Ingeniería de Minas
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

FENÓMENOS DE TRASPORTE EN METALURGIA EXTRACTIVA

Clase 03/06

Transporte de Calor

Prof. Leandro Voisin A, MSc., Dr.

Académico – Universidad de Chile.
Jefe del Laboratorio de Pirometalurgia.
Investigador Senior - Tohoku University, Japan.

Transporte de energía

Generalidades:

- ✓ *Transporte molecular de energía:*

  Conducción térmica, mecanismo básico es el movimiento molecular del medio. Actúa tanto en sólidos como en fluidos.

- ✓ *Transporte convectivo de energía:*

  Ocurre debido al movimiento del seno del fluido.

- ✓ *Transporte radiativo:*

  No requiere un medio material de transporte.

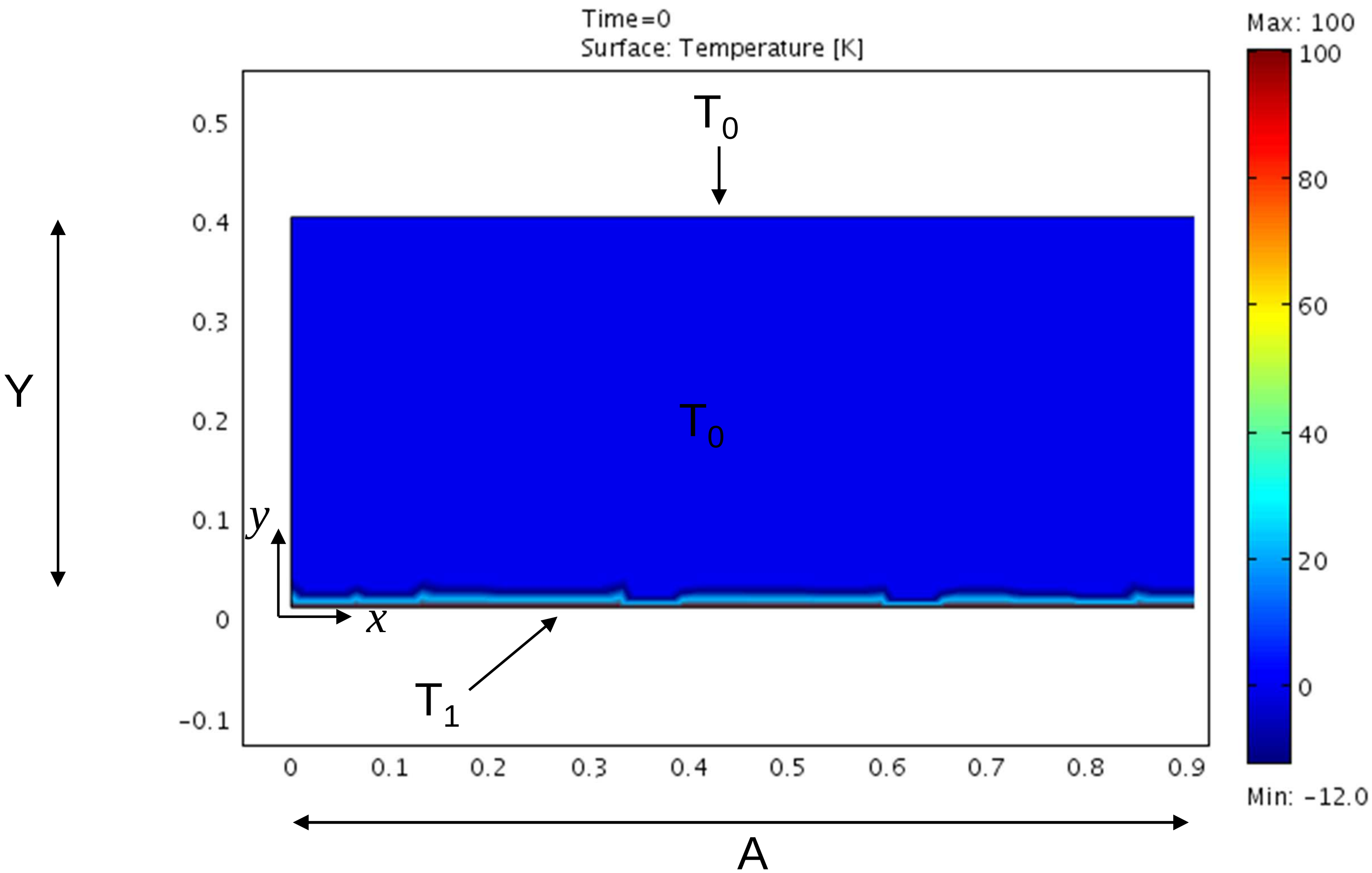
Transporte molecular de energía

Generalidades:

- ✓ *La conductividad térmica involucra el movimiento y vibraciones de moléculas o átomos.*
- ✓ *Cuando una sustancia se calienta, sus moléculas o átomos comenzarán a vibrar más intensamente, lo que se traduce en una mayor interacción y transferencia de energía interna.*
- ✓ *Cada vez que exista una diferencia de temperatura, ocurre conductividad térmica.*
- ✓ *La propiedad que define la velocidad a la cual este fenómeno ocurre se conoce como conductividad.*
- ✓ *Ante la presencia de un gradiente de Temperatura, la energía fluirá desde la zona caliente hacia la zona fría.*

