Control 2
Mantención de Maquinaria – ME57A
Semestre Otoño 2011

P1) El componente crítico de un equipo tiene los siguientes tiempos entre fallas: 71, 56, 94, 31, 46 (días)
Un ajuste de Weibull entrega los siguientes parámetros: β=2.2, γ=4.0 días, η=64.1 días
Se pide:

a) (1.5 ptos) Verifique el modelo con una confiabilidad del 95%.
b) (1.5 ptos) Determine el tiempo medio entre fallas y estime el tiempo máximo entre mantenimientos preventivos si se quisiera asegurar que la confiabilidad del componente no sea menor al 95%.
c) (3.0 ptos) Determine la estrategia óptima de mantenimiento que minimice los costos globales. Para ello asuma que tanto los mantenimientos correctivos, como programados son perfectos. Los datos del problema son los siguientes:
   1. El costo de un repuesto es de 50USD
   2. El costo de la mano de obra para una intervención de mantenimiento es de 50USD/hora
   3. Si se detiene la producción la empresa pierde 175USD/hora
   4. La condición del componente se puede monitorear y predecir la falla. El costo de un sistema de monitoreo es de 3.5USD/día.
   5. Un mantenimiento correctivo dura 2 horas mientras que un mantenimiento programado (preventivo o predictivo) dura 1 hora.

Asuma que los mantenimientos programados no detienen la producción.

P2) Considere un equipo con la siguiente tasa de fallas:

$$\lambda(t) = 8 \times 10^{-6} t \quad \text{(fallas/ ut)}$$

A este equipo se le realizan 49 mantenimientos preventivos durante su vida útil. El periodo entre los mantenimientos es de 400 ut. Los mantenimientos preventivos son imperfectos, la calidad de estos mantenimientos se puede incrementar sí se realiza una mayor inversión. La relación entre el costo de un mantenimiento preventivo y el factor de mejora es:

$$C_p = C_c + (C_r - C_c)p^k$$

Donde, k es una constante con valor mayor a 1, C_c y C_r son los costos de mantenimiento correctivo y el costo de reemplazo del equipo. Se asume que un mantenimiento correctivo no mejora en nada la condición del equipo (solo repara la falla) y equivale a un mantenimiento con factor p=0. Se pide:

a) (4.0 ptos) Determine una expresión para el factor de mejora p óptimo que minimice los costos esperados.
b) (2.0 ptos) Determine el factor de mejora óptimo, si C_c=2 um y C_r=1000 um, para k=2, 5 y 10. Interprete los resultados.

P3) Se ha encontrado la siguiente relación entre la tasa de fallas y la frecuencia de inspecciones para un componente:

$$\lambda(n,t) = k_1 e^{-k_2 n} t \text{ (fallas/ ut)}$$

Donde n es la frecuencia de inspecciones, k_1, k_2 son constantes y t es el tiempo.

a) (1.5 ptos) Determine una expresión para la tasa de falla promedio en el intervalo [T_1, T_2].
b) (2.0 ptos) Determine una expresión para la frecuencia de inspecciones que minimice los costos en el intervalo [T_1, T_2].
c) (1.0 ptos) Calcule la frecuencia óptima de inspecciones si se tienen los siguientes datos:
    1. Una inspección dura 1 ut y cuesta 10 um
    2. Una reparación dura 2 ut y cuesta 40 um
    3. La empresa pierde 40um/ut si se detiene la producción
    4. k_1=0.01, k_2=100
    5. El intervalo de estudio es [0, 1000] ut
d) (1.5 ptos) Utilice la tasa de fallas promedio en el intervalo [0, 1000] ut, para estimar el tamaño y la frecuencia óptima de pedidos de repuestos en bodega. El costo de realizar un pedido es 1000 um, el costo de un repuesto es 5 um. Utilice una tasa de referencia del 10%.

Anexo:

$\Gamma(\mathbf{xp^b}, 1/\beta)$

xp \ β	**1,00**	**1,10**	**1,20**	**1,30**	**1,40**	**1,50**	**1,60**	**1,70**	**1,80**	**1,90**	**2,00**	**2,10**	**2,20**	**2,30**	**2,40**	**2,50**
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,10	0,10	0,10	0,10	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
0,20	0,18	0,19	0,20	0,21	0,21	0,21	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22
0,30	0,26	0,27	0,29	0,30	0,31	0,31	0,32	0,32	0,32	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33
0,40	0,33	0,35	0,37	0,38	0,39	0,40	0,41	0,42	0,42	0,42	0,43	0,43	0,43	0,44	0,44	0,44
0,50	0,39	0,42	0,44	0,46	0,47	0,48	0,49	0,50	0,51	0,52	0,52	0,52	0,53	0,53	0,53	0,54
0,60	0,45	0,48	0,51	0,53	0,54	0,56	0,57	0,58	0,59	0,60	0,60	0,61	0,61	0,62	0,62	0,63
0,70	0,50	0,54	0,56	0,59	0,61	0,62	0,64	0,65	0,66	0,67	0,68	0,69	0,69	0,70	0,70	0,71
0,80	0,55	0,59	0,62	0,64	0,66	0,68	0,70	0,71	0,72	0,73	0,74	0,75	0,76	0,76	0,77	0,78
0,90	0,59	0,63	0,66	0,69	0,71	0,73	0,75	0,76	0,78	0,79	0,80	0,81	0,81	0,82	0,83	0,83
1,00	0,63	0,67	0,70	0,73	0,76	0,78	0,79	0,81	0,82	0,83	0,84	0,85	0,86	0,87	0,87	0,88
$\Gamma(1+1/\beta)$	**1,00**	**0,96**	**0,94**	**0,92**	**0,91**	**0,90**	**0,90**	**0,89**	**0,89**	**0,89**	**0,89**	**0,89**	**0,89**	**0,89**	**0,89**	**0,89**

$t = 31, 46, 56, 71, 94$

$\beta = 2{,}2$

$\eta = 64{,}1$ días

$\gamma = 4{,}0$

a) 1.5

i	$\hat{F} = \left(\frac{i-0{,}3}{5+0{,}4}\right)$	$F = 1 - e^{\left(\frac{i-4{,}0}{64{,}1}\right)^{2{,}2}}$	$\lvert F(i) - \hat{F}(i)\rvert$	$\lvert F(i) - \hat{F}(i-1)\rvert$
1	0,129	0,136	0,007	
2	0,315	0,322	0,007	0.193
3	0,500	0,466	0,034	0.151
4	0,685	0,668	0,017	0.168
5	0,870	0,880	0,010	0.195

$d_{max} = 0.195$

$d_\alpha = 0.565$

$\Rightarrow$ $\boxed{d_{max} < d_\alpha \Rightarrow \text{se acepta la hipótesis}}$

b) 1.5

$MTTF = \gamma + \eta\Gamma(1 + 1/\beta) = 4{,}0 + 64{,}1\underbrace{\Gamma(1 + 1/2{,}2)}_{0{,}89} = 61{,}049$ días

$\Downarrow$

El tiempo medio entre fallas es 61 días

$R = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} \geq 0{,}95$

$\Rightarrow \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta} \geq 0.051$

$\left(\frac{t-4}{64{,}1}\right)^{2{,}2} \geq 0.051$

$\frac{t-4}{64{,}1} \geq 0{,}259 \Rightarrow t \geq 20{,}6$

El tiempo entre mantenimientos preventivos debe ser mayor a 20,6 días para asegurar una confiabilidad mayor al 95%

c) 3.0

Costo preventivo: 50 USD/hora × 1 hora + 50 USD = 100 USD/intervención

Costo correctivo: 50 USD/hora × 2 horas + 50 USD + 175 USD/hora × 2 horas = 500 USD/inter.

Costo sintomático: 3,5 USD/día × 61,049 + 50 USD/hora × 1 hora + 50 USD = 313,67 USD/int.

x_p	$\Gamma(x_p^{\beta}, 1/\beta)$	C_{TP}/C_{TC}
0,1	0,11	1,86
0,2	0,22	1,013
0,3	0,33	0,77
0,4	0,43	0,697
0,5	0,53	0,673
0,6	0,61	0,692

$$C_{TP}/C_{TC} = \frac{e^{-x_p^{2,2}}(0,2-1)+1}{\Gamma(x_p^{\beta}, 1/\beta)}$$

$t_p = 4 + 64,1 \times 0,5 = 36,05$ días

$\Rightarrow C_{TP}/C_{TC} = 0,673$ y $C_{TS}/C_{TC} = 0,627$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{Conviene realizar mantención predictiva.}}$

