Ingeniería de Minas
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

FENÓMENOS DE TRASPORTE EN METALURGIA EXTRACTIVA

Clase 07/06

Transporte de Calor

Prof. Leandro Voisin A, MSc., Dr.

Académico – Universidad de Chile.
Jefe del Laboratorio de Pirometalurgia.
Investigador Senior - Tohoku University, Japan.

Propiedades térmicas de algunos materiales comunes

Material	ρ kg/m^3	C_p J/kg·°C	k W/m·°C	$\alpha = k/\rho C_p$ m^2/s	$(\rho C_p k)^{1/2}$ J/s^{½}m°C
Cu	8954	383	386	$11.3 \cdot 10^{-5}$	36,400
Al	2702	896	204	$8.43 \cdot 10^{-5}$	22,200
Fe	7897	452	73	$2.05 \cdot 10^{-5}$	16,100
Fe-1 wt% C	7801	473	43	$1.17 \cdot 10^{-5}$	12,600
Al_2O_3 Sapphire	3970	765	46	$1.51 \cdot 10^{-5}$	11,800
18%Cr-8%Ni steel	7817	460	16.3	$0.45 \cdot 10^{-5}$	7,660
Graphite	2210	709	5.7	$0.36 \cdot 10^{-5}$	3,000
Chrome Brick	3000	840	2.2	$8.7 \cdot 10^{-7}$	2,350
Granite	2640	820	2.5	$0.12 \cdot 10^{-5}$	2,330
Water	1001	4182	0.597	$1.43 \cdot 10^{-7}$	1,590
Carbon	1950	780	1.6	$0.11 \cdot 10^{-5}$	1,560
Soil	2050	1840	0.52	$1.38 \cdot 10^{-7}$	1,400
Glass	2700	840	0.78	$3.44 \cdot 10^{-7}$	1,330
Common Brick	1600	840	0.69	$5.13 \cdot 10^{-7}$	963
Sand	1515	800	0.27	$2.2 \cdot 10^{-7}$	572
Pine(white)	640	2800	0.147	$0.82 \cdot 10^{-7}$	513
Oil(SAE 50)	888	1880	0.145	$0.87 \cdot 10^{-7}$	492
Wood(Oak)	540	2400	0.166	$1.28 \cdot 10^{-7}$	464
PVC	1340	1000	0.15	$1.12 \cdot 10^{-7}$	448
CORK	70	1880	0.045	$3.42 \cdot 10^{-7}$	77
Glass Wool	24	700	0.038	$0.23 \cdot 10^{-5}$	25
Air	1.18	1006	0.026	$2.11 \cdot 10^{-5}$	6

Modelo semi infinito
Interface entre dos sólidos semi infinitos

- ***Ejemplo 32***

  Cuando una persona desnuda entra a un sauna a 60 ºC, al sentarse en un asiento de pino no siente ningún dolor. No obstante, si accidentalmente se sienta sobre una lima de uñas siente dolor, dado que el cuerpo humano comienza a sentir dolor cuando la temperatura de la piel excede los 45 ºC. ¿porqué ocurre ello?

  Solución

  El cuerpo humano se compone principalmente de agua, así asumiremos que la piel humana tiene las mismas propiedades térmicas que el agua. De la Tabla $(\rho C_p k)^{1/2}$ *para el agua es 1590, para el pino blanco 513 y para la hoja de hierro 16100.*

  Si asumimos que la piel inicialmente esta a 36 ºC, la temperatura se incrementa de la siguiente manera en contacto con:

Modelo semi infinito
Interface entre dos sólidos semi infinitos

Solución:

Pino:

$$T_{piel} = \frac{1590 * 36^{o} C + 513 * 60^{o} C}{1590 + 513} = 41{,}9\ {}^{o}C$$

Lima:

$$T_{piel} = \frac{1590 * 36^{o} C + 16100 * 60^{o} C}{1590 + 16100} = 57{,}9\ {}^{o}C$$

De este resultado se observa porque la piel se quema en contacto con el hierro porque el metal conduce el calor fuera de la piel mucho más rápido que la madera.

Modelo semi infinito
Flujo de calor constante en la superficie

- *Otra C.B ocurre al aplicar un flujo constante de calor:*

$$q(t) = q_0 = -k \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0}$$

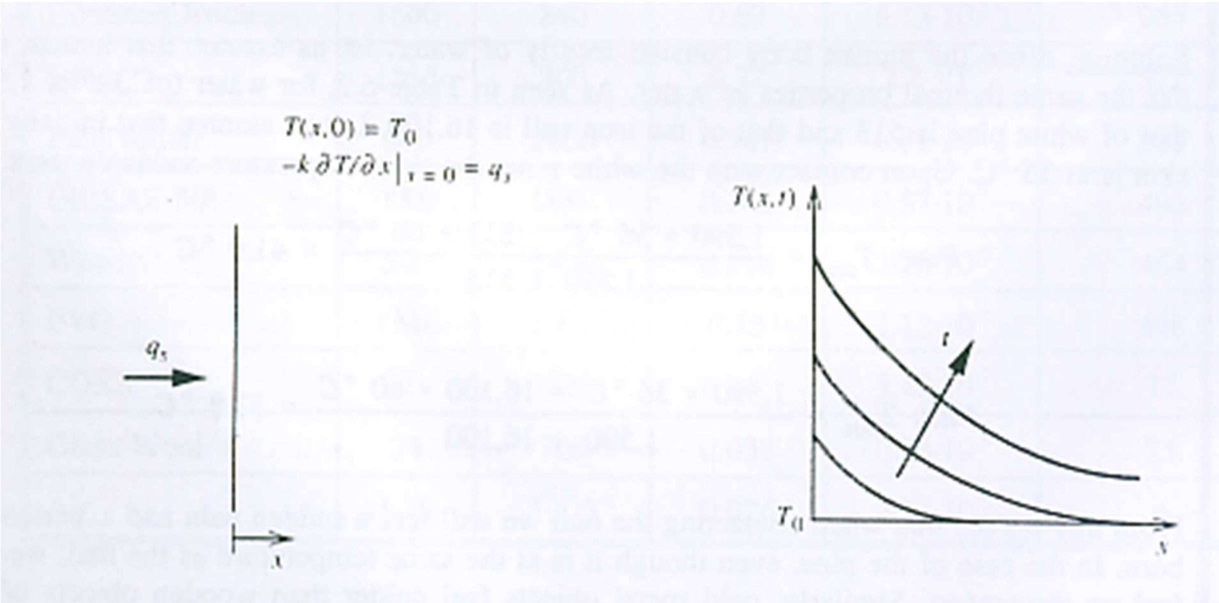
- *Bajo esa condición, la temperatura dentro del sólido está dada por la siguiente expresión:*

$$T(x,t) = T_0 + \frac{q_0}{k} \cdot \left[\sqrt{\frac{4\alpha t}{\pi}} \exp\left(\frac{-x^2}{4\alpha t} \right) + x\left(erf\left(\frac{x}{\sqrt{4\alpha t}} \right) - 1 \right) \right]$$

