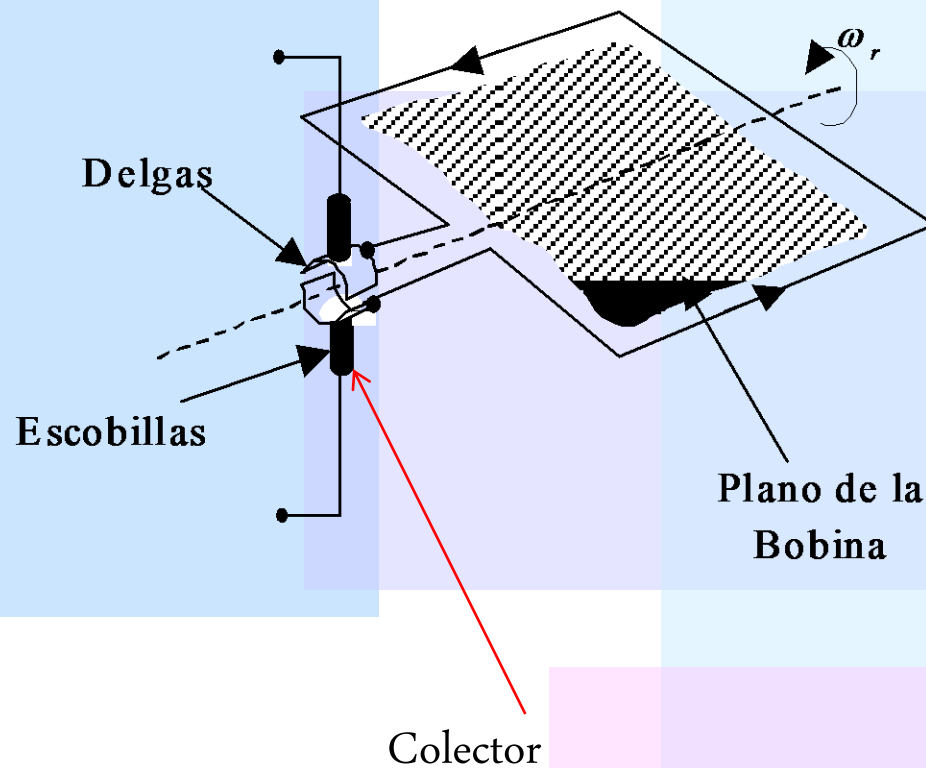
Motor elemental



$$\vec{T} = KI\phi \hat{i}$$



Motor elemental

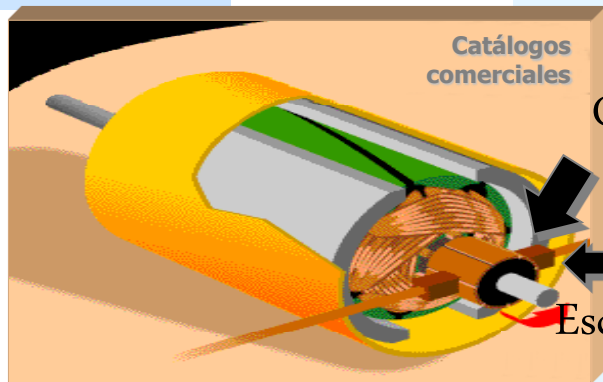




Motores



Motor de CC de 6000 kW fabricado por ABB



Catálogos
comerciales

Colector

Escobillas

Colector real

