Proyecto No. 1

Entrega: **Lunes 7 de Mayo** (secretaria docente).¹

1. Parte 1 (Marco Teórico): Correlación Cruzada de Señales en Tiempo Discreto

Se define la correlación cruzada entre dos señales discretas $x(n)$ e $y(n)$ como:

$$r_{xy}(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)y(n-l) \quad \forall l \in \mathbb{Z}$$

a) Demuestre que

$$r_{xy}(l) = r_{yx}(-l)$$

b) Sea la señal

$$\omega(n) = ax(n) + by(n-l), \quad \forall n$$

con $a \neq 0$ y $b \neq 0$ una señal discreta. Calcule E_ω , la energía de la señal $\omega(n)$, y demuestre que

$$\|r_{xy}(l)\| \leq \sqrt{E_x E_y}$$

c) Considere un sistema L.T.I. discreto con respuesta al impulso ($h(n)$). Es decir, si ($x(n)$) es la entrada e ($y(n)$) es la salida, entonces:

$$(y(n)) = (h(n)) \otimes (x(n))$$

donde $\otimes$ denota convolución. Demuestre que

$$(r_{yx}(l)) = (h(l)) \otimes (r_{xx}(l))$$

y también que

$$(r_{yy}(l)) = (r_{hh}(l)) \otimes (r_{xx}(l))$$

d) Sea $0 < a < 1$ y considere la señal discreta

$$x(n) = a^n u(n)$$

Calcule ($r_{xx}(l)$) y la energía de la señal $x(n)$

¹[Proyecto diseñado por Francisco Sepúlveda]

2. Parte 1 : Aplicación a Sistema de Radar

El principio de RADAR funciona enviando una señal $(x(n))$ de una conocida forma y energía, y recibiendo, en un instante posterior, otra señal del ambiente (el rebote de la primera) dada por

$$y(n) = \alpha x(n - D) + \omega(n),$$

donde la emisión y detección ocurren físicamente en el mismo punto. Como el ambiente posee ruido, la señal $(y(n))$ se modela como una versión retrasada y con pérdida de $(x(n))$ ($0 < \alpha < 1$), mas el efecto de un ruido aditivo $(\omega(n))$. Observar que D da cuenta del retardo (delay) en la llegada de la señal enviada.

- Argumente cómo puede usted determinar la distancia, desde el punto emisor de la señal, al punto en el cual la señal rebota y posteriormente regresa al emisor
- Se entregan a continuación 13 sets de datos (ver archivos adjuntos) sobre la señal emitida y la señal recibida que detecta un radar. La señal emitida es una señal tipo Gaussiana de la forma

$$x(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{((n/f)-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

donde $\mu = 5 \cdot 10^{-8}[s]$, $\sigma^2 = 1$, $f = 5[GHz]$, y $n = 0, \dots, 2499$. La señales son enviadas desde un ángulo de 0 radianes hasta π radianes, en intervalos de $\pi/12$. Es decir, se reciben 13 señales $(y_k(n))$ donde

$$k \in \{0, \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{12}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{12}, \pi\}$$

Con esta información, determine a qué distancia se encuentran los objetos detectados (la velocidad de la señal es la velocidad de la luz). Grafique dichos puntos en coordenadas polares.

- Se envía una señal $x(n)$ gaussiana como la descrita anteriormente y con los mismos parámetros μ y σ^2 . Se recibe una señal $y(n)$ entregada por una función escrita en MATLAB (ver archivos adjuntos). Notemos que podemos amplificar la energía de la señal $x(n)$ si la multiplicamos por un factor $G > 1$. es decir

$$x'(n) = Gx(n)$$

De antemano, se sabe que el objeto está a una distancia $d = 50[m]$. Con esto, calcule el estimador de la distancia $\hat{d}$ con el método ocupado en la parte anterior para distintos valores de G (comience con $G = 1$, $G = 3$, etc.) y vea qué pasa cuando aumenta el valor de G . Para cada valor de G , grafique la correlación cruzada entre las señales y concluya.

- Proponga algún criterio de diseño de la señal enviada $x(n)$ que logre mejorar la estimación del radar. Puede ser de ayuda analizar la correlación cruzada entre las señales (de la parte anterior) y la autocorrelación de la señal enviada.