Modelo semi infinito
Flujo de calor constante en la superficie

- *Con $T(x,t)$ la temperatura a una distancia x de la superficie. Para $x=0$, encontramos que la superficie incrementa su temperatura en la siguiente forma :*

$$T(0,t) = T_0 + \frac{q_0}{k}\sqrt{\frac{4\alpha t}{\pi}} = T_0 + 2q_0\sqrt{\frac{t}{\pi\rho c_p k}}$$



Modelo semi infinito
Flujo de calor convectivo en la superficie

- Esta condición de borde se aplica cuando una superficie se expone a un fluido con temperatura constante y coeficiente de transferencia de calor constante. En la superficie se cumple:

$$h\left[T_\infty - T(0,t)\right] = -k \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0}$$

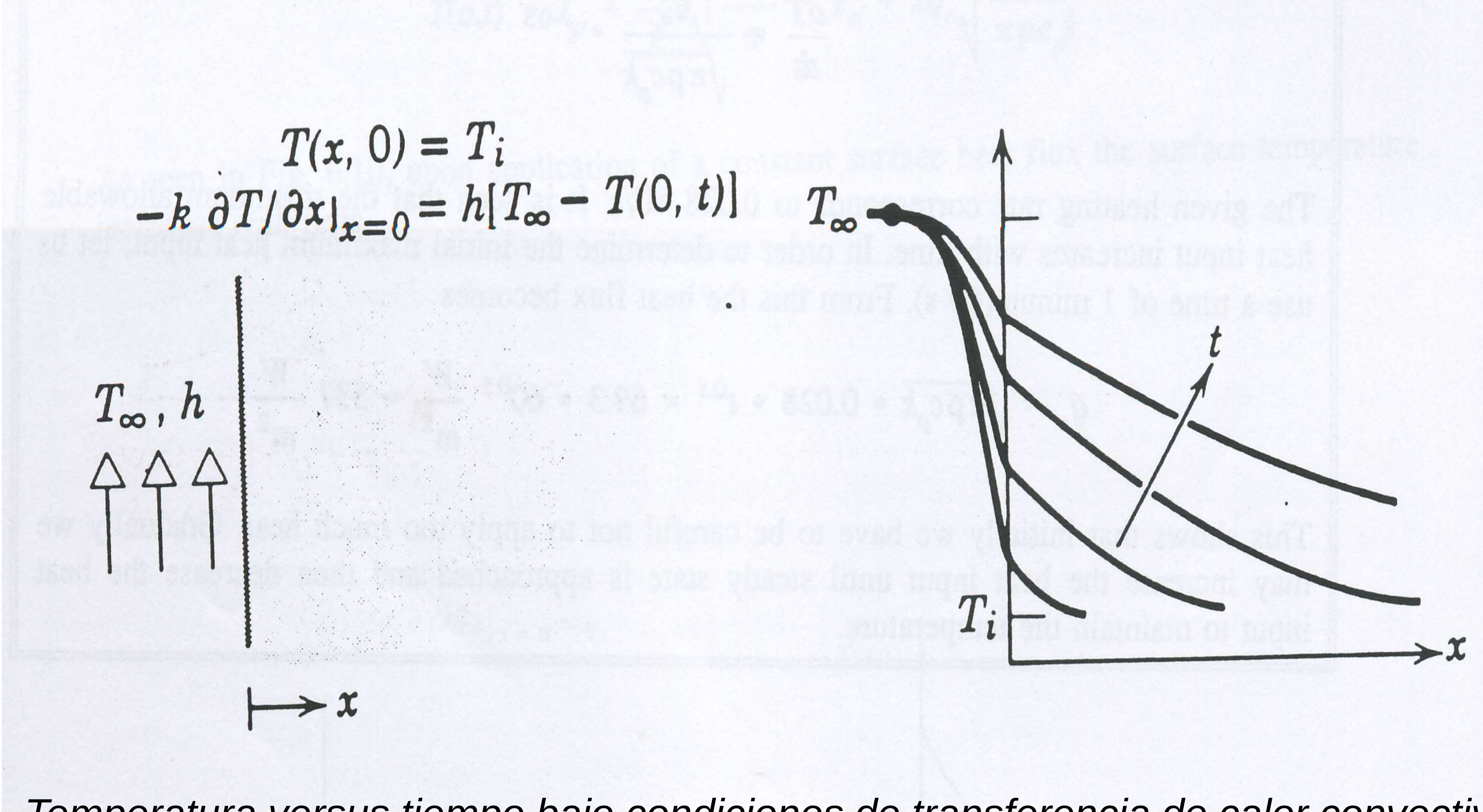
- *Bajo esta condición, la temperatura dentro del sólido está dada por:*

$$\frac{T(x)-T_0}{T_\infty - T_0} = 1 - erf\left(\frac{x}{\sqrt{4\alpha t}}\right) - \exp\left(\frac{hx}{k} + \frac{h^2\alpha t}{k^2}\right)\cdot\left[1 - erf\left(\frac{x}{\sqrt{4\alpha t}} + \frac{h\sqrt{\alpha t}}{k}\right)\right]$$

- *La temperatura en la superficie se puede encontrar imponiendo x = 0*

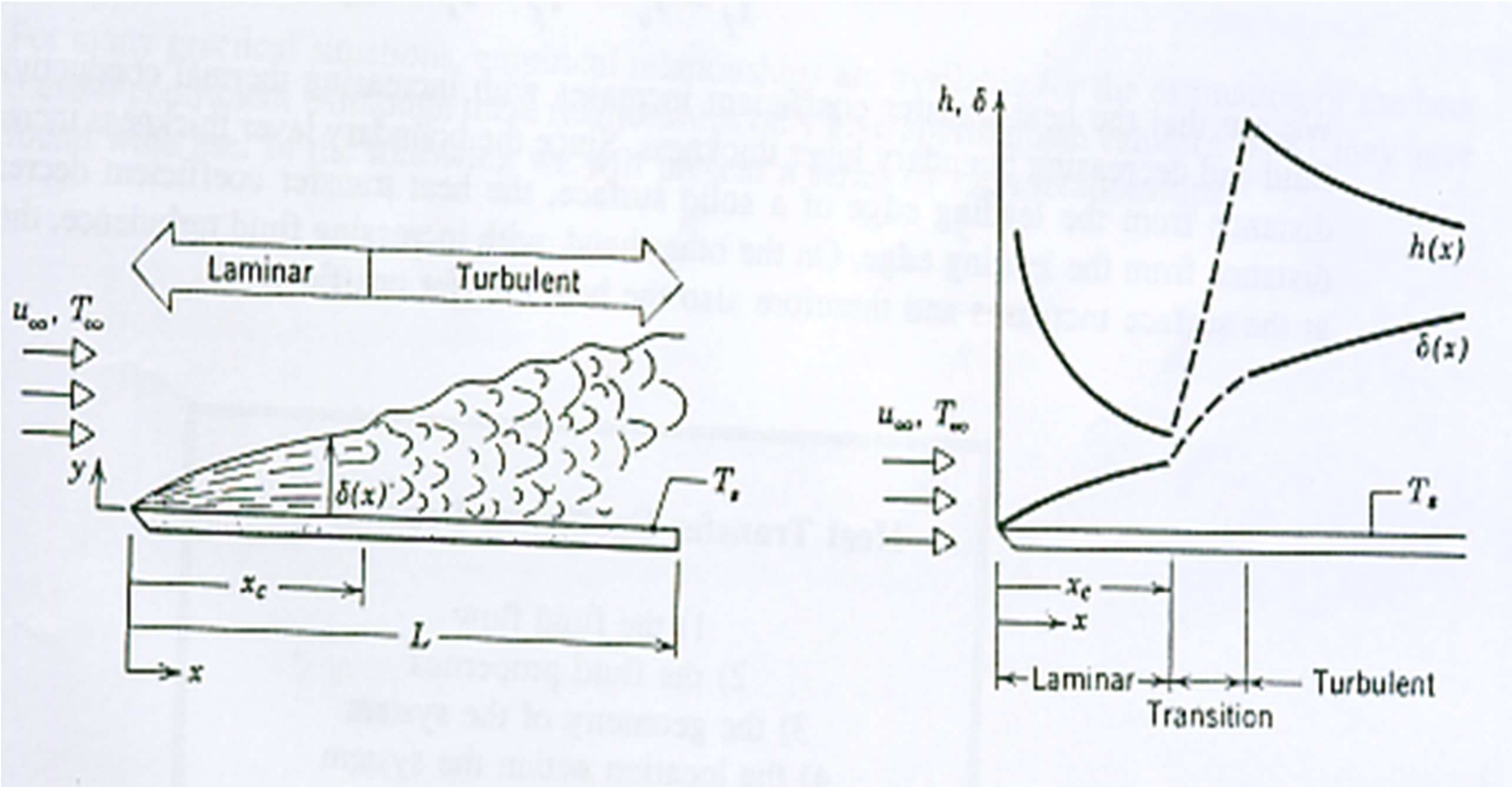
$$\frac{T_S(t)-T_0}{T_\infty - T_0} = 1 - \exp\left(\frac{h^2\alpha t}{k^2}\right)\cdot\left[1 - erf\left(\frac{h\sqrt{\alpha t}}{k}\right)\right]$$

