CI 4201 - HORMIGÓN ESTRUCTURAL
AUXILIAR C1

Prof. Fernando Yáñez
Prof. Aux. David Silva
Sem. Otoño 2012

P1.
Se solicita diseñar una viga rectangular simplemente apoyada para una luz de 8.0 m. Considere lo siguiente:

- Sobrecarga $w_L = 20$ kN/m
- Carga muerta adicional $w_D = 9$ kN/m
- Resistencia a compresión $f'_c = 35$ MPa
- Tensión de fluencia acero $f_y = 420$ MPa
- Cuantía máxima $\rho = 0.5\,\rho_b$
- Considere $h/b = 2$
- $d/h = 0.9$
- $U = 1.2\,D + 1.6\,L$
- $\phi = 0.9$

Para las mismas condiciones indicadas en la parte (a). Determine las armaduras a flexión para una viga de 475 mm de alto y 300 mm de ancho, con una altura útil d = 410 mm y dp = 65 mm.

P2
Considere una viga doblemente empotrada con una luz de 11 m y una sobrecarga de $w_L = 30$ kN/m (incluya además la carga de peso propio):

(a) Determine el momento solicitante mayorado (posiivo y negativo) y verifique la capacidad a flexión considerando:
(b) Sólo la armadura en tracción
(c) Ambas armaduras
(d) Compare las capacidades obtenidas en (b) y (c)

Considere:

- Armadura superior $4\phi32$
- Armadura inferior $3\phi28$
- $f'_c = 25$ MPa
- $f_y = 420$ MPa
- b = 350 MPa
- h = 700 mm
- d = 635 mm
- d' = 65 mm
- $U = 1.2\,D + 1.6\,L$
- $\phi = 0.9$

Auxiliar C1 - 2012

P1)

$\rho = 0.5\,\rho_b$

$\rho_b = 0.0338 \rightarrow \rho = 0.0169$

$\rightarrow R = 6.28$

$M_u = R\,b\,d^2 = R \cdot 0.5h \cdot (0.9h)^2$

$= 6.28 \cdot 0.405\,h^3$

$= 2.543\,h^3$

$M_o = \frac{\omega_o L^2}{8} \qquad M_o \leq \phi M_u$

$\omega_o = 1.2 \cdot (\gamma_H \cdot b \cdot h + \omega_p) + 1.6\,\omega_L$

$= 1.2 \cdot (25 \cdot 0.5 \cdot h^2 + 8) + 1.6 \cdot 20$

$= 15h^2 + 10.8 + 32$

$= 15h^2 + 42.8$

$\Rightarrow M_o = (15h^2 + 42.8) \cdot \frac{8^2}{8}$

$= 120h^2 + 342.4$

Luego (3+8.7)

$10^6 \cdot (120h^2 + 342.4) \leq 0.9 \cdot 2.543\,h^3$

$\Rightarrow 120h^2 \times 10^6 + 342.4 \times 10^6 \leq 2.289\,h^3$

en b igualdad

$\Rightarrow 2.289h^3 - 120h^2 - 342.4 \times 10^6 = 0$

$\Rightarrow h = 548$ mm

$\Rightarrow h \approx 550$ mm

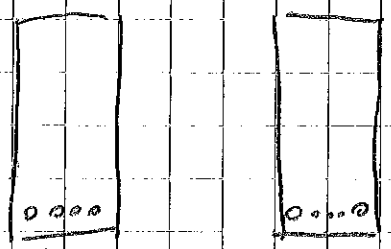
$\Rightarrow \rho = \frac{A_s}{bd} \Rightarrow A_s = \rho b d$

$= 0.0168 \cdot 275 \cdot 0.9 \cdot 550$

$\Rightarrow A_s = 2300 \ mm^2$

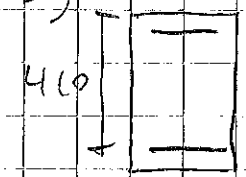
$4\phi 28 \ (2463)$

$2\phi 28 + 3\phi 22 \ (2372)$



$4\phi 28$ $\qquad$ $2\phi 28 + 3\phi 22$

b)



