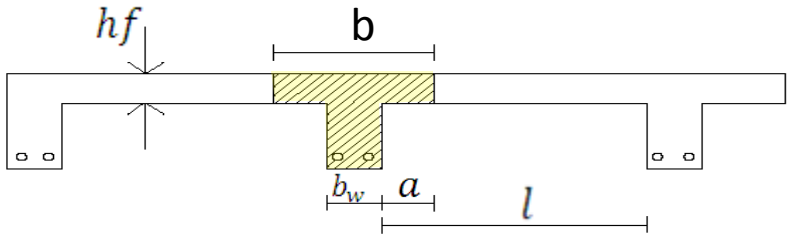
Diseño de Estructuras de Concreto

Vigas T

- Ancho Colaborante o Efectivo

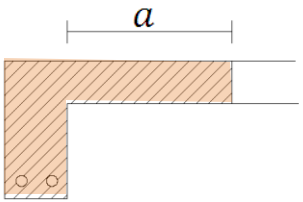
(1) Viga T simétrica



L = luz de la viga

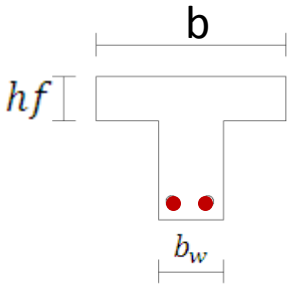
$$b \le L/4 \; ; \; \underbrace{\frac{(b-b_w)}{2}}_{a} \le 8\,hf \quad ; \; a \le \frac{l}{2}$$

(2) Viga L



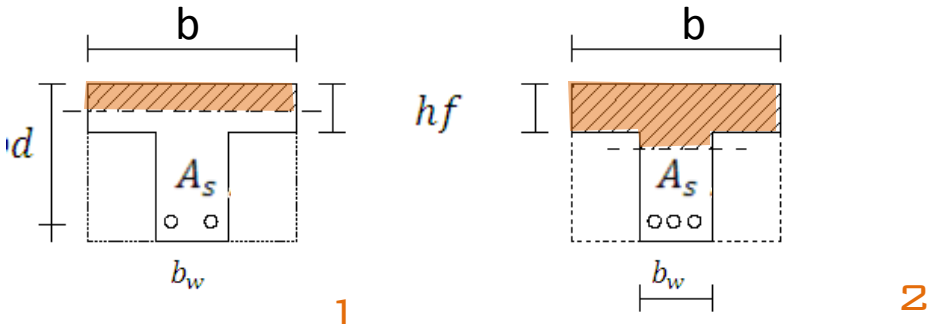
$$a \begin{cases} \le L/12 \\ \le 6\,hf \\ \le l/2 \end{cases}$$