Modelo semi infinito
Flujo de calor convectivo en la superficie



Temperatura versus tiempo bajo condiciones de transferencia de calor convectivo

Transferencia de calor por convección



- *Ilustración de una capa límite termal de una placa isotermal*

Transferencia de calor por convección

- *Hasta ahora hemos discutido el fenómeno de transferencia de calor por conducción en régimen permanente y transiente.*

$$\frac{dT}{dt} = \alpha \nabla^2 T$$

- *La transferencia de calor por convección, la hemos introducido como condición de borde en el caso de superficies sólidas en contacto con un fluido en movimiento:*

$$q = h\left(T_S - T_\infty\right)$$

- *El coeficiente de transferencia de calor, h, es una aproximación que "resume" o "representa" las condiciones reales de flujo, sus propiedades y la geometría del sistema.*

Transferencia de calor por convección

- *El coeficiente de transferencia de calor, no necesariamente es constante en el tiempo y posición y se necesitan correlaciones adecuadas para obtener una idea de su valor.*

- *La naturaleza de la transferencia de calor por convección tiene que ver con el hecho de que el fluido o el medio está en movimiento.*

- *En el caso general, la velocidad del fluido será función de la posición, del tiempo y eventualmente, de otras variables como temperatura y concentración .*

- *Siempre que un objeto esté a una temperatura distinta que su ambiente, habrá transferencia de calor por convección.*

- *La ecuación que describe este fenómeno se deriva de la conservación de energía para una masa de control.*

Transferencia de calor por convección

- *Si $\phi = T$, entonces la energía está dada por:*

$$\Phi = \int_{\Omega_{CM}} \rho c_p T \mathrm{d}\Omega$$

- y la conservación de Φ, según el teorema del transporte de Reynolds:

$$\frac{D}{Dt}\int_{\Omega_{CM}} \rho c_p \mathrm{T}\mathrm{d}\Omega = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\Omega_{CV}} \rho c_p T d\Omega + \int_{S_{CV}} \rho c_p T \mathbf{u}\cdot\mathbf{n} dS = 0$$

- *Aplicando el teorema de divergencia de Gauss al término convectivo y permitiendo que el volumen de control sea infinitesimalmente pequeño, se obtiene la forma diferencial para la conservación de energía:*

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \left(\nabla \cdot \rho c_p T \mathbf{u}\right) = 0$$

Transferencia de calor por convección

- Además, sabemos que en la ausencia de movimiento, la ecuación que describe la transferencia de calor por conducción es:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = k\nabla^2 T$$

- *Al combinar estas dos ecuaciones, obtenemos la ecuación general que describe el balance de energía en presencia de transporte de calor convectivo y conductivo (difusivo):*

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \left(\nabla \cdot \rho c_p T \mathbf{u}\right) = k\nabla^2 T$$

Transferencia de calor por convección

- *En la ecuación anterior, ambos fenómenos están incluidos y es necesario conocer el campo de velocidades del fluido para resolverla.*
- *Una forma de relacionar los efectos de ambos fenómenos es a través del número de Prandtl:*

$$\mathrm{Pr} = \frac{\text{transporte viscoso}}{\text{transporte de calor}} = \frac{\dfrac{\mu}{\rho}}{\dfrac{k}{c_p \rho}} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{k}$$

- *Cuando el número de $\mathrm{Prandtl}$ es igual a 1, las capas límite térmica (δ_T) y viscosa (δ, o hidrodinámica) se sobreponen. Para la mayoría de los líquidos, Pr está entre 3 a 100, por lo que δ_T es más delgada que δ.*
- *En el caso de metales líquidos, Pr puede ser menor a 0.1 y δ_T es más gruesa que δ.*

Propiedades de varios fluidos

Fluido	$\rho(kg/m^3)$	$\mu(Pa\ s)$	$c_p(J/kg\ K)$	$k(W/mK)$	Pr
Mercurio	13593	$1.5\ 10^{-3}$	139	8.3	0.025
Aire	1.2	$1.81\ 10^{-5}$	1007	0.025	0.72
Agua	990	$1.0\ 10^{-3}$	4189	0.62	6.76
Alcohol	795	$1.2\ 10^{-3}$	2395	0.168	17
Glicerina	1260	1.49	2386	0.287	12400
Sales Fundidas	2000	$2.0\ 10^{-3}$	1500	0.4	7.5
Metales líquidos	2000 -8000	$2.0\ 10^{-3}$	300 -1000	30 – 130	0.015
Matas Líquidas	4800	$2.0\ 10^{-3}$	500	2	0.5
Escorias líquidas	3800	0.4 - 10	800 - 1300	1	1000

Propiedades de varios fluidos

Para flujo turbulento la capa límite es fuertemente influenciada por fluctuaciones de flujo al azar. Entonces, el crecimiento no depende mayormente de la difusión molecular y por lo tanto no sobre el número de Pr.

Para flujos turbulentos las capas límites son prácticamente semejantes. En general, la turbulencia aumenta la transferencia de calor y conduce a altos coeficientes de transferencia de calor comparados con el flujo laminar.

