Ingeniería de Minas
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

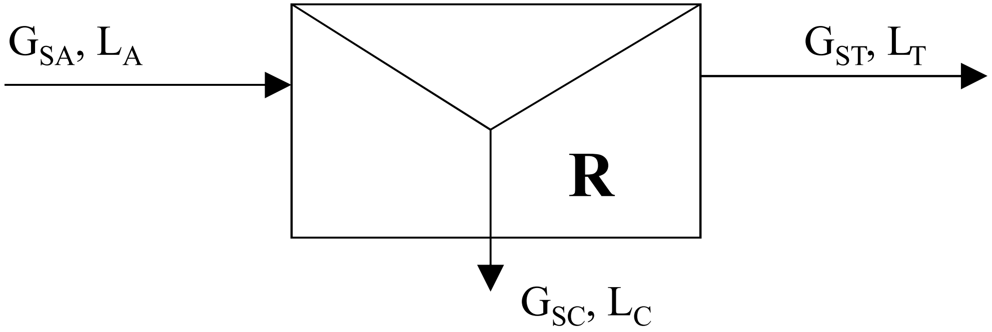
Reconciliación de datos experimentales

MI5022

Análisis y simulación de procesos mineralúgicos

Balances en una celda de flotación

En torno a una celda de flotación (o un circuito) se pueden escribir los siguientes balances:



Balance de sólidos totales: $G_{SA} = G_{SC} + G_{ST}$

Balance de finos: $G_{SA}\, L_A = G_{SC} L_C + G_{ST}\, L_T$

Recuperación metalúrgica

Se define como la cantidad de mineral de interés en el concentrado, i.e., recuperado, dividido por la cantidad de mineral de interés alimentado:

$$R = \frac{G_{SC}\, L_C}{G_{SA}\, L_A} 100 \ \ \%$$

No siempre se conocen los flujos totales, por lo tanto es útil contar con una expresión que permita calcular la recuperación en función de las leyes, que son más fáciles de medir:

$$R = \frac{L_C}{L_A} \frac{(L_A - L_T)}{(L_C - L_T)} 100 \ \ \%$$

Recuperación en peso

Se define como la cantidad de mineral (total) en el concentrado dividido por la cantidad de mineral (total) alimentado:

$$Y = \frac{G_{SC}}{G_{SA}} 100 \ \ \%$$

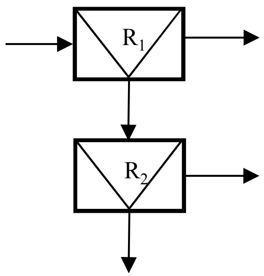
Del mismo modo que en el caso anterior, se puede escribir la recuperación en peso en función de las leyes de alimentación, concentrado y relave:

$$Y = \frac{(L_A - L_T)}{(L_C - L_T)} 100 \ \ \%$$

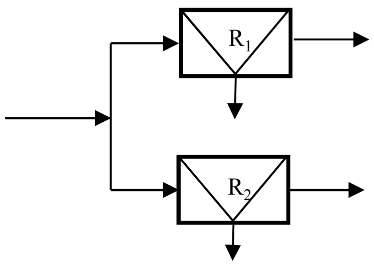
Recuperación de varias etapas

Si tiene dos etapas en serie con recuperaciones R_1 y R_2 la recuperación total es igual a