(3) Viga T aislada



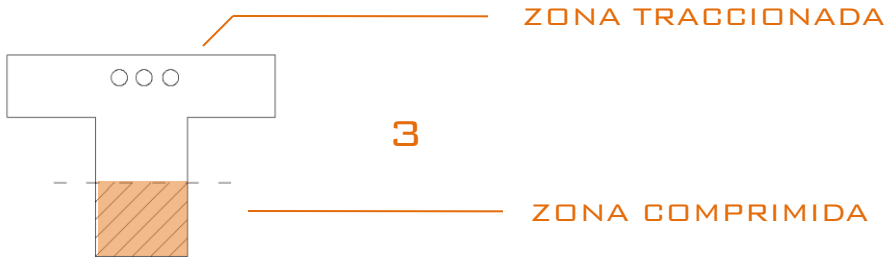
$hf \ge b_w / 2$

$b \le 4 b_w$



- En los apoyos hay momento negativo

Corte a-a



- Casos 1 y 3 corresponden a vigas rectangulares

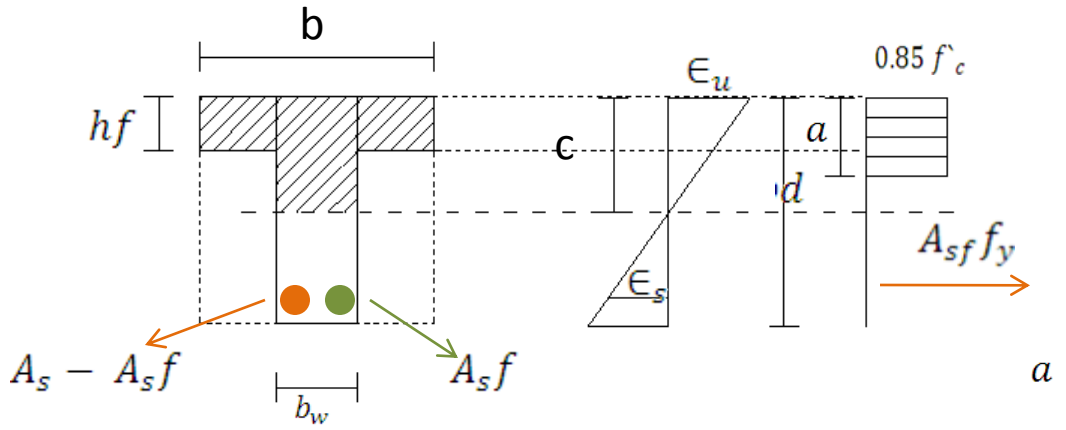
  En el caso de momentos positivos 1 y 2 se discriminan así:

$$a = \frac{A_s\, f_y}{0.85\, f`_c\, b} = \frac{\rho\, f_y\, d}{0.85\, f`_c} \qquad \rho = A_s / bd$$

Aprox:

si: $a < hf \rightarrow viga\ rectangular$

$a > hf \rightarrow viga\ T$



$$A_s \begin{cases} A_sf = \dfrac{0.85\,f`_c\,(b - b_w)h_f}{f_y} \\ A_s - A_sf \end{cases}$$

$$M_{n_1} = A_{sf} f_y (d - h_f/2)$$

Luego:

$$a = \frac{(A_s - A_{sf})f_y}{0.85\,f`_c\,b_w}$$

$$M_{n_2} = (A_s - A_{sf})f_y(d - a/2)$$

$$M_n = M_{n_1} + M_{n_2} = A_{sf} f_y (d - h_f/2) + (A_s - A_{sf})f_y$$

$$\emptyset\, M_n > M_U$$

- Definiciones de cuantías:

$$\rho = \frac{A_s}{bd}\ ;\ \rho_w = \frac{A_s}{b_w d}\ ;\ \rho_f = \frac{A_{sf}}{b_w d}$$

Cuantía de balance de viga T

- La condición de balance queda determinada en el diagrama de compatibilidad de deformaciones por la conocida expresión:

$$\frac{c_b}{d} = \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u + \epsilon_y} \qquad (1)$$

- Con esta condición de balance y con la ecuación de equilibrio se tiene:

$$A_{sb} f_y = 0.85 \beta_1 f`_c \, b_w c_b + 0.85 \, f`_c (b - b_w) h_f \qquad (2)$$

o lo que es lo mismo:

$$A_{sb} f_y = 0.85 \beta_1 f`_c \, b_w c_b + A_{sf} f_y \qquad (3)$$

Dividiendo (3) por $b_w d f_y$ y utilizando las definiciones de ρ_w y ρ_f se tiene:

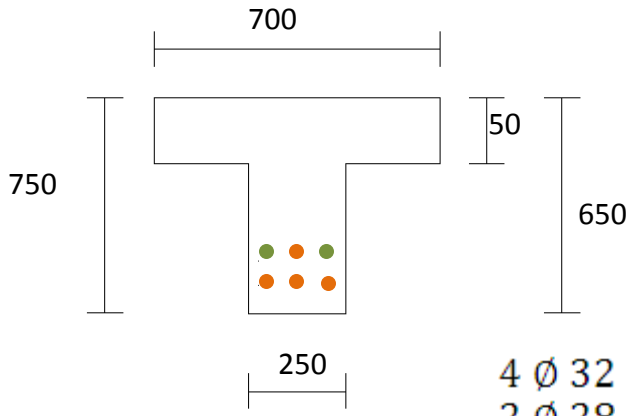
$$\rho_{wb} = \underbrace{0.85 \beta_1 \frac{f`_c}{f_y} \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u + \epsilon_y}}_{\rho_b} + \rho_f$$