Flujo laminar:

$$\frac{\delta}{\delta_T} \approx \mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}}$$

Flujo turbulento:

$$\delta \approx \delta_T$$

Transferencia de calor por convección para flujo laminar sobre una placa plana

- *Para flujos laminares de fluidos con $0.6 < Pr < 50$ sobre una placa, isotérmica, el coeficiente de transferencia de calor local está dado por:*

$$h(x) = 0.332 \cdot k \cdot \mathrm{Pr}^{1/3} \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu \cdot x}}$$

- *Donde u_∞ es la velocidad del seno del fluido, x es la distancia desde el borde de la placa, ν es la viscosidad cinemática (μ / ρ)*
- *El promedio del coeficiente de transferencia de calor desde el borde límite a la longitud L se encuentra por integración, desde x = 0 a x = L y dividiendo por la distancia L.*

$$h(prom) = \frac{1}{L}\int_0^L h(x)dx = 0.664k * \mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}} \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu L}}$$

Transferencia de calor por convección para flujo laminar sobre una placa plana

- *Para flujo laminar de aire o agua sobre una placa plana a 1 atm y temperatura ambiente, se pueden utilizar las siguientes aproximaciones:*
  - *Aire:*

$$h(x) = 1.95\sqrt{\frac{u_{\infty,aire}}{x}}$$

  - *Agua:*

$$h(x) = 400\sqrt{\frac{u_{\infty,agua}}{x}}$$

- *Bajo las mismas condiciones, el coeficiente de transferencia de calor es 200 veces mayor para agua que para el aire.*

Transferencia de calor por convección para flujo laminar sobre una placa plana

Ejemplo 33.

Aire a 20 ºC fluye a 3.0 m/s sobre una placa plana de 1 m de largo y 1 m de ancho y temperatura superficial de 100 ºC. Calcular el promedio del coeficiente de transferencia de calor para la longitud total de la placa y el correspondiente al extremo de la placa y las pérdidas totales de la placa.

Solución:

Para encontrar los números de Re y Pr se tiene que encontrar primero las propiedades del aire en la capa límite a la temperatura promedio de éste (60 ºC).

A 60 ºC, el aire tiene las siguientes propiedades: k = 0,0284 W/m ºC, $\nu = 1{,}89 \cdot 10^{-5}$ m^2/s y Pr = 0,708. Para determinar si el flujo es laminar se tiene que calcular el número de Re en el extremo de arrastre de la placa.

Transferencia de calor por convección para flujo laminar sobre una placa plana

$$\mathrm{Re}_L = \frac{u * L}{\nu} = \frac{3{,}0\frac{m}{s} * 1{,}0m}{1{,}89 * 10^{-5}\frac{m^2}{s}} = 1{,}59 * 10^5$$

El flujo está en la región laminar dado que el número de Pr está entre 0,6 y 50. Así, el coeficiente de transferencia de calor promedio es:

$$h(prom) = 0{,}664k * \mathrm{Pr}^{1/3}\sqrt{\frac{u_\infty}{\nu L}} = 0{,}664 * 0{,}0284 * (0{,}707)^{1/3}\left(\frac{3{,}0}{1{,}89 * 10^{-5}}\right)^{1/2}\frac{W}{m^2\,{}^{\mathrm{o}}C}$$

$$h(prom) = 6{,}7\frac{W}{m^2\,{}^{\mathrm{o}}C}$$

Como el valor local es la mitad del valor promedio, el coeficiente de transferencia de calor en el extremo de arrastre de la placa es 3,35 W/m²ºC.

Las pérdidas de calor de la placa son:

$$q = h(prom) * A * (T_s - T_{aire}) = 6{,}7\frac{W}{m^2\,{}^{\mathrm{o}}C} * 1m^2 * (100 - 20) = 540W$$

Número de Nusselt

- *Cuando nos enfrentamos a transferencia de calor convectiva se encontró útil definir el número adimensional de Nusselt.*
- *El número de Nusselt (Nu) representa el gradiente adimensional de temperatura sobre la superficie:*

$$Nu = \frac{\text{transferencia de calor convectiva}}{\text{transferencia de calor conductiva}} = \frac{h \cdot x}{k}$$

- *El número de Nusselt puede relacionar el coeficiente de transferencia de calor con otros números adimensionales.*
- *Para una cañería, un cilindro ó una esfera "x" es el diámetro. En el caso de una placa plana es la distancia desde el borde.*
- *Este número compara la transferencia de calor convectiva versus difusiva en la vecindad de la superficie del sólido.*
- *Existen diferencias significativas entre convección natural y forzada. Se han desarrollado ecuaciones para ambos casos de transferencia de calor . La convección natural a menudo se llama convección libre.*

Convección Forzada

- *En este caso, el movimiento del fluido es causado por factores externos.*
  - *Flujo en una cañería*
  - *Flujo de aire debido a un ventilador*
  - *Flujo en un estanque debido a un agitador*

- *En convección forzada, es importante conocer el número de Reynolds, para conocer si el flujo es laminar o turbulento.*

- *En convección forzada, el número de Nusselt es una función del número de Reynolds y de Prandtl.*

- *El número de Re toma en cuenta el comportamiento del flujo del fluido y en número de Pr las propiedades del fluido.*

Convección forzada

- *En el caso de una placa isotérmica para flujo laminar:*

$$Nu(x) = \frac{\left(0.332 \cdot k \cdot \Pr^{1/3} \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu \cdot x}}\right) \cdot x}{k} = 0.332 \cdot \Pr^{1/3} \cdot \mathrm{Re}_x^{1/2}$$

- *En el caso de flujo de calor constante desde la placa:*

$$Nu(x) = 0.453 \cdot \Pr^{1/3} \cdot \mathrm{Re}_x^{1/2}$$

- *Siendo el Re:* $$\mathrm{Re}_x = \frac{x \cdot u \cdot \rho}{\mu}$$

Tabla I, Correlaciones de h para convección forzada

Situación	Condición	$Nu=hD/k$; cañería $Nu=hL/k$; placa (prom) $Nu_x=hx/k$; placa (local)
Cañería; Laminar $Re = Du\rho/\mu < 2100$	q = constante T_S = constante	4.36 3.66
Cañeria, ductos no circulares; Turbulento, Re > 4100	$T_S > T_{fluido}$ $T_S < T_{fluido}$	$0.023Re^{0.8}Pr^{0.4}$ $0.023Re^{0.8}Pr^{0.3}$
Placa plana; Laminar ($Re < 3x10^5$)	0.6<Pr<50 q = constante	$0.332Re_x^{0.5}Pr^{1/3}$ $0.453Re_x^{0.5}Pr^{1/3}$
Placa plana; Turbulento ($5x10^5 < Re < 10^8$)	isoT; 0.6<Pr<50 q = constante	$0.0296Re_x^{0.8}Pr^{1/3}$ $0.0308Re_x^{0.8}Pr^{1/3}$

Errores producto de estas aproximaciones pueden llegar a ser de 25%

Convección Forzada

- *Para flujo laminar forzado sobre una placa plana, la siguiente correlación puede aplicarse a un rango amplio de números de Pr:*

$$Nu(x) = \frac{0.3387 \cdot \mathrm{Pr}^{1/3} \cdot \mathrm{Re}_x^{1/2}}{\left[1 + \left(\frac{0.0468}{\mathrm{Pr}}\right)^{2/3}\right]^{1/4}}; \quad \mathrm{Pr} \cdot \mathrm{Re} > 100$$

- *Adicionalmente, esta ecuación también puede ser usada para un amplio rango de fluidos con altos ó bajos números de Pr .*

- *El valor del coeficiente de transferencia de calor desde el borde al punto de localización de interés es igual al doble del valor local.*

Ejemplo 34.