$$R = R_1 R_2$$

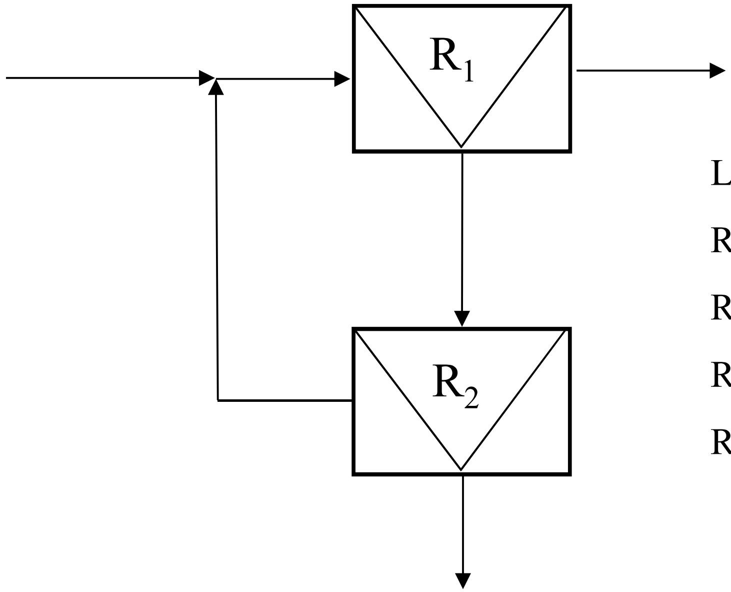


Si tiene dos etapas en paralelo con recuperaciones R_1 y R_2 la recuperación total es igual al promedio ponderado de ambas recuperaciones



Balances con recirculación

Calcular la ley y recuperación de cobre para el siguiente diagrama de flujo. Considere sólo dos especies: calcopirita y ganga.



Ley de calcopirita: 5%

R_1 especie interés: 90%

R_2 especie interés: 60%

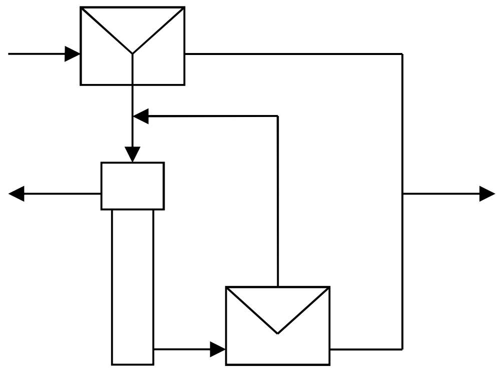
R_1 ganga: 20%

R_2 ganga: 10%

$$R = \frac{R_1 R_2}{1 - R_1 + R_1 R_2}$$

Actividad

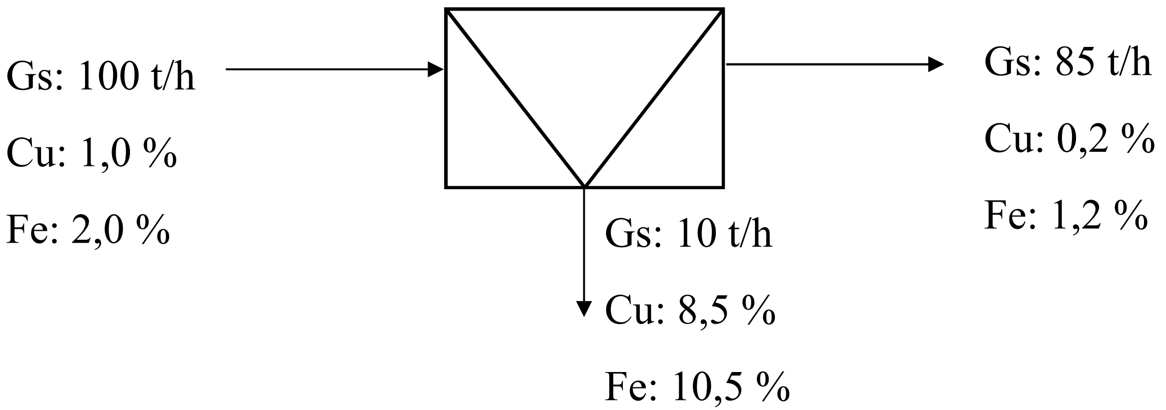
Determinar el máximo flujo de mineral que puede tratar el circuito de la figura. Por restricciones de operación, la columna no puede tratar un flujo mayor a 72 t/h. Considere en su cálculo que la alimentación está compuesta sólo de calcopirita (5%) y ganga (95%).



	Calcopirita	Ganga
Recuperación rougher	92%	40%
Recuperación por celda scavenger	90%	30%
Recuperación columna	70%	1%

Ejemplo

Determine la recuperación en peso para la celda de la figura



¿Cuál es el resultado correcto?

