

EL3004-Circuitos Electrónicos Analógicos

Clase No. 10: Tratamiento para señales pequeñas

Marcos Diaz

Departamento de Ingeniería Eléctrica (DIE)
Universidad de Chile

Septiembre, 2011

1 Repaso Clase #9

2 Modelos de señal pequeña de circuitos analógicos

- Modelo de señal pequeña del BJT
 - Como utilizar el modelo de señal pequeña en un circuito
 - Representación alternativa del BJT
- Modelo de señal pequeña del FET

Repaso Clase #9

- Circuitos Activos y pasivos
- Concepto de polarización estable
 - Polarización en BJTs
 - Polarización en MOSFET

Modelo de señal pequeña

Modelo de señal pequeña del BJT

$$r_{be} \equiv \left[\frac{\partial i_B}{\partial v_{BE}} \right]_{V_{BE} I_B}^{-1} = \frac{\eta V_T}{I_B} \quad (51)$$

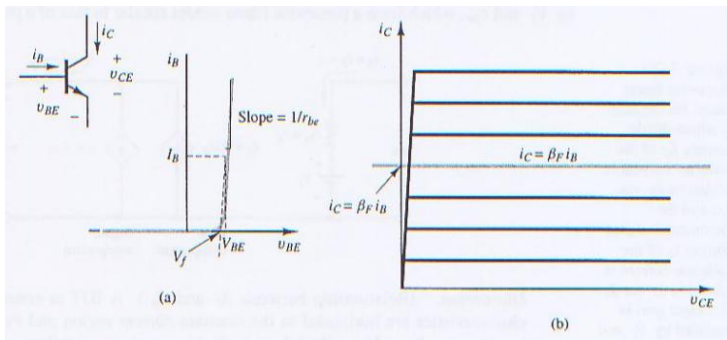


Figura: (a) Característica voltaje-corriente de la juntura base-emisor del BJT.
 (b) Característica ideal v-i del puerto de salida del BJT

Modelo de señal pequeña

Modelo de señal pequeña del BJT

Ahora el segundo paso es enfocarnos en el terminal de salida del BJT. Asumimos que las curvas $v - i$ del BJT en la región de corriente constante o más conocida como activa, con pendiente nula. De la característica $v - i$ del terminal de salida en la región activa figura 7 (b) se traza una línea horizontal, la cual dependerá de condiciones del terminal de entrada, este punto tiene la expresión $i_C = \beta_F i_B$. Debemos representar este valor en el circuito de señal pequeña, esto se hace por medio de una fuente de corriente dependiente de valor $\beta_F i_B$. La representación total del BJT en circuitos lineales, que incluye tanto el terminal de entrada como el de salida, se muestra en la figura 8. Esta representación es válida solo cuando el BJT está polarizado en la región activa o de corriente continua.

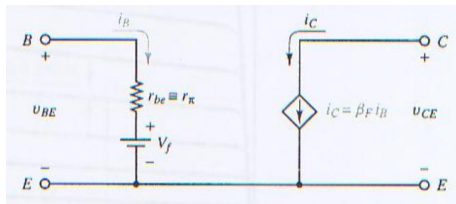


Figura: Modelo señal pequeña BJT

Modelo de señal pequeña

Modelo de señal pequeña del BJT

Se pueden producir ciertas fluctuaciones en i_C , cuando el circuito es conectado, éstas se pueden representar con las siguientes relaciones:

$$\Delta i_C = \left. \frac{\partial i_C}{\partial i_B} \right|_{I_C, V_{CE}} \quad (52)$$

En el punto donde la derivada es evaluada en el punto DC I_C , V_{CE} , es llamado la ganancia incremental de corriente y se define con el parámetro:

$$\beta_0 = \left. \frac{\partial i_C}{\partial i_B} \right|_{I_C, V_{CE}} \quad (53)$$

El factor β_0 expresa el cambio incremental en i_C que resulta cuando i_B se desvía de su valor DC I_B . La expresión incremental es a menudo representada en términos de las componentes AC en función del tiempo, como se puede ver en la expresión 54.