$w_0 = 1.2(25 \cdot 0.475 \cdot 0.3 + 9) + 1.6 \cdot 20$

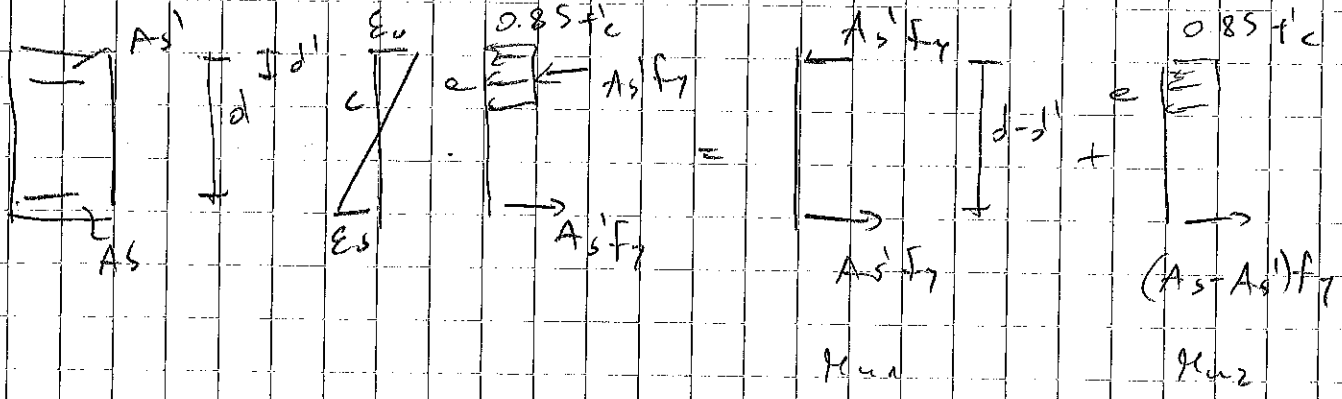
$= 47.075$

$\Rightarrow M_0 = \frac{w_0 L^2}{8} = 376.6 \ kN \cdot m$

$\rho = 0.0168$

$M_n = R_b b d^2 = 6.28 \cdot 300 \cdot 410^2 = 316.7 \ kN \cdot m$

$M_0 > \phi M_n \Rightarrow$ require armature à compression



$M_{u1} = A_s' f_y (d - d')$ (supuesto f_y)

$M_{u2} = (A_s - A_s') f_y \left(d - \frac{a}{2}\right)$

Diseño

$\rho_{max} = 0.5\, \rho_b \Rightarrow A_s = \rho_b b d = 0.0165 \cdot 300 \cdot 410$

$\Rightarrow A_s = 2028 \text{ mm}^2$

$\Rightarrow M_u = 316.7 \text{ kN m} = M_{u2}$

$M_{u1} = \frac{M_u}{\phi} - M_{u2} = \frac{376.6}{0.9} - 316.7$

$\Rightarrow M_{u1} = 101.7 \text{ kN m}$

$M_{u1} = A_s' f_y (d - d') = A_s' \cdot 420 (410 - 65)$

supuesto

$\Rightarrow A_s' = 702 \text{ mm}^2$

cuantía que asegura fluencia del acero en compresión

$$\overline{\rho_{cy}} = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{600}{600 - f_y} \frac{d'}{d} + \rho'$$

$$= 0.85 \cdot 0.81 \cdot \frac{35}{420} \cdot \frac{600}{600-420} \cdot \frac{65}{410} + \frac{702}{300 \cdot 410}$$

$$\Rightarrow \overline{\rho_{cy}} = 0.036$$

$$\rho = \frac{2078 + 702}{300 \cdot 410} = 0.023 < \overline{\rho_{cy}} \Rightarrow A_s' \text{ no fluye}$$

Luego

$$a = \frac{(A_s - A_s') f_y}{0.85 \cdot f'_c \, b} = \frac{2078 \cdot 420}{0.85 \cdot 35 \cdot 300} = 98 \text{ mm}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{98}{0.81} = 121 \text{ mm}$$

$$f_s' = \varepsilon_u E_s \frac{(c - d')}{c} = 0.003 \cdot 200000 \frac{(121 - 65)}{121}$$

$$= 278 \text{ MPa}$$

$$A_{sf}' = A_s' \frac{f_y}{f_s'} = 702 \cdot \frac{420}{278}$$

$$= 1062 \text{ mm}^2$$

$$\phi M_{n2} = A_{sf}' \cdot f_s (d - d') = 1062 \cdot 278 (410 - 65)$$

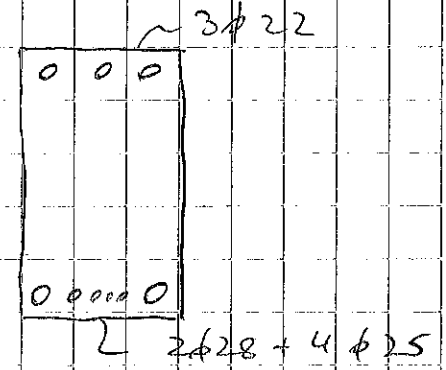
$$= 101.8 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$\phi M_n = 0.9\,(316.7 + 101.8) = 376.7 > M_u = 376.6$

$A_s = 2079 + 1062$ $\qquad A_s' = 1062 \ mm^2$

$= 3141 \ mm^2$

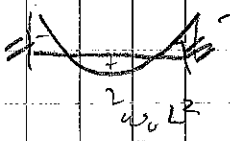
$2\phi 28 + 4\phi 25 \ (3185)$ $\qquad 3\phi 22 \ (1140)$



P2)