$\lambda(t) = 8 \times 10^{-6}\, t$ fallas/ut

a) 4.0 ptos

Weibull con $\beta = 2$, $\gamma = 0$

$$\lambda(t) = \frac{2}{\eta}\left(\frac{t}{\eta}\right)^{1} = \frac{2}{\eta^2} t$$

$$\Rightarrow \frac{2}{\eta^2} = 8 \times 10^{-6} \Rightarrow \eta = 500\, ut$$

$$\boxed{\Rightarrow \text{Weibull} \quad \beta = 2, \ \eta = 500\, ut, \ \gamma = 0}$$

b)

$$C_p = C_c + (C_r - C_c) \times p^k$$

$$C(n, T_s) = \frac{(C_c + (C_r - C_c)p^k)\, n - 1 + C_c \left(\frac{T_s}{\eta}\right)^2 \overbrace{n(n - p(n-1))}^{\text{sumatoria cuando } \beta = 2} + C_r}{n T_s}$$

$$\frac{\partial C}{\partial p} = \frac{k(C_r - C_c)p^{k-1} \cdot (n-1) - C_c \left(\frac{T_s}{\eta}\right)^2 n(n-1)}{n T_s} = 0$$

$$\Rightarrow k(C_r - C_c)p^{k-1} - C_c \left(\frac{T_s}{\eta}\right)^2 n = 0$$

$$\Rightarrow p^{k-1} = \frac{C_c}{C_r - C_c} \times \frac{n}{k} \times \left(\frac{T_s}{\eta}\right)^2$$

$$\boxed{p = \left(\left(\frac{C_c}{C_r - C_c}\right) \times \frac{n}{k} \times \left(\frac{T_s}{\eta}\right)^2\right)^{\frac{1}{k-1}}} = \left(\frac{0{,}06413}{k}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

c) 2.0

$C_c = 2$ um

$C_r = 1000$ um

$n = 30$

$T_s = 400\, ut$

$\eta = 500\, ut$

k	p^*	$C_p(p^*)$
2	0,032	3,02
5	0,337	6,34
10	0,571	5,68

Si k aumenta se puede aumentar el valor de p sin que aumente mucho C_p

[3]

a) $\lambda(n) = k_1 e^{-k_2 n} t$ fallas/ut

1.5

$[T_1, T_2]$

$$\bar{\lambda}(n) = \frac{1}{T_2 - T_1} k_1 e^{-k_2 n} \int_{T_1}^{T_2} t\,dt$$

$$\boxed{\bar{\lambda}(n) = \frac{1}{T_2 - T_1} k_1 e^{-k_2 n} \left(\frac{T_2^2}{2} - \frac{T_1^2}{2} \right)}$$

b) $$\frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial n} = - \frac{k_1 k_2 e^{-k_2 n}}{T_2 - T_1} \left(\frac{T_2^2}{2} - \frac{T_1^2}{2} \right) = -\frac{\mu}{i} \left(\frac{V+I}{V+R} \right)$$

2.0

$$e^{-k_2 n} = \frac{(T_2 - T_1)}{k_1 k_2} \times \frac{\mu}{i} \left(\frac{V+I}{V+R} \right) \times \frac{1}{\left(\frac{T_2^2}{2} - \frac{T_1^2}{2} \right)}$$

$$\Rightarrow e^{k_2 n} = \frac{k_1 k_2}{T_2 - T_1} \times \frac{i}{\mu} \left(\frac{V+R}{V+I} \right) \times \left(\frac{T_2^2}{2} - \frac{T_1^2}{2} \right)$$

$$\boxed{\Rightarrow n^* = \frac{\ln \left(\frac{k_1 k_2}{T_2 - T_1} \times \frac{i}{\mu} \left(\frac{V+R}{V+I} \right) \times \left(\frac{T_2^2}{2} - \frac{T_1^2}{2} \right) \right)}{k_2}}$$

c) $k_1 = 0{,}01$

1.0 $k_2 = 100$

$\frac{i}{\mu} = 2$

$\boxed{n^* = 0{,}0709 \text{ usp/ut}}$

$\frac{V+R}{V+I} = \frac{40+20}{40+10} = \frac{60}{50} = 1.2$

$T_1 = 0$

$T_2 = 1000$

d)

1.5 $\bar{\lambda}([T_1, T_2], n) = \dfrac{1}{T_2 - T_1} k_1 e^{-k_2 n} \left(\dfrac{T_2^2}{2} - \dfrac{T_1^2}{2} \right)$

$$= \frac{1}{1000} 0{,}01 e^{-100 \times 0{,}0} \times \left(\frac{1000^2}{2} \right)$$

$$\bar{\lambda} = 0{,}0042 \text{ fallas/ut}$$

$T = 10\%$

$Cad = 1000$

$pu = 5$ um

$$q_w = \sqrt{\frac{2 \times 0{,}0042 \times 1000}{5 \times 0{,}1}} = 4 \text{ unidades}$$

$$T_w = \frac{4}{0{,}0042} = 952 \text{ ut}$$

$\boxed{\text{Se deben adquirir 4 repuestos cada 952 unidades de tiempo}}$