Por cobre: 9,6%

Por fierro: 8,6%

Por flujos: 10%

Balances de masa

- Muestreo
- Balances de masa
- Reconciliación de data
- Diseño experimental
- Optimización del proceso

Ajuste de balances

Datos experimentales deben ser:

- Consistentes (reproducibles)
- Coherentes (entra = sale, i.e., balanceados)
- No sesgados
- Redundantes

Mientras más redundante es la información, mejor es el balance obtenido

Fuentes de error en los datos medidos (experimentales)

- Error aleatorio asociado a la reproducibilidad
- Error sistemático que entrega datos sesgados
- Error accidental

$$x_{medido} = x_{real} + e_{medición}$$

Error de medición

$$\bar{x}_{medido} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_{i\ medido}}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \left(x_{real} + e_{i\ medición} \right)}{N} = x_{real} + \bar{e}$$

$$\bar{e} \rightarrow 0$$

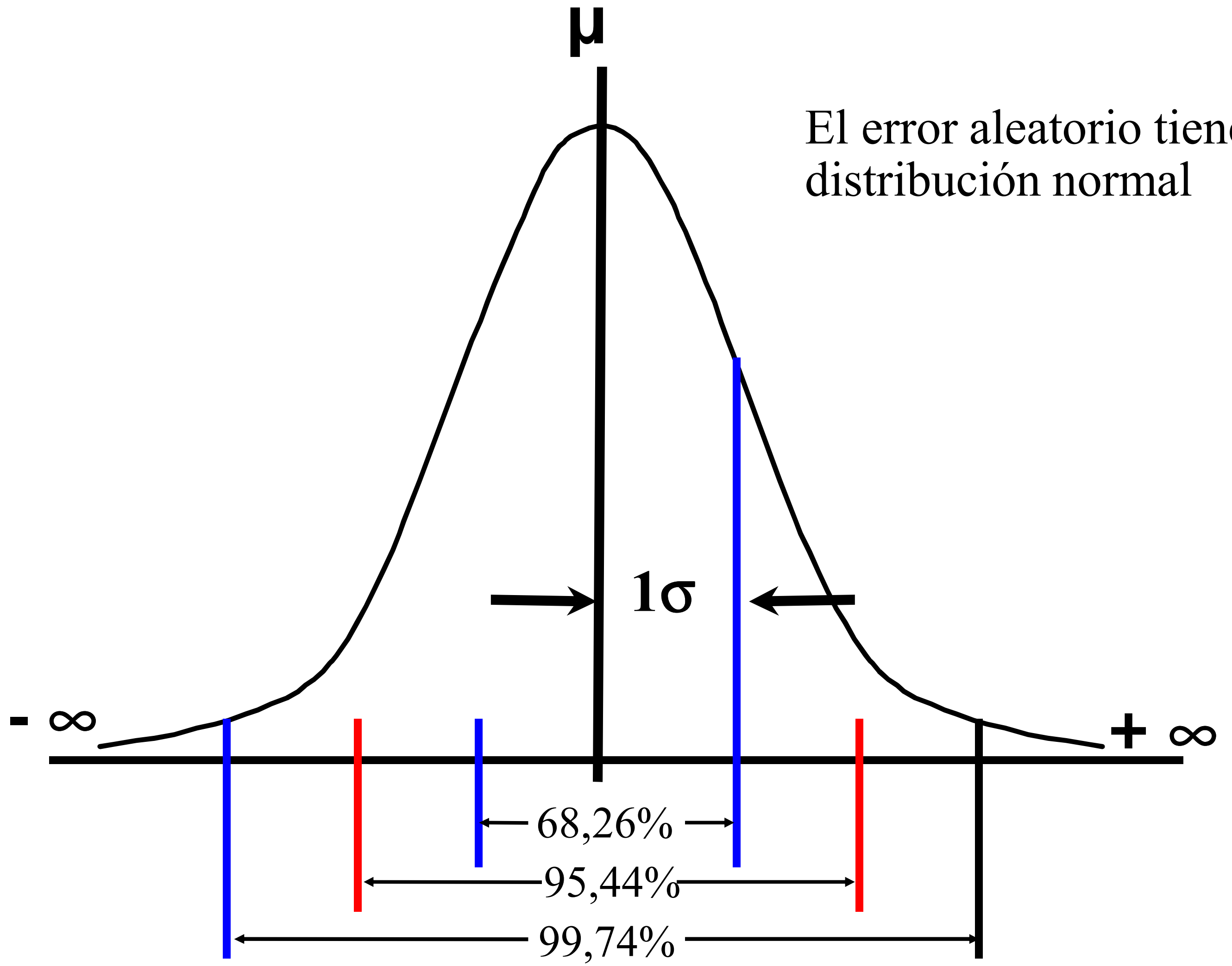
Error aleatorio

$$\bar{e} = sesgo \neq 0$$

Error sistemático

Desviación estándar

El error aleatorio tiene una distribución normal



Desviación estándar y relativa (error %)

