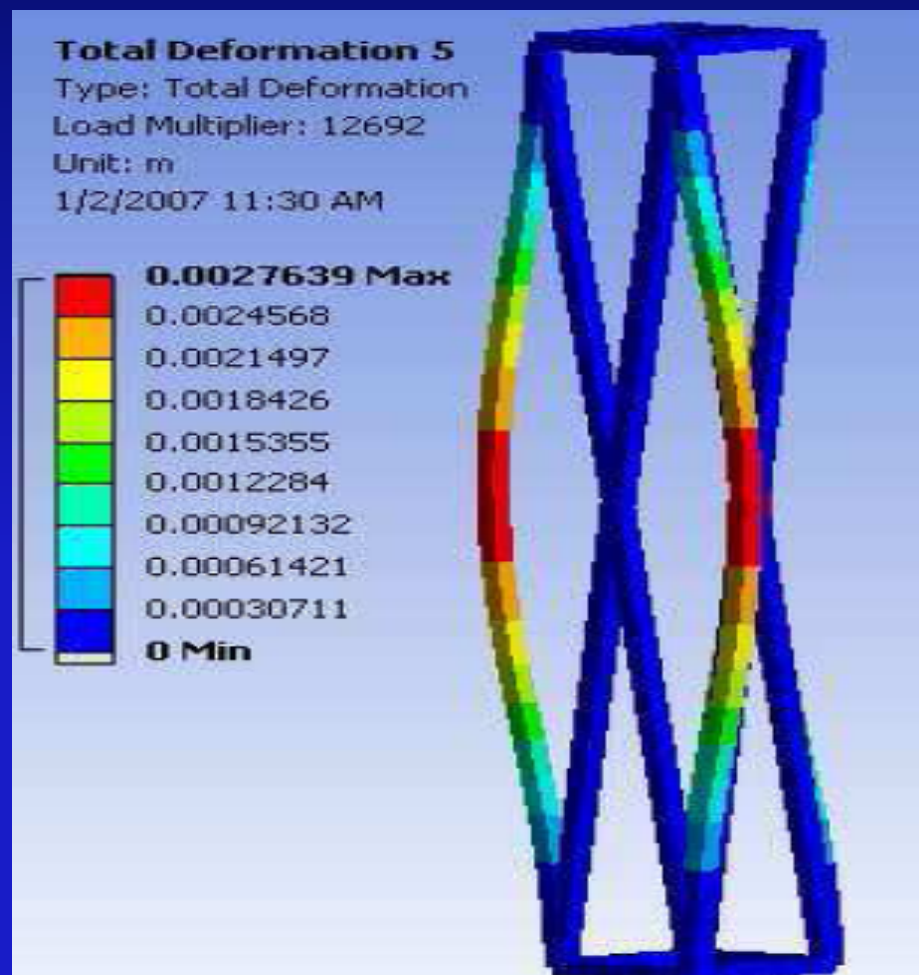


Clase auxiliar ME-5600

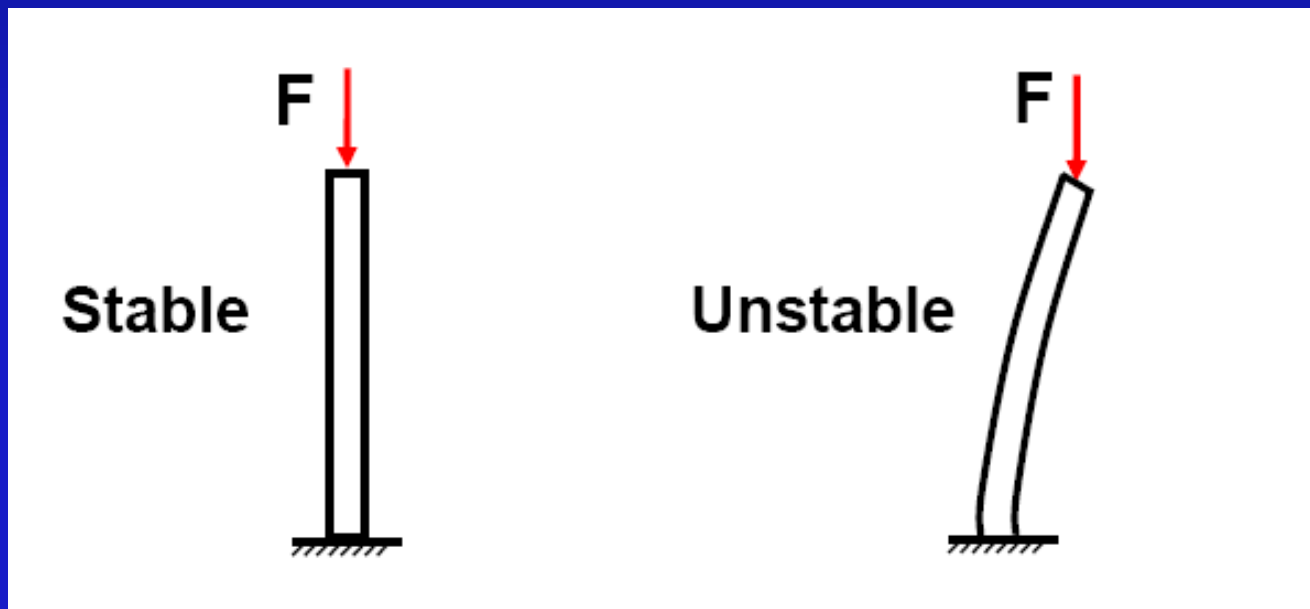
Diseño de Elementos Mecánicos

Análisis lineal de Pandeo.



Pandeo: Un tipo de falla

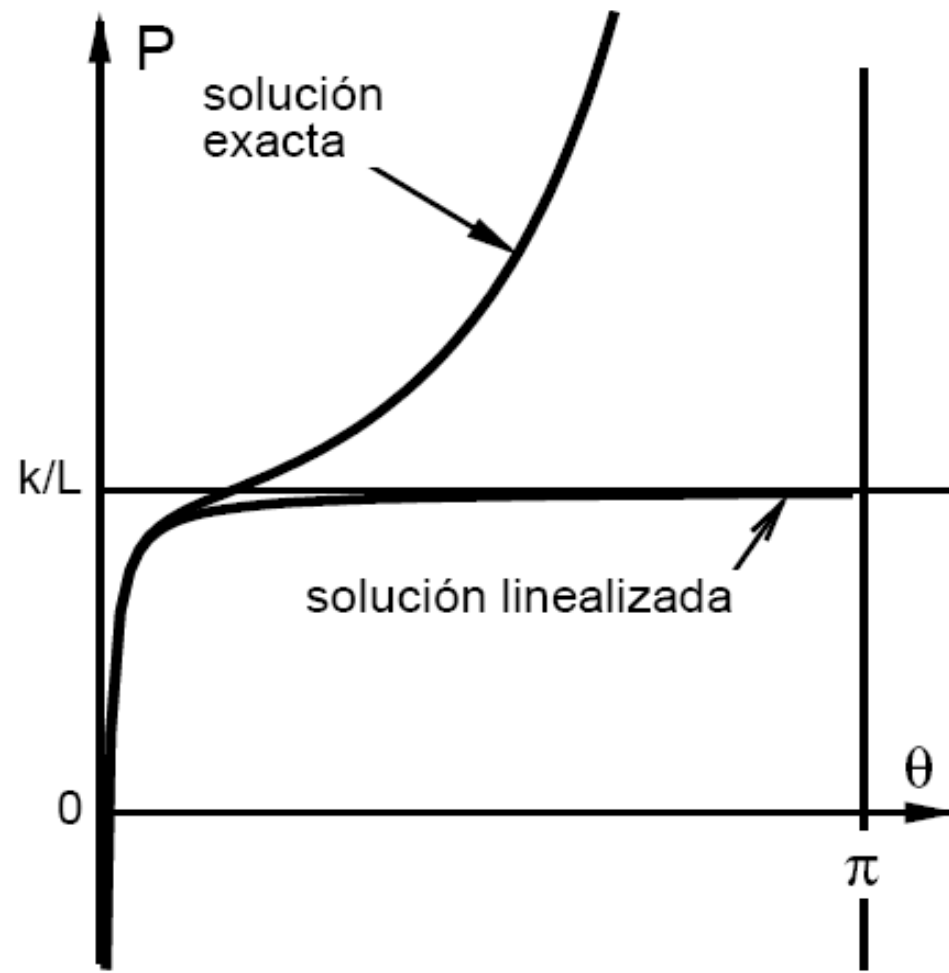
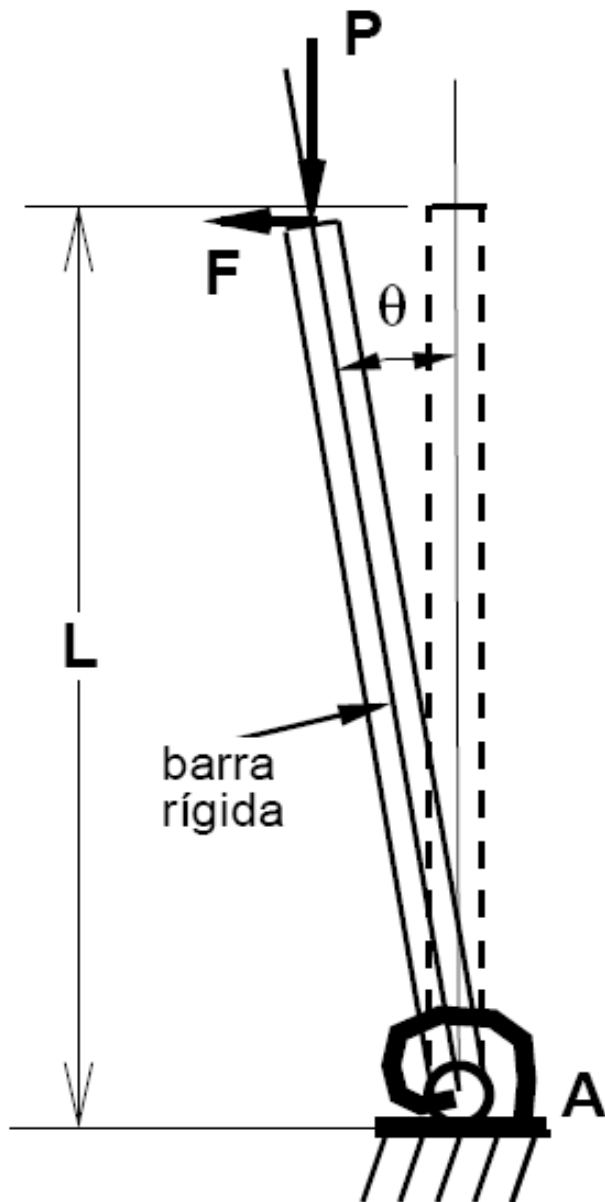
- Para algunas estructuras es necesario estudiar su estabilidad frente a fuerzas de compresión, como columnas delgadas o estanques de vacío.
- Un tipo de falla de inestabilidad es el Pandeo, donde existe un desplazamiento muy grande en una dirección perpendicular a la línea de acción de la fuerza de compresión