(a) Solicitaciones

$$w_u = 1.2 \cdot (25 \cdot 0.35 \cdot 0.7) + 1.6 \cdot 30$$
$$= 55.35 \text{ kN/m}$$



$$M_{u\,apoyo} = \frac{55.35 \cdot 10^2}{12} = 558 \text{ kN m}$$

$$M_{u\,centro} = \frac{M_{u\,apoyo}}{2} = 279 \text{ kN m}$$

(b) Sólo armadura a flexión

Centro

$$A_s = 1847 \quad (3\phi 28)$$

$$M_n = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{1847 \cdot 420}{0.85 \cdot 25 \cdot 350} = 104 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow M_n = 1847 \cdot 420 \left(635 - \frac{104}{2}\right)$$

$$\Rightarrow M_n = 452 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\phi M_n = 407 \text{ kN m} > M_u = 279 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Apoyo

$$A_s = 3247 \quad (4\phi 32)$$

$$\Rightarrow a = 182 \text{ mm}$$

$\Rightarrow \quad M_u = 3217 \cdot 420 \left(635 - \frac{182}{2}\right)$

$\Rightarrow \phi M_n = 735 \text{ kN m}$

$\phi M_n = 662 \text{ kN m} > M_u = 558 \text{ kN m}$

(c) considerando armadura a compresión

cortes

$A_s = 1847$

$A_s' = 3217$

$M_n = A_s' f_y (d - d') + (A_s - A_s') f_y \left(d - \frac{a}{2}\right)$

$a = \frac{(A_s - A_s') f_y}{0.85 \cdot f'_c \, b} \rightarrow 0 \Rightarrow f_s' < f_y$ (acero no fluye)

Equilibrio fuerzas

$\Rightarrow A_s f_y = 0.85 \beta_1 \cdot f'_c \, b \cdot c + A_s' \varepsilon_u E_s \frac{c - d'}{c}$

$\Rightarrow 1847 \cdot 420 = 0.85 \cdot 0.85 \cdot 25.350 \cdot c + 3217 \cdot 0.003 \cdot 200000 \cdot \frac{(c - 65)}{c}$

$\Rightarrow 775740 \cdot c = 6321 c^2 + 1930200 (c - 65)$

$\Rightarrow 6321 c^2 + 1154460 c - 125463000 = 0$

$\Rightarrow c = 77 \text{ mm} \Rightarrow a = 0.85 \cdot c = 65 \text{ mm}$

65.45

Luego

$$M_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot a \cdot b \left(d - \frac{a}{2}\right) + A_s' f_s' (d - d')$$

$$= 0.85 \cdot 25 \cdot 65 \cdot 350 \left(635 - \frac{65}{2}\right) + 3217 \cdot 94 \,(635 - 65)$$

$$\varepsilon_s' = \varepsilon_u \frac{c - d'}{c} = 0.003 \cdot \frac{77 - 65}{77} = 0.00047$$

$$\Rightarrow f_s' = \varepsilon_s' \cdot E_s = 94 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow M_n = 463.6 \text{ kN·m}$$

$$\phi M_n = 417.3 \text{ kN m} > 278 \text{ kN m} = M_u$$

Aprox

$$A_s = 3217$$
$$A_s' = 1847$$

$$a = \frac{(A_s - A_s') f_y}{0.85 f'_c b} = 77$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = 91 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_s' = \varepsilon_u \frac{c - d'}{c} = 0.00068 < \varepsilon_y = 0.0021$$

$\Rightarrow$ Armadura en compresión no fluye

Nuevamente

$$A_s f_y = 0.85 \beta_1 f'_c b \cdot c + A_s' \varepsilon_u E_s \frac{c - d'}{c}$$

$\Rightarrow 3217 \cdot 420 = 0.85 \cdot 0.85 \cdot 25 \cdot 350 \cdot c + 1847 \cdot 0.003 \cdot \frac{(c-65)}{c} \cdot 200000$

$\Rightarrow 1351140 \cdot c = 6322 c^2 + 1108200 (c - 65)$

$\Rightarrow 6322 c^2 + 242940 c - 72033000 = 0$

$\Rightarrow c = 128 \quad \Rightarrow a = 109 \text{ mm}$

$\varepsilon_s' = \varepsilon_u \frac{c - d'}{c} = 0.0015$

$\Rightarrow f_s' = \varepsilon_s' \cdot E_s = 295 \text{ MPa}$

$\Rightarrow M_u = 0.85 \cdot 25 \cdot 109 \cdot 350 \left(635 - \frac{109}{2}\right) + 1847 \cdot 295 \cdot (635 - 65)$

$\Rightarrow M_u = 781.2 \text{ kN.m}$

$\phi M_u = 703.1 \text{ kN.m} > M_u = 558 \text{ kN.m}$

(d)

	sin arm comp	con arm comp	Dif %
centro	452	464	2.5
Apoyo	735	781	5.9 %

∴ Incrementa resultados esperados