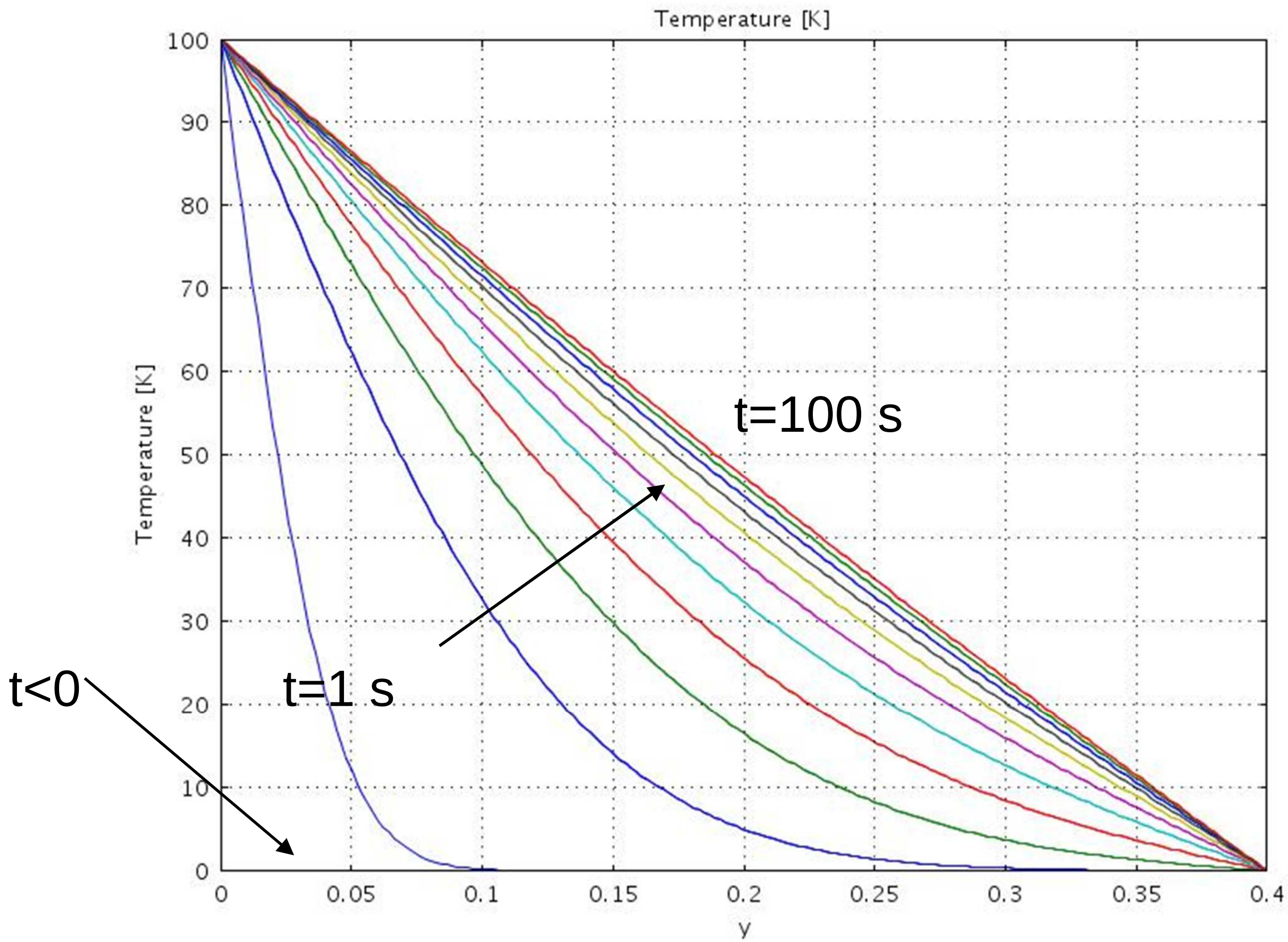
1era Ley de Fourier

Consideremos la siguiente situación:



1^{era} Ley de Fourier

El perfil de Temperaturas a lo largo de la dirección "y" en función del tiempo:



Ingeniería de Minas
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

1era Ley de Fourier

En estado estacionario, un flujo constante de calor q [W] es necesario para mantener la diferencia de temperatura ΔT [K].

$$\frac{q}{A} = k\frac{\Delta T}{y}$$

y en forma diferencial:

$$q_y = -k\frac{dT}{dy} \longrightarrow$$

Forma 1D de la Ley de Conducción de Calor de Fourier.

Si la temperatura varía en las tres direcciones, entonces se puede escribir:

$$q_x = -k\frac{dT}{dx} \qquad q_y = -k\frac{dT}{dy} \qquad q_z = -k\frac{dT}{dz}$$

En forma vectorial:

$$q = -k\nabla T$$

Rangos de conductividad térmica

Rangos típicos de conductividad térmica, k, para varios grupos de materiales

Materiales	*Rango de conductividad térmica (W/m·K)*
Gases	*0.02 – 0.1*
Sólidos aislantes	*0.002 – 1.0*
Líquidos no-metálicos	*0.1 – 1.0*
Refractarios	*0.5 – 5.0*
Metales líquidos y sólidos	*10 – 500*

Conductividad térmica, k

Ejemplo 13:

Calcule el flujo de calor a través de una capa L de 1 cm de espesor para una diferencia de temperatura de 10 K, considerando los siguientes materiales: 1) Cu, 2) Fe, 3) vidrio, 4) madera, 5) ladrillo, 6) aislante típico residencial, 7) agua, y 8) aire.

Ejemplo 13, Solución:

Considerando estado estacionario, transferencia de calor uni direccional y conductividad térmica constante, el flujo de calor esta dado por:

$$q = k\frac{\Delta T}{L} = k\left(\frac{W}{m \cdot K}\right)\frac{10K}{0.01m} = 1000 \cdot k\left(\frac{W}{m^2}\right) = k\left(\frac{kW}{m^2}\right)$$

Ejemplo 13, Solución:

Conductividad térmica, k, de varios materiales y flujo de calor a través de una capa de 1 cm de espesor del mismo material considerando una diferencia de temperatura de 10 K

Material	$k\ [W/(m \cdot K)]$	$q\ [kW/m^2]$
Cobre	388	388
Fierro	62	62
Vidrio	1.2	12
Madera	0.17	0.17
Ladrillo	0.8	0.8
Aislante	0.1	0.1
Agua	0.62	0.62
Aire	0.025	0.025

Conductividad térmica, k

Ejemplo 14:

Un cooler de picnic fabricado en styrofoam se llena con 3 kg de hielo para mantener las bebidas y los alimentos fríos. Las dimensiones del cooler son 60 cm de largo, 35 cm de ancho y 50 cm de alto y su espesor es 2,5 cm.