$\therefore \quad \rho_{wb} = \rho_b + \rho_f$

$$\rho_{wb_{MAX}} = 0.85 \beta_1 \frac{f`_c}{f_y} \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u + 0.004} + \rho_f$$

$$\rho_{min} = \frac{1.4}{f_y} \qquad \text{y} \qquad \rho_w > \rho_{min}$$

Ejemplo:



$f`_c = 20\ MPa$

$f_y = 420\ MPa$

$\emptyset\ M_n = ?$

$A_s = 4449\ mm^2$

Solución:

$$\rho = \frac{4449}{700 * 650} = 0.0098$$

$$a = \frac{\rho f_y d}{0.85\ f`_c} = \frac{0.0098 * 420 * 650}{0.85x20} = 157\ > h_f$$

- VIGA T:

$$A_s f = \frac{0.85\, f`_c\, (b - b_w) h_f}{f_y} = \frac{0.85 * 20 * (700 - 250) x 150}{420}$$

$$A_s f = 2732\ mm^2$$

$$A_s - A_{sf} = 4449 / 2732 = 1717\ mm^2$$

$$\rho_w = 4449 / 250 * 650 = 0.0273$$

$$\rho_f = 2732 / 250 * 650 = 0.0168$$

$$\rho_b = 0.85\, \beta_1\, \frac{f`_c}{f_y}\, \frac{600}{600 + f_y}$$

$$\rho_b = 0.85\ x\ 0.85\ x\ \frac{20}{420}\ x\ \frac{600}{1020} = 0.0202$$

$\rho_w < \rho_{w_{max}}$

OK!

- Notar que el hecho que $a > h_f$ implica que ρ_w está cercano a la cuantía máxima

$$M_{n_1} = A_{sf} f_y (d - h_f/2)$$

$$M_{n_1} = 2732 * 420(650 - 150/2) = 660\ kN\ m$$

$$a = \frac{(A_s - A_{sf}) f_y}{0.85\ f`_c\ b_w} = \frac{1717 * 420}{0.85 * 20 * 250} = 170mm$$

$$M_{n_2} = (A_s - A_{sf}) f_y (d - a/2)$$

$$M_{n_2} = 1717 * 420(650 - 170/2) = 407kN\ m$$

$$M_n = M_{n_1} + M_{n_2} = 660 + 407 = 1067\ kNm$$

$$\emptyset\ M_n = 0.90 * 1067 = 960\ kNm$$

Diseño de vigas T

1. Determinar espesor del ala h_f de la losa
2. Determinar ancho efectivo b
3. Determinar dimensiones del alma b_w y d cumpliendo los dos requisitos siguientes:

   d = Momentos negativos en los apoyos.
   b_w = Resistencia al corte.

4. Después de definir las dimensiones, determinar A_s por tanteo (suponer $a = h_f$ para empezar) con el valor así determinado, chequear a si $a < h_f \longrightarrow$ viga $\square$ b

5. Viga T: Si $a > h_f \longrightarrow$ para viga T

Hacer nuevo tanteo para determinar $(A_s - A_{sf})$

6. Chequear $\rho_w \geq \rho_{w_{max}}$ (esto se cumple casi siempre)

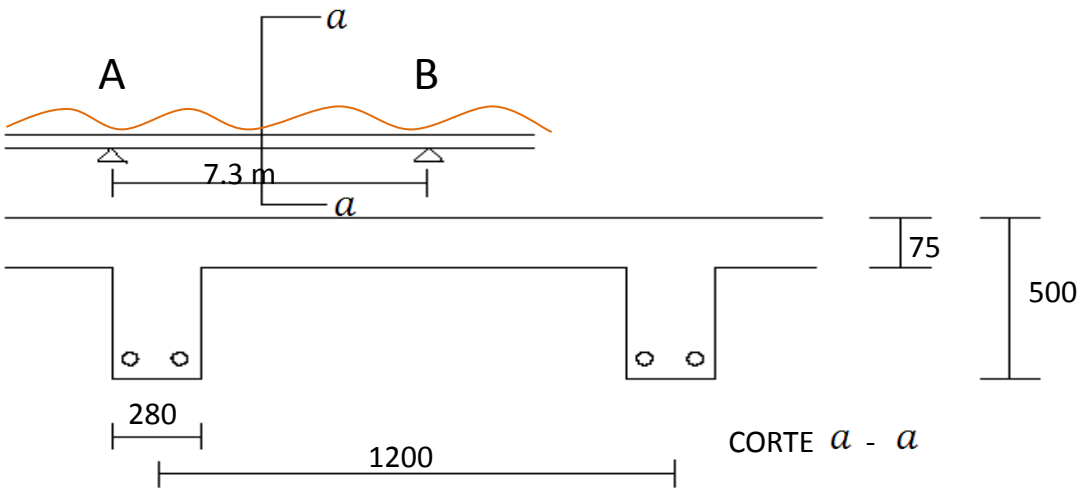
   si $\rho_w \geq \rho_{w_{max}} \longrightarrow$ cambiar dimensiones o usar A_s