Agua a 20 ºC fluye a 1.0 m/s sobre una placa plana de 1 m de longitud y 1 m de ancho y temperatura superficial de 100 ºC. Calcular el coeficiente de transferencia de calor en el extremo de remolque de la placa y el valor promedio en la longitud total de la placa.

Solución: *Para encontrar los números de Re y Pr se tiene que encontrar primero las propiedades del agua a la temperatura promedio de la película (60 ºC).*

A 60 ºC, el agua tiene las siguientes propiedades: k = 0,651 W/m ºC, $\nu = 4{,}9 * 10^{-7}$ m^2/s y Pr = 3,08. Para determinar si el flujo es laminar se tiene que calcular el número de Re.

$$\mathrm{Re}_L = \frac{u * L}{\nu} = \frac{1{,}0\,\frac{m}{s} * 1{,}0 m}{4{,}9 * 10^{-7}\,\frac{m^2}{s}} = 2{,}04 * 10^6$$

Convección Forzada

*El Re está sobre la región de transición a turbulento 3*10^5^, el flujo cambia de laminar a turbulento en el camino sobre la placa. El número de Nu en el extremo de la placa es:*

$$Nu(L) = 0{,}0296 * \mathrm{Re}^{0{,}8} * \mathrm{Pr}^{1/3} = 0{,}0296 * (2{,}04 * 10^{6})^{0{,}8} * 3{,}08^{1/3} = 4804$$

que da un coeficiente de transferencia de calor local de 3128 W/m²K.

El número promedio de Un puede ser estimado como:

$$Nu\,(prom) = \frac{hL}{k} = (0{,}337 * \mathrm{Re}_L^{0{,}8} - 871) * \mathrm{Pr}^{1/3} = 4741$$

que da un coeficiente promedio de transferencia de calor de 3086 W/m²K

Convección Forzada

- *Para ductos rectangulares y flujo laminar las siguientes correlaciones pueden ser usadas:*

  - *Flujo de calor constante* $$Nu = 3.0 + 0.58\frac{W}{H}$$
  - *Temperatura constante* $$Nu = 2.6 + 0.43\frac{W}{H}$$

Con Nu:

$$Nu = \frac{hD_e}{k} = \frac{h\dfrac{2HW}{H+W}}{k}$$

y razones de W/H *entre 1 y 4.* W *= ancho y* H *= alto del ducto*

Metales líquidos

- *Las correlaciones desarrolladas de coeficientes de transferencia de calor para fluidos a baja temperatura no pueden aplicarse a metales líquidos.*
- *Los metales líquidos, tienden a tener muy bajos números de Pr debido a sus altas conductividades térmicas.*
- *Las matas (sulfuros fundidos) y sales fundidas (NaCl, AgCl,…) tienen números de Pr que no son diferentes a los del aire (0,72) y del agua (6,76).*
- *En el caso de escorias (mezclas de óxidos de metales fundidos) tienen altos números de Pr debido a sus altas viscosidades.*
- *Para escorias los coeficientes de transferencia de calor son muy similares a fluidos viscosos como aceite, glicerina y polímeros fundidos.*

Metales líquidos

- *Para flujo en cañerías con un flujo de calor constante se propone la siguiente ecuación para metales líquidos:*

$$Nu = 4.82 + 0.0185 \cdot (\mathrm{Pr} \cdot \mathrm{Re})^{0.827}$$

- *Esta correlación es válida para flujo turbulento con Re hasta 10^6 y 100 < Pr*Re < 10000.*

- *Bajo condiciones de temperatura de pared constante se puede usar la ecuación:*

$$Nu = 5.0 + 0.025 \cdot (\mathrm{Pr} \cdot \mathrm{Re})^{0.8}$$

- *La cual es válida para Re*Pr > 100 y L/D > 60. Para flujo laminar en cañerías Nu $\approx$ 4,4.*

- *Por la alta conductividad térmica de los metales líquidos el número de Nu no aumenta significativamente con el incremento de la velocidad*

Metales líquidos

Tabla II. Propiedades de fluidos metalúrgicos sobre su punto de fusión

Fluido	T ºC	ρ kg/m^3	μ mPa*s	C_p kJ/kgK	k W/mK	Pr = $\mu C_p/k$
Plomo	371	10500	2,4	0,159	16,1	0,023
Magnesio	650	1500	1,25	1,34	78	0,021
Aluminio	660	2382	1,5	1,09	104	0,016
Cobre	1085	8000	4,3	0,494	134	0,016
Hierro	1536	7030	7,0	0,717	30,5	0,16
Níquel	1453	7900	4,7	0,556	50	0,052
Mata (Cu_2S,FeS,Ni_3S_2)	1200	5500	2,0	0,50	2,0	0,5
Criolita (Na_3AlF_6)	1000	2100	3,0	1,88	0,5	4,5
Fayalita (Fe_2SiO_4)	1250	3800	600*	0,90	1	550

La viscosidad de las escorias fayalíticas es fuertemente dependiente de la composición y la temperatura

Metales líquidos

Ejemplo 35.

Calcular usando la ecuación siguiente (donde corresponda) y la Tabla I, los coeficientes de transferencia de calor para fluidos metalúrgicos que se sangran a una velocidad de 1 m/s por un orificio de sangrado de 5 cm de diámetro interior.

$$Nu = 4.82 + 0.0185 \cdot (\mathrm{Pr} \cdot \mathrm{Re})^{0.827}$$

Solución:

Los resultados se muestran en la Tabla III.

Para hierro, mata y escoria fayalítica la ecuación precedente no es aplicable

Ingeniería de Minas
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Metales líquidos

Tabla III. Coeficientes de transferencia de calor para fluidos sangrados a 1 m/s por un orificio de 5 cm diámetro