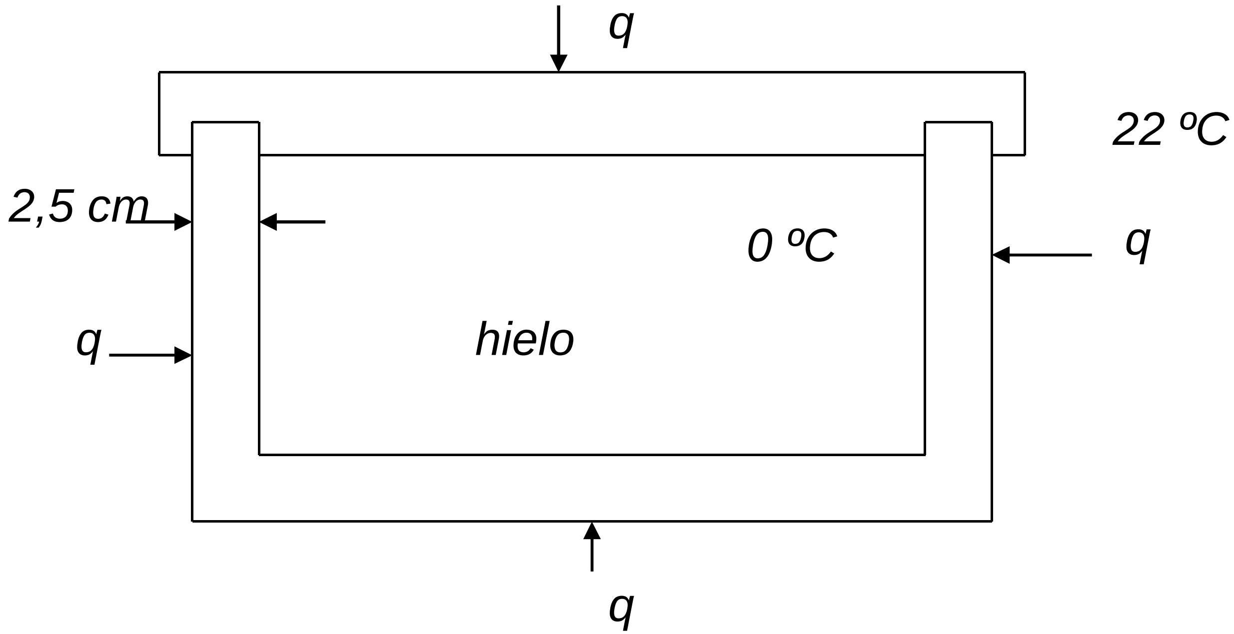
$$k_{styrofoam} = 0.035\ W/mK,\ \Delta H_{f,hielo} = 334\ kJ.$$

Asumiendo que el hielo y su contenido están inicialmente a 0 ºC, la temperatura de la pared interior del cooler también a 0 ºC y la temperatura exterior de 22 ºC.

¿Cuánto tardará todo el hielo en fundirse?

Conductividad térmica, k

Ejemplo 14, Solución:



fusión de hielo al interior de un cooler

Para resolver este problema se debe encontrar cuanto tiempo se necesita para que la energía total transferida a través de las paredes del cooler sea igual a aquella requerida para fundir el hielo.

Conductividad térmica, k

Ejemplo 14, Solución:

$$E_{f,hielo} = m_{hielo} \cdot \Delta H_{f,hielo} = Q$$

$$3 \cdot \Delta H_{f,hielo} = A \cdot k \cdot \frac{\Delta T}{L} \cdot t$$

donde:

A	- *área total superficial del cooler,*
L	- *espesor del styrofoam,*
k	- *conductividad térmica del styrofoam*
ΔT	- *diferencia de temperatura entre los medios ext. e int.*
t	- *tiempo requerido de transferencia de calor.*

Ejemplo 14, Solución:

El área superficial total del cooler es aproximadamente 1.37 m^2. resolviendo entonces para t:

$$t = \frac{3 \cdot \Delta H_{f,hielo} \cdot L}{A \cdot k \cdot \Delta T}$$

$$t = \frac{3 \cdot 334000 \cdot 0.025}{1.37 \cdot 0.035 \cdot 22} = 23700s$$

lo cual es equivalente a 6,6 horas

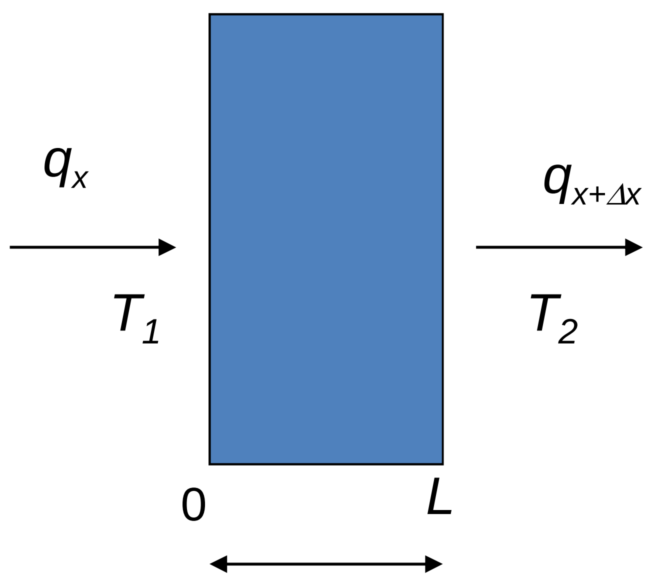
Difusión térmica unidireccional

Se desea encontrar una expresión para calcular la temperatura dentro de una placa de espesor L en estado estacionario, suponiendo que la transferencia de calor ocurre sólo en la dirección x. Conductividad térmica, conocida k.

Condiciones de borde:

en $x = 0$, $T = T_1$

en $x = L$, $T = T_2$



$$q_x = q_{x+\Delta x} = \left(q_x + \frac{dq}{dx} \Delta x \right)$$

En estado estacionario no hay acumulación de calor (dT/dt = 0) y el flujo de calor que entra (q) en la ubicación x debe ser igual al que sale en $x+\Delta x$

Difusión térmica unidireccional

Por lo tanto e Introduciendo la expresión de la Ley de Fourier::

$$\frac{dq_x}{dx} = 0 \qquad \Rightarrow \frac{d}{dx}\left(-k\frac{dT}{dx}\right) = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = C_1$$

donde:

C_1 *es la constante de integración. Una posterior integración conduce a:* $T(x) = C_1 \cdot x + C_2$; $0 \leq x \leq L$, C_2 *es la constante de la segunda integración. Introduciendo las condiciones de borde:*

Difusión térmica unidireccional

$$T(x) = \left(\frac{T_2 - T_1}{L} \right) \cdot x + T_1 \qquad\qquad 0 \leq x \leq L$$

$$q\left(\frac{W}{m^2} \right) = -k\,\frac{dT}{dx} = k\,\frac{T_1 - T_2}{L}$$

Es interesante notar que la temperatura es independiente de la conductividad térmica mientras que el flujo de calor es directamente proporcional a ella.