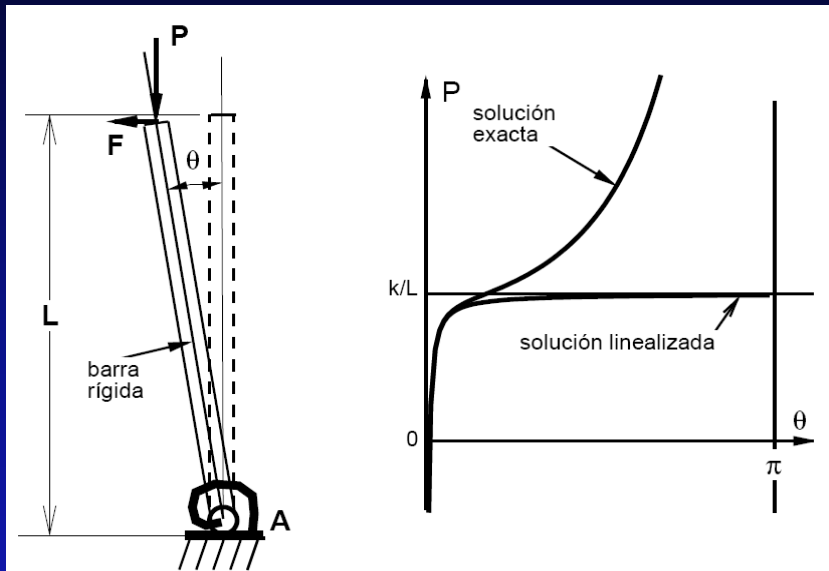
Análisis Lineal de Pandeo

- El análisis lineal o de valores propios puede predecir la carga teórica de pandeo.
- Empecemos por observar un ejemplo idealizado como muestra la figura.