7. Chequear $\rho_w \geq \rho_{w_{min}}$

$$\rho_{w_{min}} = \frac{0.25\sqrt{f`_c}}{f_y} \geq \frac{1.4}{f_y}$$

Ecuación (10 – 3) ACI 318 - 95

Ejemplo:



$f`_c = 20\ MPa$

$f_y = 420\ MPa$

$M_n = 720\ kNm$

$A_s = ?$

Las dimensiones indicadas quedaron determinadas por los momentos negativos en los apoyos:

Solución:

(1) Ancho efectivo del ala:

$b \leq 16\, b_f + b_w = 16 * 75 * 280 = 1480\ mm$

$\frac{L}{4}$= 7300/ 4 = 1825 mm

$l = 1200 - 280 = 920\ mm \rightarrow \frac{l}{\epsilon}$ =460 mm

$b = 1200\ mm\ (= 460 * 2 + 280)$

(2) Determinación si es viga T:

Tanteo: Supongamos $a = 75\ mm$ $a = h_f$

$$A_s = \frac{M_u}{\emptyset f_y (d - a/2)} = \frac{720 * 10^6}{0.90 * 420\ (500 - 75/2)} = 4118\ m^2$$

$$\rho = 4418/\ 1200\ * 500\ = 0.00685$$

$$a = \frac{\rho f_y d}{0.85\ f`_c} = \frac{0.00686 * 420 * 500}{0.85 * 20} = 85\ > 75\ mm$$

(3) Viga T:

$$A_s f = \frac{0.85\, f`_c\,(b-b_w)h_f}{f_y} = \frac{0.85*20*(1200-280)75}{420} = 2793\ mm^2$$

$$\emptyset M_{n_1} = \emptyset A_{sf}\, f_y\left(d - h_f/2\right) = 0.90 * 2793 * 420\left(500 - \frac{75}{2}\right)$$

$$\emptyset M_{n_2} = M_u - \emptyset M_{n_1} = 720 - 488 = 232\ kN\,m$$

(4) Determinación de $A_s - A_{sf}$:

- 1° tanteo:

Sea: $a = 100\ mm$

$$\left(A_s - A_{sf}\right) = \frac{\left(\emptyset M_{n_2}\right)}{\emptyset f_y (d - a/2)} = \frac{232 * 10^6}{0.90 * 420(500 - 50)} = 1364\ mm^2$$

Revisando :

$$a = \frac{\left(A_s - A_{sf}\right) f_y}{0.85\, f`_c\, b_w} = \frac{1364 * 420}{0.85 * 20 * 280} = 120\ mm$$

- 2° tanteo:

$$A_s - A_{sf} = \frac{232 * 10^6}{0.90 * 420(500 - 60)} = 1395\ mm^2$$

$$a = \frac{1395 * 420}{0.85 * 20 * 280} = 123\ mm$$

$$A_s = A_{sf} + \left(A_s - A_{sf}\right) = 2793 + 1395 = 4188\ mm^2$$

(5) DETERMINACIÓN $\rho_{w_{max}}$:

$$\rho_w = 4188/500 + 280 = 0.0299$$

$$\rho_f = 2793/500 + 280 = 0.0200$$

$$\rho_b = 0.85\beta_1 \frac{f`_c}{f_y} \frac{600}{600 + f_y} = 0.85 * 0.85 * \frac{20}{420} * \frac{600}{1020} = 0.0202$$

$$\rho_w < \rho_{w_{max}} \qquad \text{OK!}$$

- NOTAR QUE 1º TANTEO DA

$$A_s = 4157\ mm^2$$

Y QUE 2º TANTEO DA

$$A_s = 4188\ mm^2$$