$$i_C(t) = \beta_0 i_b(t) \quad (54)$$

Modelo de señal pequeña

Modelo de señal pequeña del BJT

Si I_C contiene ambas componentes DC y AC, éstas pueden ser representadas por dos dispositivos lineales, o sea dos fuentes de corriente dependientes por medio de la superposición de ambas como lo muestra la figura 9. En este modelo donde I_C representa la componente DC de i_C , es relacionada con I_B por medio de β_F . La fuente dependiente i_c , que representa a la componente dependiente del tiempo de i_C , es relacionada con i_b a través de β_0 . Notar que estas fuentes de corrientes son superpuestas, conectando ambas en paralelo. El terminal de entrada del BJT es representado por V_f y r_{be} , que forman una parte del modelo lineal similar a una juntara pn de un diodo.

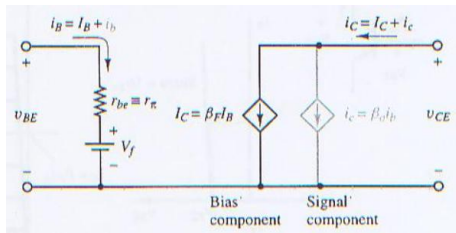


Figura: Representación de ambas fuentes dependientes superpuestas

Modelo de señal pequeña

Como utilizar el modelo de señal pequeña en un circuito

Analizaremos el circuito de la figura 10 reemplazando el modelo de señal pequeña del BJT, e intentaremos encontrar el valor de la ganancia del amplificador.

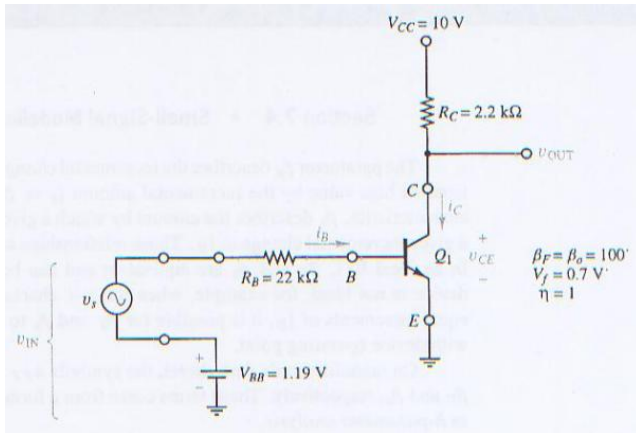


Figura: BJT polarizado por V_{BB} en su región activa

Modelo de señal pequeña

Como utilizar el modelo de señal pequeña en un circuito

Lo primero es reemplazar el modelo de señal pequeña encontrado en la sección anterior, quedando nuestro circuito de la siguiente manera como lo muestra la figura 11 :

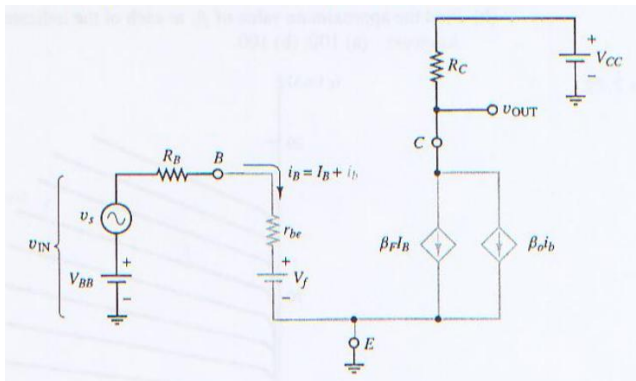


Figura: Sustitución por el modelo de señal pequeña

Modelo de señal pequeña

Como utilizar el modelo de señal pequeña en un circuito

Los valores DC para i_B , i_C y v_{CE} para el caso en que $\beta_F = 100$ y $V_f = 0,7V$ serán $I_B = 22\mu A$, $I_C = 2,2mA$ y $V_{CE} = 5,1V$. Con el valor de I_C mayor que cero y con V_{CE} mayor que V_{sat} , se confirma que el BJT está operando en la región activa. Ahora para el valor dado de I_B , podemos encontrar el valor de r_{be} por la ecuación (35):

$$r_{be} = \frac{\eta V_T}{I_B} = \frac{1 \cdot 0,025V}{22\mu A} \approx 1,14k\Omega \quad (55)$$