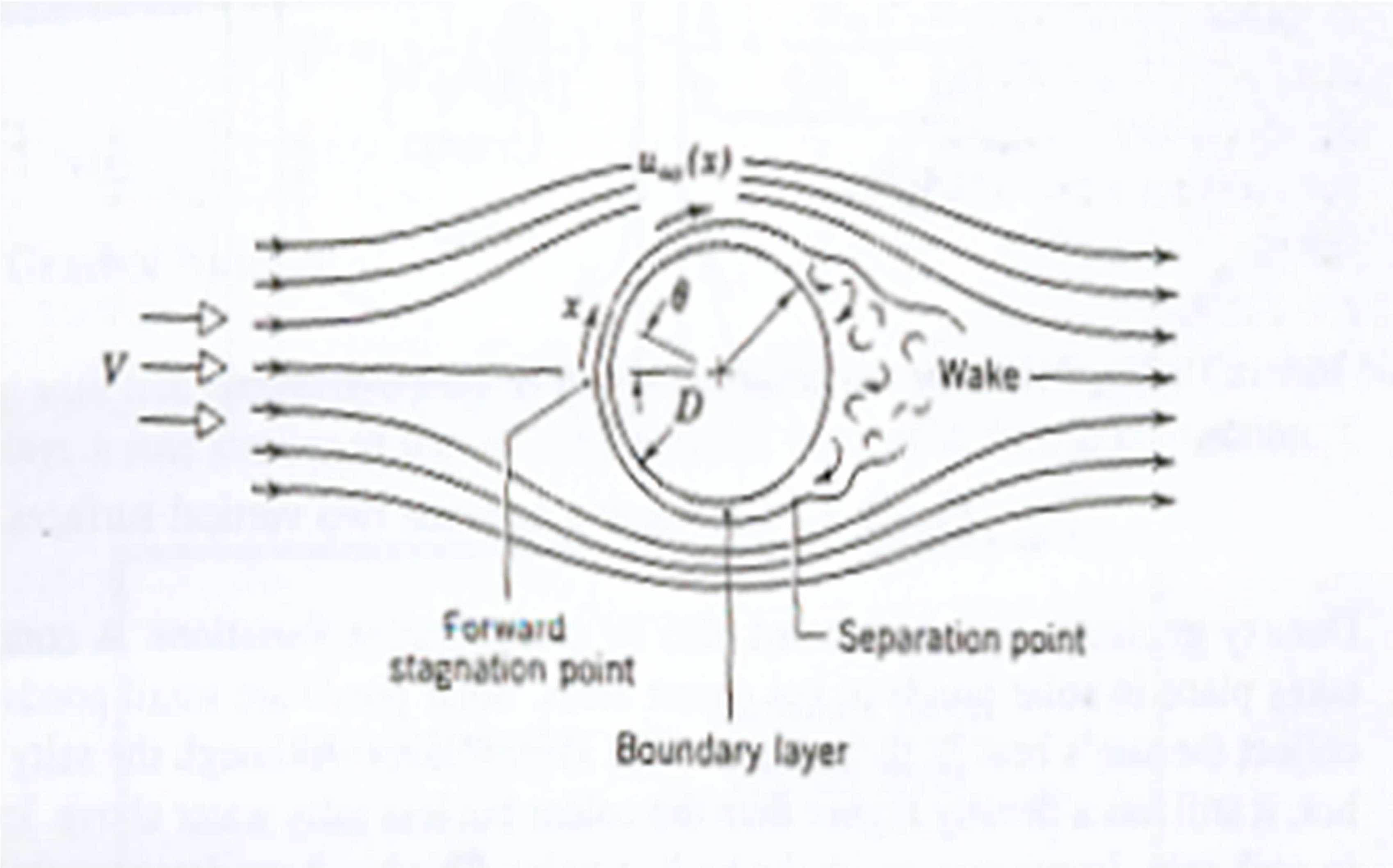
Fluido	k W/mK	Pr = $\mu C_p/k$	Re $uD\rho/\mu$	Nu = hD/k	h W/m²K
Plomo	16,1	0,023	219000	23,6	7600
Magnesio	78	0,021	60000	11,6	18000
Aluminio	104	0,016	79400	11,5	24000
Cobre	134	0,016	93000	12,3	33000
Níquel	50	0,052	84200	22,7	22700
Hierro	30,5	0,16	50200	3,0	1830
Mata	2,0	0,5	138000	6,9	276
Fayalita	0,5	550	320	4,36	87

Metales líquidos

Existe una gran incerteza asociada con la ecuaciones cuando se aplican a fluidos a alta temperatura. Ello es debido a:

- *Son más densos que la mayoría de los fluidos a temperatura ambiente,*
- *Tienen una alta conductividad térmica,*
- *Pueden ser más viscosos.*
- *Para los metales el flujo es turbulento mientras que para la escoria es laminar.*
- *Los metales tienen altos coeficientes de transferencia de calor lo que induce a extremos requerimientos de enfriamiento de los orificios de sangrado.*

Flujo forzado a través de cilindros y esferas



Separación de flujo alrededor de un cilindro en sección transversal

Flujo forzado a través de cilindros y esferas

- *El flujo a través de esferas es complicado por la presencia de vórtices y estelas.*
- *A Re bajo 1 el fluido se adhiere a la superficie mientras que a altos Re el flujo se separa.*
- *Debido al diferente comportamiento del flujo en el frente y lado posterior del cilindro los coeficientes de transferencia de masa y calor también varían.*
- *El coeficiente de transferencia de calor para un flujo seccional sobre un cilindro ó un alambre puede ser estimado mediante la siguiente ecuación:*

$$Nu(x) = 0.3 + \frac{0.62 \cdot \Pr^{1/3} \cdot \mathrm{Re}^{1/2}}{\left[1 + \left(\frac{0.4}{\Pr}\right)^{2/3}\right]^{1/4}} \cdot \left[1 + \left(\frac{\mathrm{Re}}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

- *La cual es válida para $10^2 < Re < 10^7$ y $Pr*Re > 0,2$.*

Flujo forzado a través de cilindros y esferas

- *Para esferas cayendo libremente a través de un fluido, la estimación del coeficiente de transferencia de calor se hace a través de la correlación de Ranz-Marshal :*

$$Nu = \frac{hD}{k} = 2 + \mathrm{Pr}^{1/3} \cdot \mathrm{Re}^{1/2}$$

Convección natural (libre)