Conductividad térmica de gases

La conducción de energía en una fase gaseosa es primariamente por transferencia de traslación de molécula a molécula por el movimiento y colisión de las más rápidas a las más lentas

Para gases monoatómicos a baja densidad, se puede aplicar la teoría cinética de los gases de Chapman-Enskog:

$$k\left(\frac{cal}{cm\cdot s\cdot K}\right)=1.9891\cdot 10^{-4}\,\frac{\sqrt{T(K)/M(g/mol)}}{\sigma\left(\mathring{A}\right)^{2}\Omega_k}$$

Ref. *Tablas B1 y B2 de Bird, et al.*

Ejemplo 15

Calcular la conductividad térmica del Ne a 1 atm. y 373.2 K

Ejemplo 15, Solución:

$$\sigma = 2.789\left[\overset{\circ}{\mathrm{A}}\right] \qquad \varepsilon/\kappa = 35.7[\mathrm{K}] \qquad M = 20.18\left[\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}\right] \qquad \Omega_k = 0.821$$

$$k\left[\frac{\mathrm{cal}}{\mathrm{cm}\cdot\mathrm{s}\cdot\mathrm{K}}\right] = 1.9891\cdot 10^{-4}\,\frac{\sqrt{373.2/20.18}}{2.789^2\,0.821}$$

$$k\left[\frac{\mathrm{cal}}{\mathrm{cm}\cdot\mathrm{s}\cdot\mathrm{K}}\right] = 1.338\cdot 10^{-4}$$

Conductividad térmica de gases

Para gases poli-atómicos Eucken desarrolló una ecuación a presión normal:

$$k = \mu\left(C_p + \frac{1.25R}{M}\right)$$

donde: M es el peso molecular y Cp la capacidad de calor a presión constante.

En el caso de mezcla de gases se puede estimar la conductividad mediante la formula:

$$k_{mix} = \frac{\sum x_i k_i M_i^{1/3}}{\sum x_i M_i^{1/3}}$$

donde: x_i *es la fracción molar del componente i que tiene un peso molecular* M_i *y una conductividad térmica intrínseca* k_i.

Dependencia de k con la T° y la P°

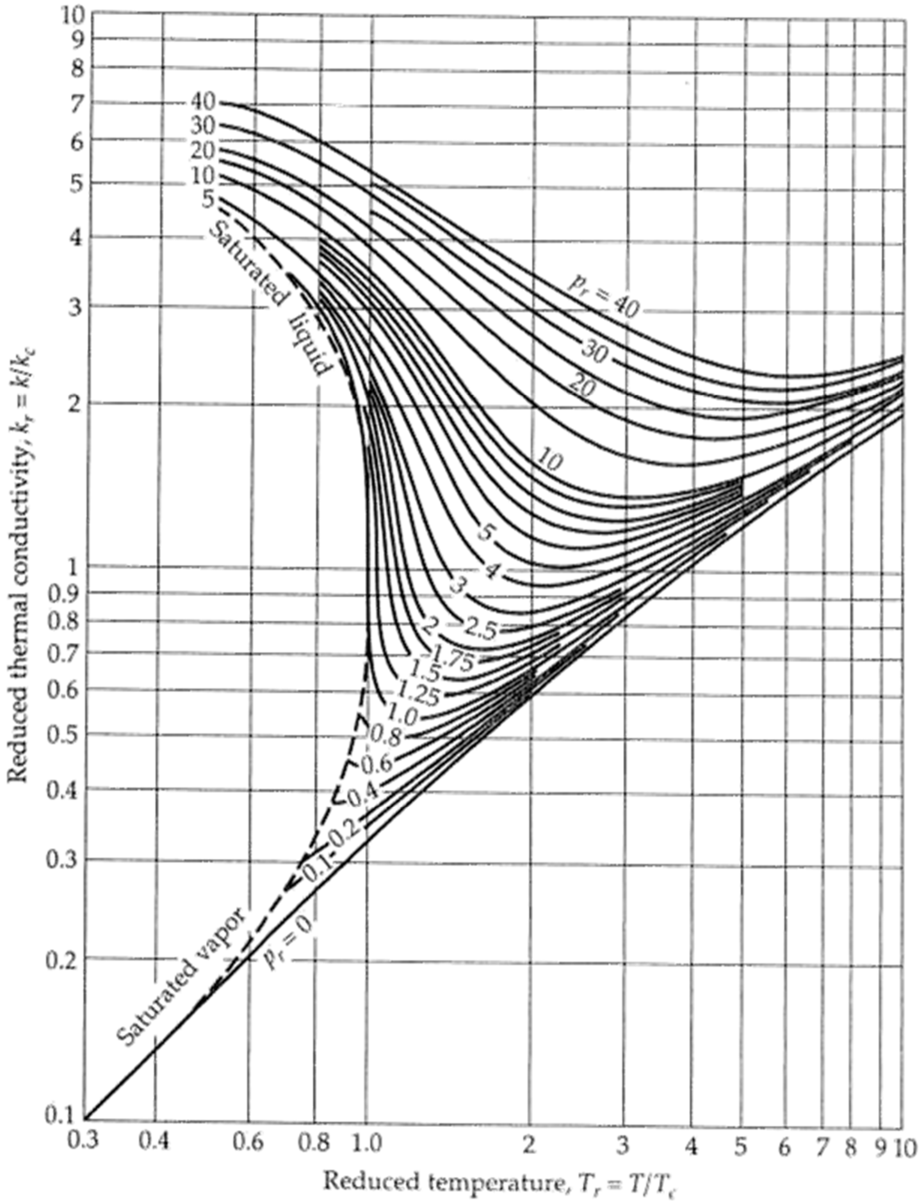
Cuando no se conoce el valor de la conductividad para un material en particular bajo ciertas condiciones, se puede utilizar el gráfico de estados correspondientes.