Modelo de señal pequeña

Como utilizar el modelo de señal pequeña en un circuito

Ahora analizaremos el modo en que el circuito procesa la señal de entrada v_s . Las componentes DC V_{BB} y V_{CC} se cortocircuitan a tierra, o sea se eliminan del circuito. También debemos eliminar la fuente de corriente dependiente de I_B por medio de un circuito abierto. En resumen cuando analizamos lo que pasa con la componente AC de la señal de entrada debemos eliminar todas las fuentes DC del circuito, ya sea cortocircuitando a tierra o dejando en circuito abierto. El circuito de la figura 12 nos muestra como quedaría el circuito cuando se eliminan las fuentes DC.

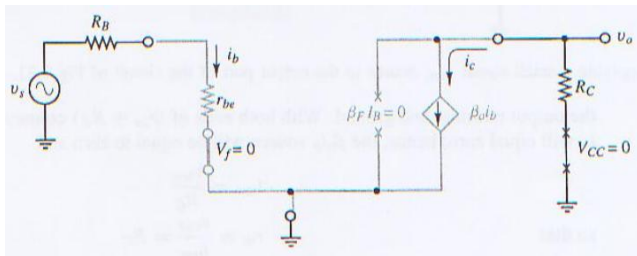


Figura: Representación en señal pequeña sin fuentes DC

Modelo de señal pequeña

Como utilizar el modelo de señal pequeña en un circuito

La componente que varía en el tiempo de la señal de salida es simple poder encontrar su valor a partir del circuito modificado de la figura 12 , donde el valor de la corriente i_b es:

$$i_b = \frac{v_s}{R_B + r_{be}} \quad (56)$$

Similarmente, el valor de la componente AC del voltaje v_{OUT} está dado por:

$$v_o = -\beta_o i_b R_C \quad (57)$$

Combinando las ecuaciones anteriores tenemos que el valor de v_o es:

$$v_o = \frac{-\beta_o R_C}{R_B + r_{be}} v_s = \frac{-100(2,2k\Omega)}{22k\Omega + 1,14k\Omega} v_s \approx -9,5v_s \quad (58)$$

El factor $-\beta_o R_C / (R_B + r_{be})$ es llamado la ganancia de voltaje de señal pequeña del circuito. El signo negativo resulta porque la corriente de la fuente de corriente $\beta_o i_b$ viene desde tierra pasando a través de R_C .

El voltaje total de salida v_{OUT} se obtiene por la superposición de las componentes DC y AC:

$$v_{OUT} = V_{CE} + v_o(t) = 5,1V - 9,5v_s(t) \quad (59)$$

Modelo de señal pequeña

Representación alternativa del BJT

La manera alternativa de representación del BJT por medio de su equivalente de señal pequeña es haciendo uso del parámetro llamado transconductancia g_m . La representación del circuito por componentes lineales no cambia, es más lo único que diferente es la representación de la fuente dependiente de corriente, esto se hace través del siguiente análisis:

Sabemos que en la región activa del BJT tenemos las siguiente relaciones:

$$1. \quad I_C = I_S \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right)$$

$$2. \quad I_E = \frac{I_C}{\alpha}$$

$$3. \quad I_B = \frac{I_C}{\beta}$$

Definiendo $v_{BE}(t) = V_{BE} + v_{be}(t) \rightarrow i_C(t) = I_S \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) \exp\left(\frac{v_{be}(t)}{V_T}\right)$, o sea $i_C(t) = I_C \exp\left(\frac{v_{be}}{V_T}\right)$.