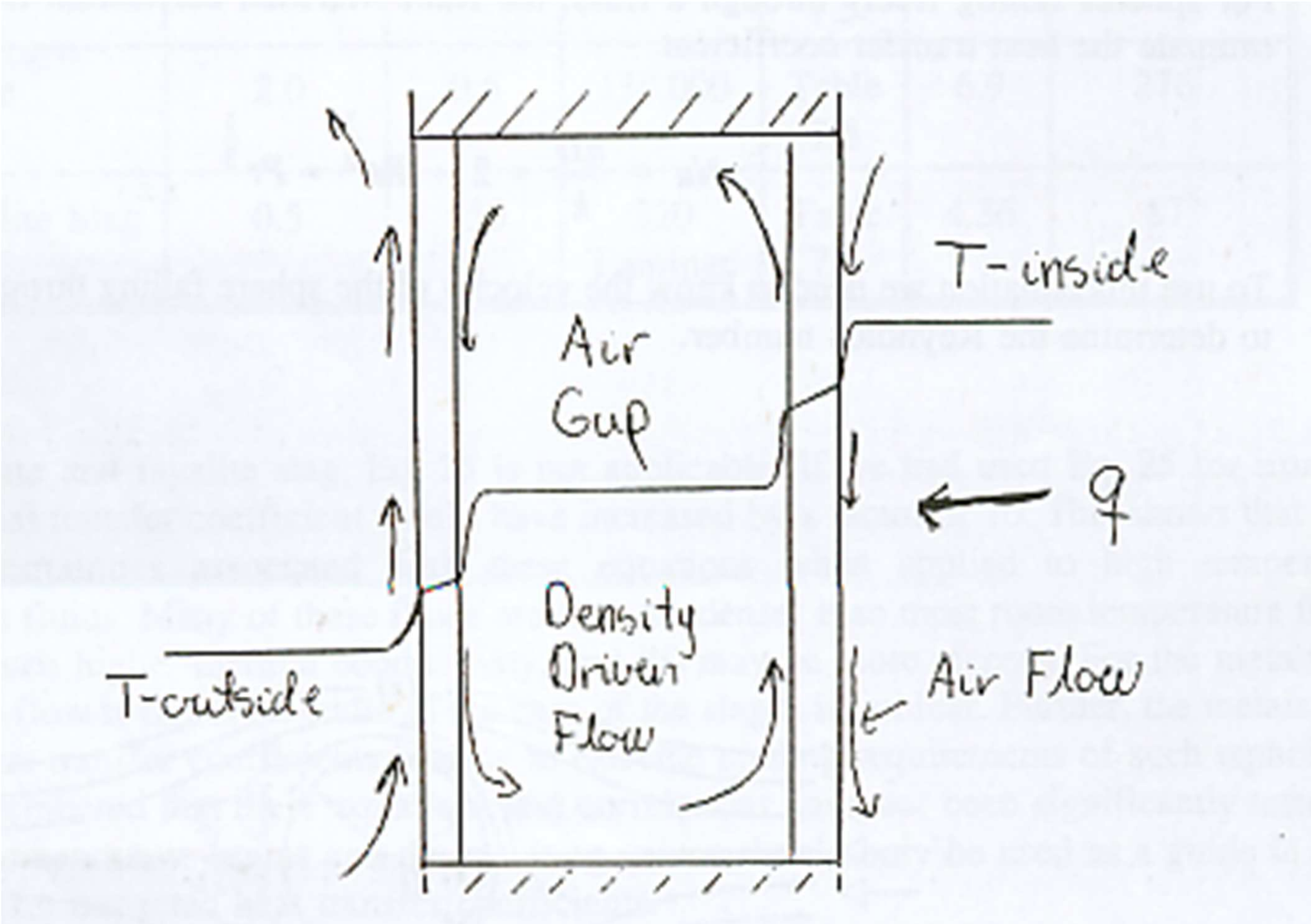
- *La convección libre es debido a la diferencia de densidad dentro de un fluido.*

- *En días calurosos y soleados, la tierra seca se calienta más rápido que el mar, entonces el aire sobre la tierra se calienta más que sobre el mar. Ya que el aire caliente es más ligero que el aire frío, el aire sobre la tierra comienza a elevarse y una brisa fría del mar comienza a reemplazar el aire que se eleva. Durante la noche el efecto se invierte.*

- *La figura siguiente muestra el flujo convectivo de aire asociado a una ventana de doble vidrio. La temperatura del aire exterior es mas frio que el aire interior. Las flechas indican el movimiento del aire.*

- *La transferencia de calor asociada con la convección natural es mas lenta que convección forzada, pero no menos importante. Aparatos eléctricos con transformadores y rectificadores son enfriados por convección libre.*

Convección natural (libre)



Convección entre dos superficies verticales

Convección natural (libre)
Coeficientes de composición expansión térmica

- *Para evaluar la fuerza direccional del flujo convectivo se debe conocer como varia la densidad con la temperatura. Esto se encuentra mediante el coeficiente de expansión térmica volumétrica:*

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{d\rho}{dT}\right)_p \approx -\frac{1}{\rho} * \frac{\rho_\infty - \rho}{T_\infty - T}$$

- *Para un gas ideal, el coeficiente de expansión es:*

$$\beta = -\frac{1}{\frac{MP}{RT}} * \frac{d}{dT}\left(\frac{MP}{RT}\right) = -T * \frac{d}{dT}\left(\frac{1}{T}\right) = \frac{1}{T(K)}$$

- *Donde, M es la masa molecular del gas. La diferencia de densidad entre el fluido adyacente a la pared con una temperatura T, y aquella en el seno del fluido (T_∞) esta dada por:*

$$\Delta\rho = (\rho_\infty - \rho) = \rho\beta(T - T_\infty)$$

- *El coeficiente de cambio en densidad por variación de la composición es:*

$$\beta' = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{d\rho}{d[A]}\right) \approx -\frac{1}{\rho} * \frac{\rho_\infty - \rho}{[A]_\infty - [A]}$$

Convección natural (libre) - Número de Grashof

- *Cuando se trabaja con flujo convectivo libre, se encontró útil definir el número de Grashof (Gr) que juega un rol similar al número de Re en convección forzada:*

$$Número \quad de \; Grashof \quad = \frac{fuerza \quad flotación}{fuerza \quad viscoza}$$

- *Para flujo de flotación térmicamente inducido el número de Gr se define como:*

$$Gr_T = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}$$

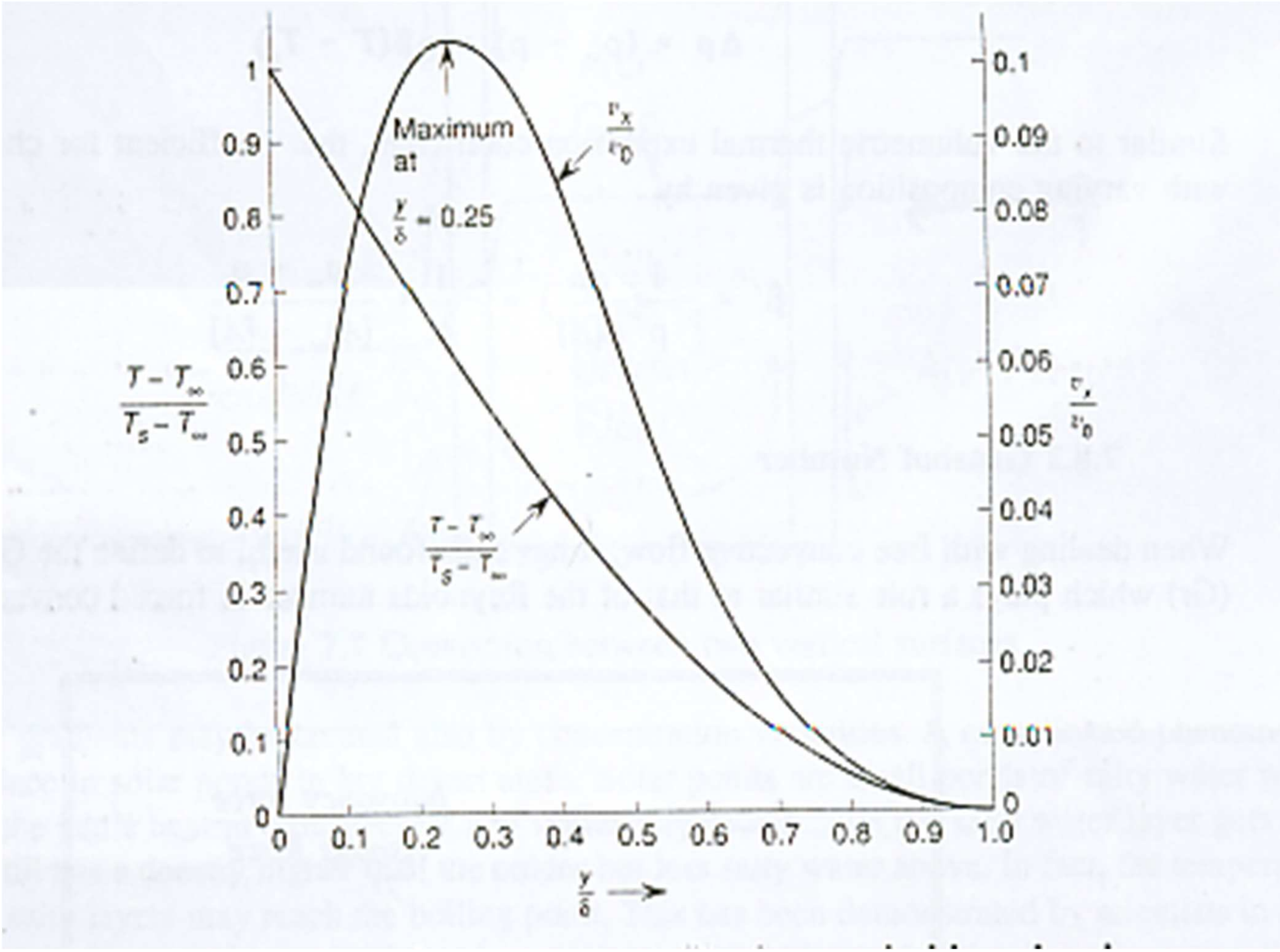
- *Para flujo de flotación inducido por gradientes de concentración Gr se define según:*

