CC4102 - Diseño y Análisis de Algoritmos

Auxiliar 3

Prof. Jérémy Barbay; Aux. Mauricio Quezada

11 de Abril de 2012

1 van Emde Boas

1. Resuelva la recurrencia $T(u) = T(\sqrt{u}) + O(1)$
2. Queremos crear una estructura de datos con las siguientes propiedades:
 - Mantener un conjunto dinámico S de tamaño n de un universo de valores $U = \{0, 1, \dots, u - 1\}$ de tamaño u .
 - Soportar las operaciones:
 - $\text{Insert}(x \in U \notin S)$
 - $\text{Delete}(x \in S)$
 - $\text{Successor}(x \in U)$
 - $\text{Predecessor}(x \in U)$

Describa la estructura árbol de van Emde Boas y muestre que el tiempo de sus operaciones es $O(\lg \lg u)$.

2 Ordenamiento en memoria secundaria

Para lo siguiente, considere el problema de ordenar N elementos, dado el tamaño de página B y la cantidad de elementos que caben en memoria principal, M . Notemos por $n = N/B$ y $m = M/B$.

1. Diseñe una versión de MergeSort adaptada a la memoria externa. Muestre que este método realiza $2N/B(1 + \lg N/M)$ I/O si $M \geq 3B$.
2. Ahora considere el caso general donde en memoria principal caben no sólo 3 páginas, sino $k + 1$ de ellas. Deduzca la complejidad de su nuevo algoritmo en términos de I/O. ¿Para qué valores de n este algoritmo hace sólo un *merge* en la práctica?
3. Pruebe la cota inferior de $\Omega(n \log_m n)$ I/O para el problema de ordenamiento en memoria secundaria.