$$k_r = \frac{k}{k_c} \longrightarrow \text{Conductividad Térmica Reducida}$$

$$T_r = \frac{T}{T_c} \longrightarrow \text{Temperatura Reducida}$$

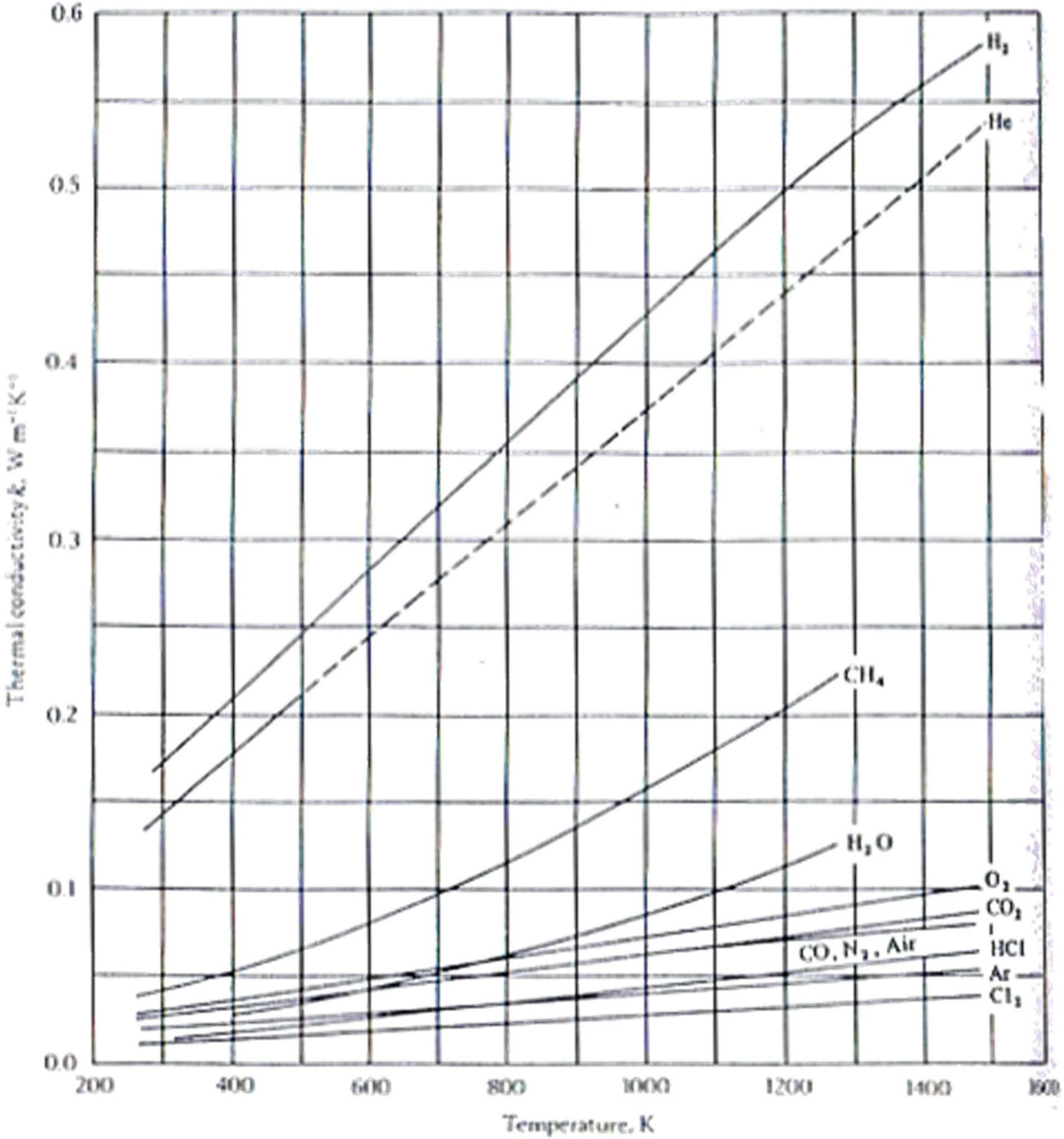
$$p_r = \frac{p}{p_c} \longrightarrow \text{Presión Reducida}$$

Dependencia de k con la T° y la P°



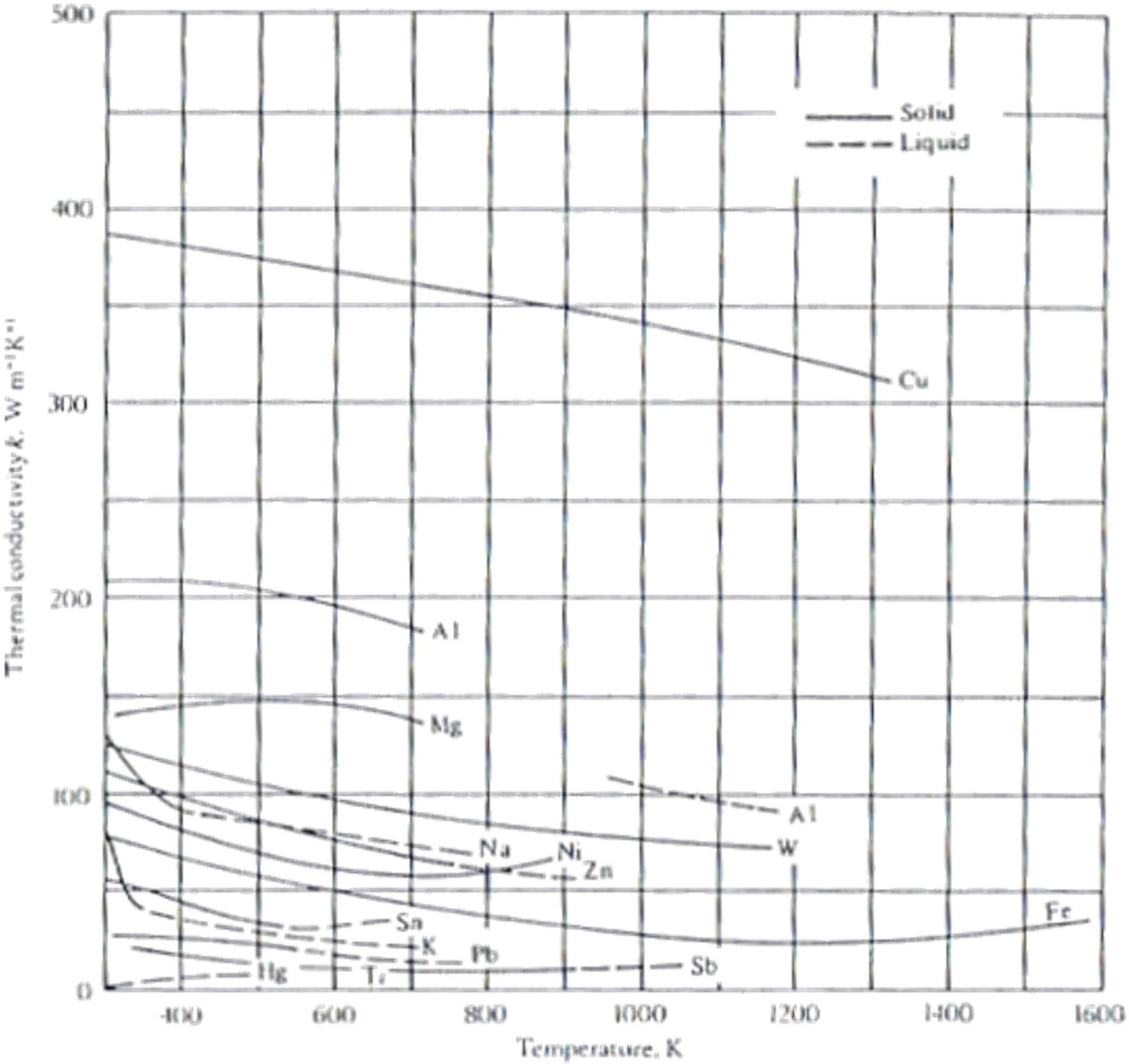
* **Bird, Stewart, Lightfoot**, *"Transport Phenomena", 2ª Edición, Wiley 2001, p. 272*