Desviación estándar

$$\sigma_x = \left[\frac{\sum_{i=1}^{N} \left(x_i - \overline{x} \right)^2}{N - 1} \right]^{0.5}$$

Pero la desviación estándar de la medición es igual a la desviación estándar del error de medición

$$\sigma_x = \sigma_e$$

La desviación estándar relativa (error %) se puede escribir como

$$\sigma_{Rx} = 100 \, \frac{\sigma_x}{\overline{x}}$$

Propiedades de la desviación estándar (error)

Las varianzas (y no las desviaciones estándar) son aditivas

$$\sigma^2 = \sum_i \sigma_i^2$$

El error de una medición se descompone en error de muestreo y error de análisis (e.g., análisis químico)

$$\sigma_{R\,medición} = \left(\sigma^2_{R\ muestreo} + \sigma^2_{R\ análisis} \right)^{1/2}$$

Ejemplo de cálculo

Si se sabe que la ley de plata en la alimentación es igual a 15 ppm y que los errores relativos de muestreo y análisis son 3% y 5% respectivamente. ¿Cuál es la desviación estándar que se le debe asignar a la ley reportada?

$$\sigma_{R\,medición} = \left(3^2 + 5^2\right)^{1/2} = 5{,}83\%$$

$$\sigma_{medición} = 15 \cdot \frac{5{,}83}{100} = \pm 0{,}87\, ppm\ Ag$$

Datos medidos y balances de masa

Si los **datos medidos tienen error** se puede esperar que los balances de masa no cierren.

Incluso si se pudiera medir el valor real de cada variable en el proceso, los balances de masa no cerrarían debido a la **variabilidad en la operación**.

Para poder cerrar los balances, la planta tiene que estar operando en estado estacionario (equilibrio), lo cual es difícil de obtener. En el mejor caso la planta oscila en torno a un punto de equilibrio debido a variaciones en la alimentación y a la variabilidad propia de los sistemas de control, lo cual genera "ruido" en las mediciones.

Reconciliación de data

La reconciliación de data corresponde al ajuste de datos experimentales sujeto a que se cumplan las restricciones impuestas por las ecuaciones de balance de masa. Los datos reconciliados deben parecerse tanto como sea posible a los datos medidos.

Ajuste de balances

Propósito del balance y reconciliación de data

- Información del proceso
- Data para ingeniería de diseño (cálculo)
- Data para modelos de proceso
- Balances metalúrgicos (on-line/off-line)
- Contabilidad de la producción (diaria, mensual, anual)

La data reconciliada es estadísticamente más confiable que la data experimental (no reconciliada)

Método de reconciliación de data y ajuste de balances

El procedimiento consiste en la minimización de una función objetivo sujeta a que se cumplan las ecuaciones de balance de masa, i.e., minimización de función sujeta a restricciones (e.g., multiplicadores de Lagrange)

No todo set de datos se puede reconciliar. Estos deben ser razonablemente buenos ya que de lo contrario se tiene que:

Datos malos → Mal ajuste

Reconciliación de data por minimización de función objetivo

La función objetivo se construye a partir de dos sumatorias: la primera considera los cuadrados de las diferencias entre los datos medidos (x_i) y los datos reconciliados ($\hat{x}_i$), ponderadas por algún factor de peso (k_i); la segunda sumatoria incluye las ecuaciones de balance evaluadas con los datos reconciliados. Las ecuaciones de balance deben ser escritas de modo tal que su resultado sea igual a cero.

$$\phi = \sum_i k_i \left(x_i - \hat{x}_i\right)^2 + \sum_j Balance\left(\hat{x}_i\right)$$

Determinación de factores de peso (k_i)

La solución obtenida al utilizar los distintos métodos depende en gran medida de los factores de peso (k_i) utilizados. Esto se conoce como "modelo de error" (error model) y da cuenta de qué tan confiable es cada uno de los datos medidos disponibles.