$$Gr_m = \frac{g\beta'([A]_s - [A]_\infty)L^3}{\nu^2}$$

- *En muchas situaciones industriales ambas convecciones ocurren simultáneamente. Donde $Gr/Re^2 << 1$ la convección natural se puede ignorar. Cuando la razón es cerca de 1, ambas juegan un rol importante, pero cuando la razón es mucho mayor de 1 sólo la convección libre debe ser considerada.*

Ingeniería de Minas
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Convección natural (libre) - Flujo laminar



Perfiles de velocidad y temperatura en una capa límite vertical

Convección natural (libre) - Flujo laminar

- *El flujo se inicia en el fondo de la placa por lo que la capa límite crece de cero desde el borde de la placa, y esto alcanza el máximo en el tope de la placa.*
- *El número de Nu local para flujo laminar esta dado por:*

$$Nu(x) = \frac{hx}{k} = \frac{0,467 * \Pr^{1/2} *\wedge Gr_T^{1/4}}{(\Pr + 0,556)^{1/4}}$$

- *El coeficiente de transferencia de calor puede ser encontrado por integración del valor local x = 0 a x = L y dividiendo por L, se llega a:*

$$Nu(L) = \frac{0,623 * \Pr^{1/2} * Gr_T^{1/4}}{(\Pr + 0,556)^{1/4}}$$

- *Para aire a temperatura moderada y 1 atm, Pr = 0,714, los valores del coeficiente de transferencia de calor , local y promedio son:*
- *Aire:* $$h(x) = 1,07 * (\frac{\Delta T}{x})^{1/4} \quad y \quad h(L) = 1,4 * (\frac{\Delta T}{L})^{1/4}$$

Convección natural (libre) - Flujo laminar

- *Para convección libre se ha definido la siguiente ecuación empírica:*

$$Nu\,(L) = \frac{hL}{k} = a\,(Gr\ *\ \mathrm{Pr})^{\,m}$$

- *Para convección natural de agua a temperatura ambiente a través de placas verticales y cilindros , el coeficiente de transferencia de calor está dado por:*

$$h_{agua} = 127 * (\Delta T / L)^{1/4}$$

- *Donde L es la distancia vertical de la placa ó cilindro. ΔT es la diferencia entre la placa ó cilindro y el agua.*

Convección natural (libre) - Flujo laminar

- *Tabla IV. Convección natural de varias superficies . El coeficiente de transferencia de calor de aire se aplica para aire a 1 atm y temperaturas entre 0 y 200 ºC(*)*

Geometría / Sistema	Gr*Pr	a	m	Aire: h_{prom} ($W/m^2\ K$)	
Planos verticales y cilindros Dimensión vertical	$10^4 – 10^9$ $> 10^9$	0,59 0,10	¼ 1/3	$1,4(\Delta T/L)^{1/4}$ $1,3(\Delta T)^{1/8}$	Laminar Turbulento
Cilindros horizontales (D< 0,20 m)	$10^4 – 10^9$ $10^9 - 10^{12}$	0,53 0,13	¼ 1/3	$1,3(\Delta T/L)^{1/4}$ $1,2(\Delta T)^{1/8}$	Laminar Turbulento
Superficie caliente arriba ó superficie fría abajo	$10^5 – 10^7$ $10^7 - 10^{10}$	0,54 0,14	¼ 1/3	$1,3(\Delta T/L)^{1/4}$ $1,5(\Delta T)^{1/8}$	Laminar Turbulento
Superficie caliente abajo o superficie fría arriba	$10^5 – 10^{11}$	0,27	1/4	$0,59(\Delta T/L)^{1/4}$	

- ** Cálculos basados en la penúltima ecuación precedente*

Convección natural (libre) - Flujo laminar

- ***Ejemplo 36***

  Estimar: a) el coeficiente de transferencia de calor y b) las pérdidas de calor de una placa vertical de 0,25 m de altura y 0,25 m de ancho, cuando la superficie de la placa esta a 70 ºC y el aire ambiente es de 25 ºC.

  Solución:

  En este problema se debe encontrar a) las propiedades correctas del aire y b) usar las correlaciones de convección natural de calor para encontrar el coeficiente de transferencia de calor y luego las pérdidas de calor. La temperatura promedio de la película de aire es 47,5 ºC, A esta temperatura el aire tiene las siguientes propiedades:

  β *= 1/T = 0,00312* K^{-1} *,* ν *= 1,8**10^{-5} m^2/s*, y Pr = 0,7. El número Gr es entonces:*

$$Gr = \frac{g\beta(T_s - T_{aire})L^3}{\nu^2} = \frac{9{,}8 * 0{,}00312 * (70 - 25) * 0{,}25^3}{(1{,}8 * 10^{-5})^2} = 6{,}67 * 10^7$$

Convección natural (libre) - Flujo laminar

.y $$Gr * \Pr = 6{,}64 * 10^{7} * 0{,}7 = 4{,}65 * 10^{7}$$

De la Tabla I se tiene:

$$h = \frac{0{,}59\,(Gr * \Pr)^{1/4}}{L} = \frac{0{,}59\,(4{,}65 * 10^{7})^{1/4}}{0{,}25} = 5{,}3\,\frac{W}{m^{2}K}$$

Las pérdidas de calor de un lado placa son entonces:

$$h_{agua} = 127 * (\Delta T / L)^{1/4}$$

$$q = h * L * W * (T_s - T_{aire}) = 5{,}3 * (0{,}25)^{2} * 45W = 15\,W$$

Usando la ecuación simplificada de la Tabla IV : h = 1,4(ΔT/L) para el coeficiente de transferencia de calor se obtiene un valor de 5,1 W/m²K que es cercano al valor calculado más arriba.