k v/s T° [K] (gases)



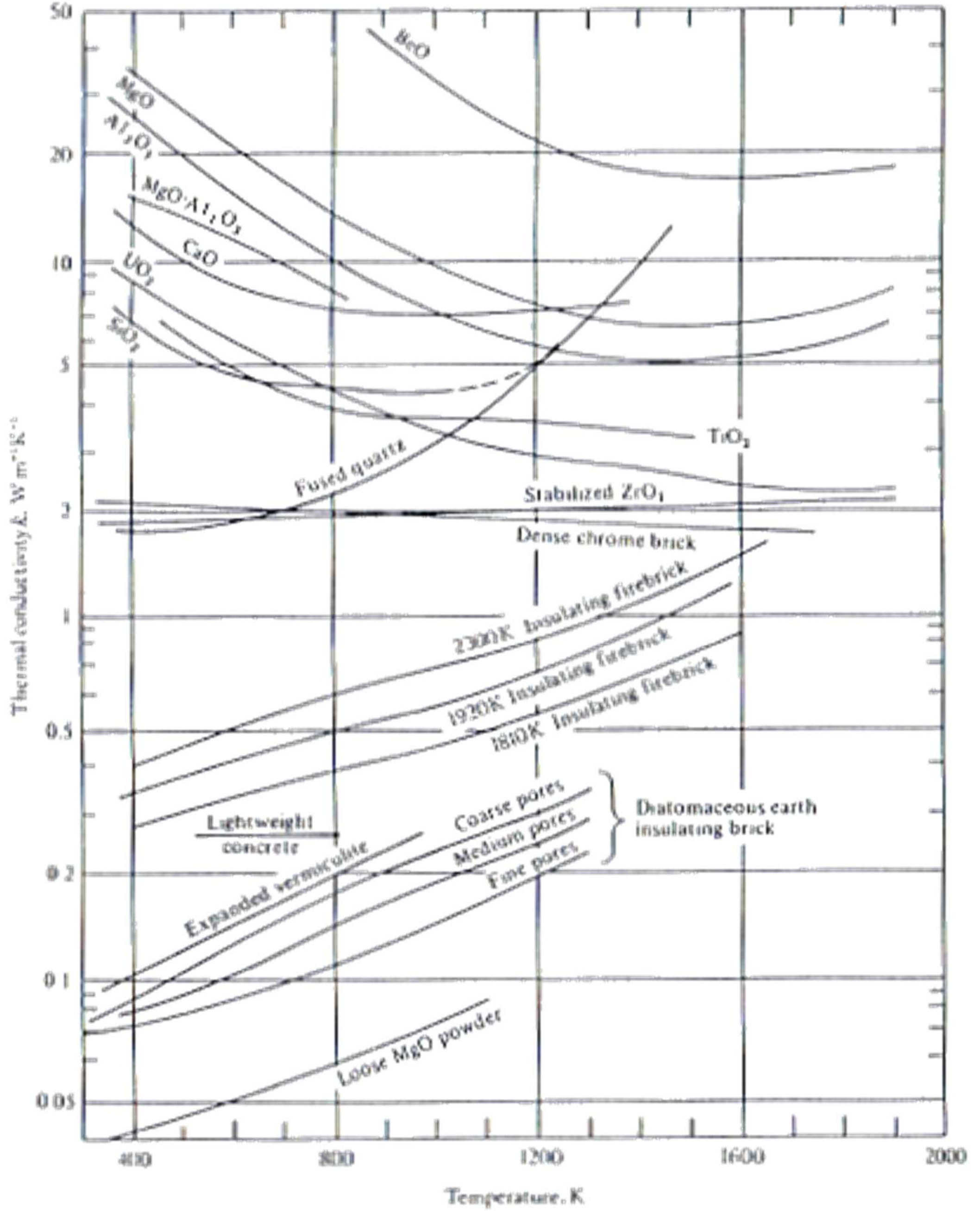
Thermal conductivity of several gases. Data valid for up to 10^6 Pa (approx. 10 atm).

k v/s T(K) para distintos metales (sólidos y líquidos)