Modelo de señal pequeña

Representación alternativa del BJT

Si asumimos que $\frac{|v_{be}(t)|}{V_T} \ll 1$, podemos aproximar $\exp(x) \approx 1 + x + o(x^2)$ en torno a $x = 0$. Entonces nos queda lo siguiente:

$$i_c(t) \approx I_C + \frac{I_C}{V_T} v_{be}(t) \quad (60)$$

Por lo tanto la variación de pequeña señal es:

$$i_c(t) = \frac{I_C}{V_T} v_{be}(t) \quad (61)$$

De donde definimos la transconductancia $g_m \equiv \frac{I_C}{V_T}$, la cual es fija para un punto de operación. Además se puede definir una resistencia vista desde el emisor $r_e = \frac{v_{be}}{i_e}$. En resumen tenemos las siguientes expresiones y que pueden ser encontradas con este segundo análisis:

- $r_\pi = \frac{v_{be}}{i_b} = \frac{\beta}{g_m}$
- $r_\pi = (1 + \beta)r_e$
- $g_m = \beta_F = \frac{I_C}{V_T}$

Modelo de señal pequeña

Representación alternativa del BJT

El análisis realizado es bastante intuitivo lo cual ayuda a comprender mejor como encontrar estos valores, el circuito queda exactamente igual al de la figura 13, sólo que ahora podemos representar el valor de I_C por medio de la transconductancia.

A modo de ejemplo se pide encontrar el modelo de señal pequeña del circuito de la figura 13, pero en este caso se reemplazará la fuente dependiente de corriente por su equivalente con la transconductancia.

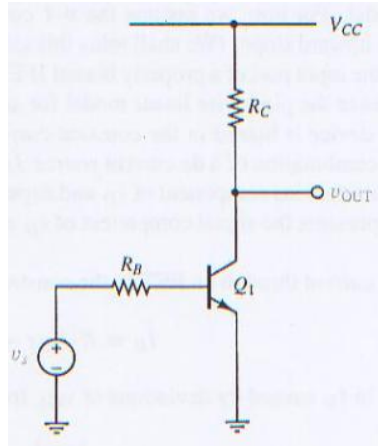


Figura: Circuito con BJT

Modelo de señal pequeña

Representación alternativa del BJT

El circuito de la figura 13 puede ser representado por el circuito de la figura 14 .

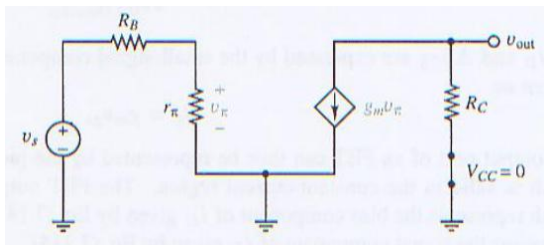


Figura: Modelo señal pequeña con fuente dependiente modelada por g_m

Modelo de señal pequeña

Representación alternativa del BJT

La señal de entrada v_s causa un voltaje v_π :

$$v_\pi = \frac{r_\pi}{r_\pi + R_B} v_s \quad (62)$$

Este voltaje v_π se obtiene por el divisor de voltaje visto en r_π . La corriente representada por la fuente dependiente viene desde la tierra de señal pequeña, y por lo tanto el voltaje de salida viene dado por:

$$v_{out} = -g_m \frac{r_\pi}{r_\pi + R_B} R_C v_s \quad (63)$$

La ganancia de señal pequeña del amplificador viene dada por el valor $-g_m R_C$, cuando R_B es cercana a cero.

Modelo de señal pequeña

Representación del FET

La expresión de la corriente I_D para un FET que se encuentra operando en la región de saturación es:

$$I_D = K(V_{GS} - V_{TR})^2 \quad (64)$$

Pequeños cambios de i_D causados por desviaciones de v_{GS} en torno al punto V_{GS} , I_D se define con la siguiente expresión:

$$\Delta i_D = \left. \frac{\partial I_D}{\partial v_{GS}} \right|_{V_{GS}, I_D} \Delta v_{GS} \quad (65)$$

El parámetro transconductancia de un FET evaluada en el punto V_{GS} , I_D se define como:

$$g_m = \left. \frac{\partial I_D}{\partial v_{GS}} \right|_{V_{GS}, I_D} \quad (66)$$

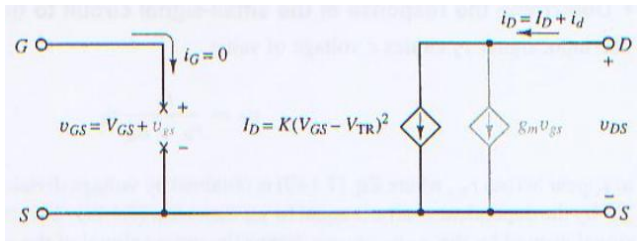
Si Δi_D y Δv_{GS} son expresados por componentes de señal pequeña i_d y v_{gs} , la ecuación 65 queda:

$$i_d = g_m v_{gs} \quad (67)$$

Modelo de señal pequeña

Representación del FET

Así el modelo de señal pequeña del FET queda representado por el circuito de la figura 2.