Una buena elección puede ser utilizar el inverso de la varianza (desviación estándar al cuadrado) como factor de peso

Determinación de factores de peso (k_i)

Cada factor de peso k_i se escribe entonces como

$$k_i = \left(\frac{100}{\bar{x}_i \, \sigma_{Rx,i}} \right)^2 = \frac{1}{\sigma_{x,i}^{\;2}}$$

y la función a minimizar es la siguiente:

$$\phi = \sum_i \frac{1}{\sigma_{x,i}^{\;2}} \cdot \left(x_i - \hat{x}_i \right)^2 + \sum_j Balance\left(\hat{x}_i \right)$$

Reconciliación de data mediante multiplicadores de Lagrange

Si se tienen N variables a estimar ($\hat{x}_i$) y M ecuaciones de balance, se puede generar un sistema de (N+M) incógnitas e igual número de ecuaciones mediante la incorporación de multiplicadores de Lagrange:

$$\phi = \sum_i k_i \left(x_i - \hat{x}_i\right)^2 + \sum_j \lambda_j Balance\left(\hat{x}_i\right)$$

Reconciliación de data mediante multiplicadores de Lagrange

El problema se transforma entonces en el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \hat{x}_i} = 0 \;\; para \;\; todo \;\; i, \qquad \frac{\partial \phi}{\partial \lambda_j} = 0 \;\; para \;\; todo \;\; j$$

Notar que las ecuaciones de balance se tienen que escribir de modo tal que su resultado sea igual a cero, i.e.,

$$G_{SA} - G_{SC} - G_{SR} = 0 \qquad y \;\; no \qquad G_{SA} = G_{SC} + G_{SR}$$

Reconciliación de data con Solver

En el caso de utilizar la herramienta *Solver* de *Excel*, se puede minimizar la función objetivo:

$$\phi = \sum_i k_i \left(x_i - \hat{x}_i \right)^2$$

incorporando las ecuaciones de balance como restricciones.

Ajuste de balances

Reconciliación de data con *Solver* (*Excel*)

Función a minimizar:

$$\phi = \sum_i k_i \left(x_i - \hat{x}_i\right)^2$$

Valores a encontrar:

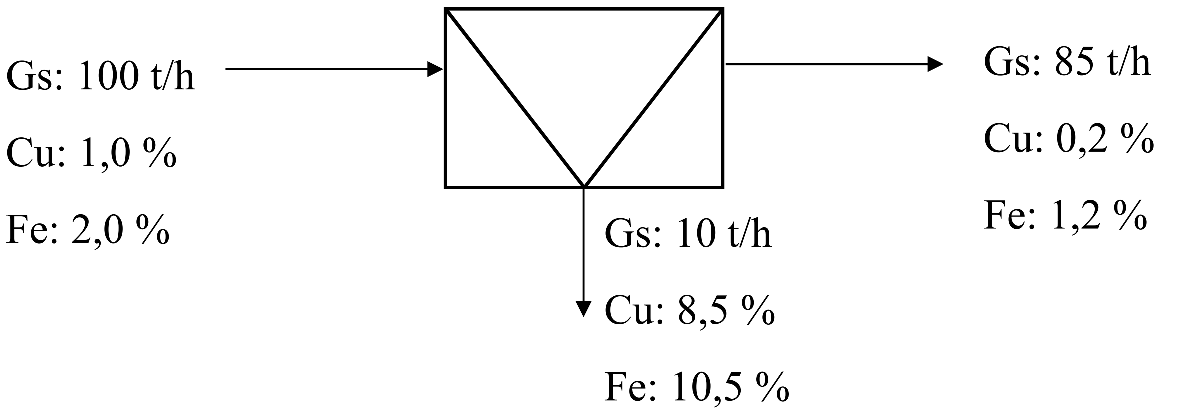
$$\hat{x}_i$$

Ecuaciones de balance evaluadas con los datos reconciliados:

$$Balance\left(\hat{x}_i\right)$$

Ejemplo de ajuste de balances (Solver)

Determine la recuperación de cobre para la celda de la figura



Suponga que las leyes de cobre y fierro se conocen con una precisión de 2,5 y 3% (relativa) respectivamente y que los flujos son más difíciles de determinar, por lo tanto tienen un error relativo de 5%