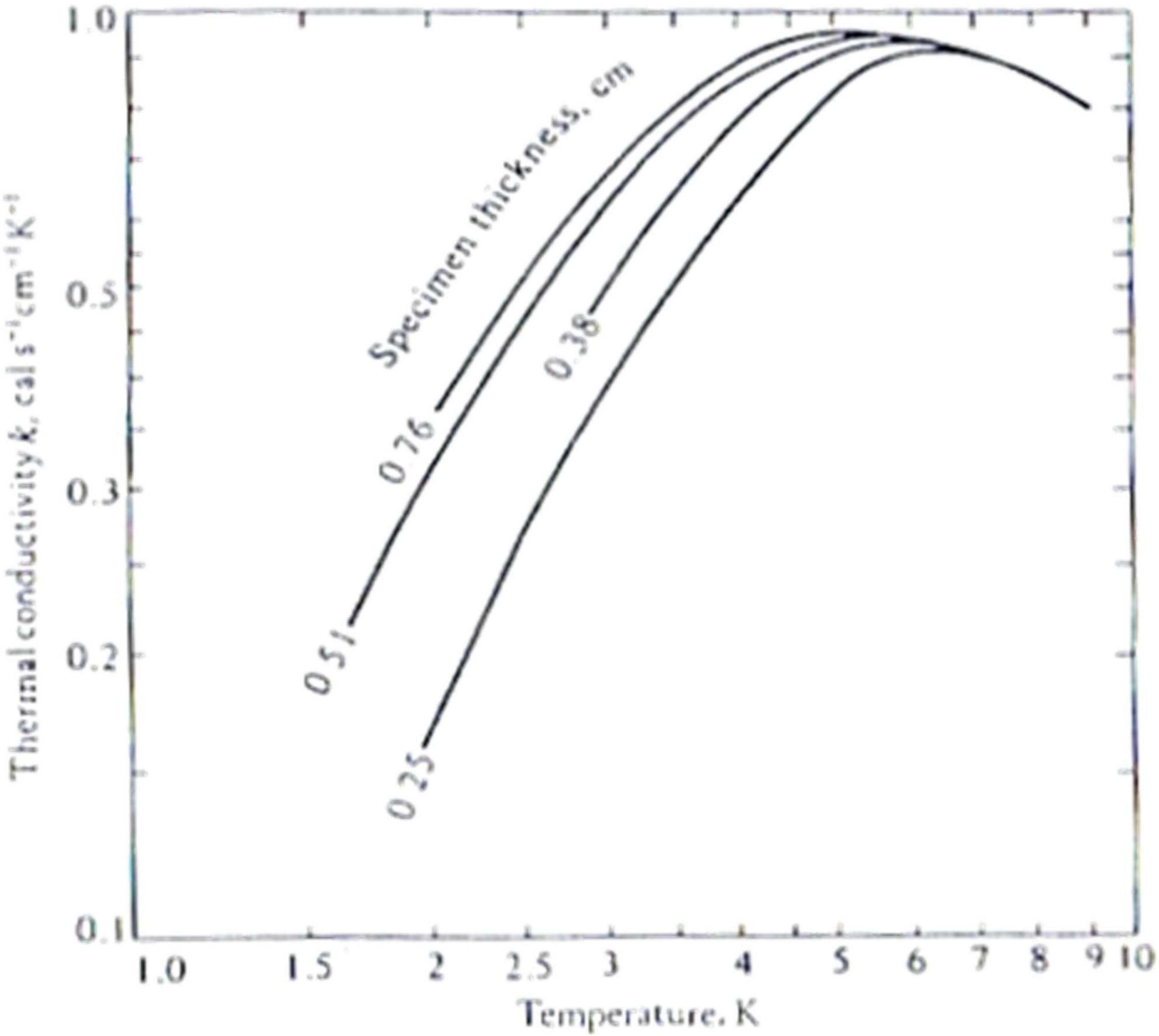
Thermal conductivities of pure, solid, and liquid metals.

k v/s T° [K] (óxidos y materiales aislantes)



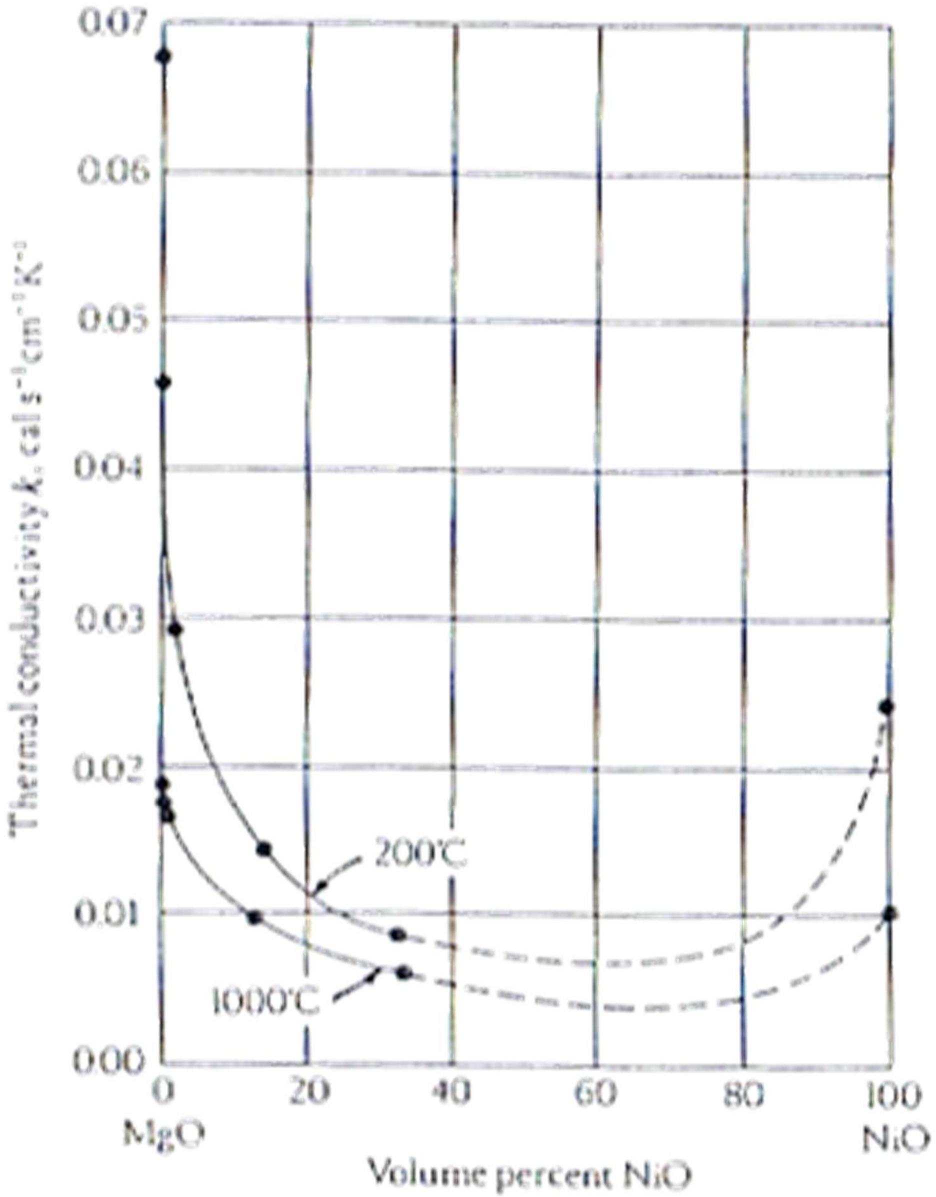
Thermal conductivity of oxides and various insulating materials. (From A. Schack, *Industrial Heat Transfer*, Wiley, New York, NY, 1965, page 189.)