Modelo de señal pequeña

Representación del FET

El valor de g_m en la región de corriente constante o de saturación se encuentra evaluando la derivada de la ecuación 65 en torno al punto DC del FET:

$$g_m = \left. \frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}} \right|_{v_{GS}, I_D} = \frac{\partial}{\partial v_{GS}} \left[K(v_{GS} - V_{TR})^2 \right]_{v_{GS}, I_D} = 2K(V_{GS} - V_{TR}) \quad (68)$$

Notar que el valor de v_{DS} no aparece en la expresión de g_m porque i_D no es función de v_{DS} en la región de saturación cuando las curvas $v - i$ son horizontales. Esta limitación será modificada en una sección posterior cuando se tengan curvas $v - i$ con pendiente distinta de cero, las cuales son típicas en muchos de los transistores FET.

El valor DC del exceso de ganancia de voltaje ($v_{GS} - V_{TR}$) está relacionado con I_D por la expresión:

$$V_{GS} - V_{TR} = \left(\frac{I_D}{K} \right)^{1/2} \quad (69)$$

Apartir de la ecuaciones 68 y 69 podemos expresar g_m de la siguiente manera:

$$g_m = 2\sqrt{KI_D} \quad (70)$$

La ecuación 70 es sólo válida cuando el FET está polarizado en la región de saturación.

Modelo de señal pequeña

Representación del FET

Un FET también puede ser representado de manera alternativa a partir de I_{DSS} , así tenemos las siguientes expresiones:

$$i_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_p} \right)^2 \quad (71)$$

$$g_m = \frac{2I_{DSS}}{-V_p} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_p} \right) \quad (72)$$

Para un FET de canal n que opera en la región de saturación, V_p es negativo e I_{DSS} es positivo.

La ecuación 71 puede ser resuelta para la cantidad DC $(1 - V_{GS}/V_p)$ e insertada en la ecuación 72, entonces la expresión para g_m será:

$$g_m = \frac{2\sqrt{I_{DSS}I_D}}{-V_p} \quad (73)$$

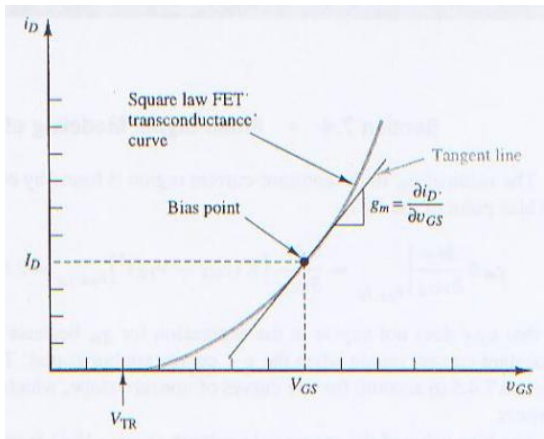
Las ecuaciones 73 y 70 son equivalentes debido a que:

$$K = \frac{I_{DSS}}{V_p^2} \quad (74)$$

Modelo de señal pequeña

Representación del FET

La transconductancia de señal pequeña g_m de un FET es función de la raíz cuadrada de I_D . Esta dependencia es una manifestación del comportamiento ley-cuadrada del FET en su terminal de salida de la característica $v - i$. La curva de la transconductancia en la región de saturación se muestra en la figura 15 .



Resumen Clase #10

- Señal incremental
- Modelo de señal pequeña del BJT
 - Como utilizar el modelo de señal pequeña en un circuito
 - Representación alternativa del BJT
- Modelo de señal pequeña del FET