k v/s T(K) para distintos espesores de cristales de KCl



Effect of specimen thickness on thermal conductivity of potassium chloride single crystals. (From W. J. deHaas and T. Biermasz, *Physica* 2, 673 (1935); 4, 752 (1937); 5, 47, 320, and 619 (1938).) Note: 1 cal s^{-1} cm^{-1} K^{-1} = 418.4 W m^{-1} K^{-1}.

k en la solución sólida MgO-NiO a 200 y 1000 ºC



Thermal conductivity in the solid-solution system MgO-NiO. (From Kingery *et al.*, *ibid.*, page 623.) Note: 1 cal s^{-1} cm^{-1} K^{-1} = 418.4 W m^{-1} K^{-1}.

Ejemplo 16

La tasa de pérdida de calor de una persona mientras duerme es cercana a 55 W. Considere que se duerme en un saco de dormir que tiene un área superficial de 3 m^2, un espesor de 5 cm y una aislación, k, de 0,06 W/m^{2}ºC. Para evitar que al interior del saco la temperatura descienda de 22 ºC,

¿Cuál sería la mínima temperatura ambiente?

Ejemplo 16, Solución:

En estado estacionario las pérdidas de calor del cuerpo tienen que ser iguales a las pérdidas de calor a través del saco. Debido a que el espesor de la aislación es muy pequeña comparado al área superficial del saco, se puede asumir transferencia de calor unidireccional.

Conductividad térmica, k

Ejemplo 16, Solución:

$$q_{saco}(W) = 55 = k \cdot A \cdot \frac{T_{int} - T_{ext}}{L}$$

$$T_{ext} = T_{int} - \frac{L \cdot q_{saco}}{k \cdot A} = \left(22 - \frac{0.05 \cdot 55}{0.06 \cdot 3}\right) = 6.7^{o}C$$

donde:

A- área total superficial del saco,

L- espesor del saco,

k - conductividad térmica del saco

ΔT - diferencia de temperatura entre los medios ext. e int.

Conductividad térmica no uniforme

Anteriormente hemos asumido que la conductividad térmica permanece constante e independiente de la temperatura. No obstante para muchos de los materiales k varía de acuerdo a:

$$k = k_0(1 + \beta_k T)$$

donde, k_0 y β_k son constantes. El flujo de calor entonces es:

$$\frac{q}{A} = -\int_{T_0}^{T_1} \frac{k_0(1 + \beta_k T)}{L} dT = -\frac{k_0}{L}\left[T_1 - T_0 + \frac{\beta_k}{2}(T_1^2 - T_0^2)\right]$$

Conductividad térmica no uniforme

Ejemplo 17

Determinar el flujo de calor a través de un sólido de 15 cm de espesor con una superficie a 500 K y otra a 295 K. La conductividad térmica varia de acuerdo a:

$$k\left(\frac{W}{m \cdot K}\right) = 0.035\left(1 + 3.6 \cdot 10^{-3}\, T(K)\right)$$

Ejemplo 17, Solución:

El flujo de calor por unidad de área es:

$$\frac{q}{A}\left(\frac{W}{m^2}\right) = \int_{295}^{500} \frac{0.035(1 + 3.6 \cdot 10^{-3}\, T)}{0.15}\, dT = 116$$

Conducción de calor, estado estacionario, 3D

Bajo condiciones estacionarias (sin generación de calor dentro del sistema) y conductividad térmica constante, la conducción de calor en coordenadas rectangulares está dada por:

$$\frac{\partial^2 T(x,y,z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x,y,z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x,y,z)}{\partial z^2} = 0$$

Esta ecuación a menudo se escribe de manera vectorial como:

$$\nabla^2 T(x,y,z) = 0$$

Para resolver esta ecuación se necesitan 6 condiciones de borde, pues se requiere una condición de borde para cada ecuación diferencial. Esto tiene sentido ya que es un cubo rectangular existen 6 lados y cada uno requiere una condición de borde.

Conducción v/s Convección

- ✓ *En sólidos, la energía se transporta solo por difusión.*

- ✓ *En fluidos y gases, sin embargo, también hay convección y el transporte se transforma en una función de:*
  - ❖ *Las propiedades del fluido*
  - ❖ *Las características del movimiento del fluido*

Conducción v/s Convección

Si conociéramos el perfil exacto de temperatura del fluido en y cerca de la superficie del sólido, podríamos haber usado el concepto de conductividad térmica para calcular el transporte de calor:

$$q = -k\left(\frac{dT}{dx}\right)_s$$

$(dT/dx)_s$ *es el gradiente de temperatura en el fluido hacia la interfase sólida.*

El uso de esta ecuación es "fundamental" y se necesita para conocer la temperatura en función de la posición (dependencia geométrica del transporte de calor)

Convección

- *Cuando nos interesa el transporte de energía desde un fluido a una superficie sólida a través de una capa límite, comúnmente se utiliza el concepto de coeficiente de transferencia de calor.*
- *El flujo de calor se expresa:*

$$q = h\left(T_f - T_s\right)$$

donde:

h - *Coeficiente de transferencia de calor expresado en [W/(m²K)].*

T_f - *Temperatura del seno del fluido.*

T_s - *Temperatura de la superficie.*