Análisis Lineal de Pandeo



Análisis Lineal de Pandeo



- Este problema sirve para θ grandes.
- En otros problemas más complejos puede ser muy difícil encontrar esta solución analítica.

$$\sum M_A = 0 \quad \circlearrowleft +,$$

$$PL \operatorname{sen} \theta + FL \cos \theta - k\theta = 0$$

$$P = \frac{k\theta - FL \cos \theta}{L \operatorname{sen} \theta}$$

Análisis Lineal de Pandeo

$$\sum M_A = 0 \quad \circlearrowleft +, \quad PL \operatorname{sen} \theta + FL \cos \theta - k\theta = 0$$

$$P = \frac{k\theta - FL \cos \theta}{L \operatorname{sen} \theta}$$

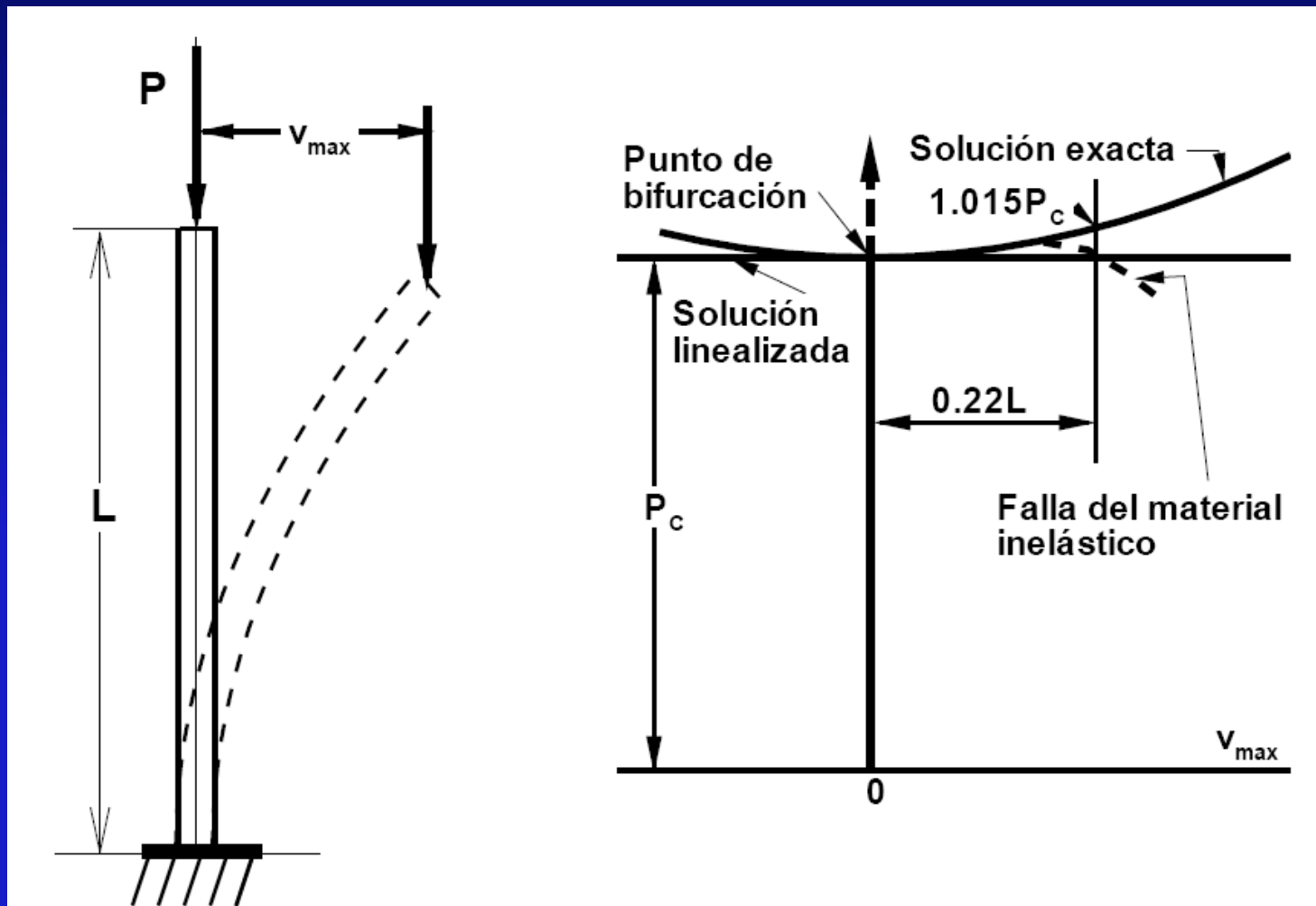
$$\operatorname{sen} \theta \cong \theta \text{ y } \cos \theta = 1$$

$$\theta = \frac{FL}{k - PL}$$

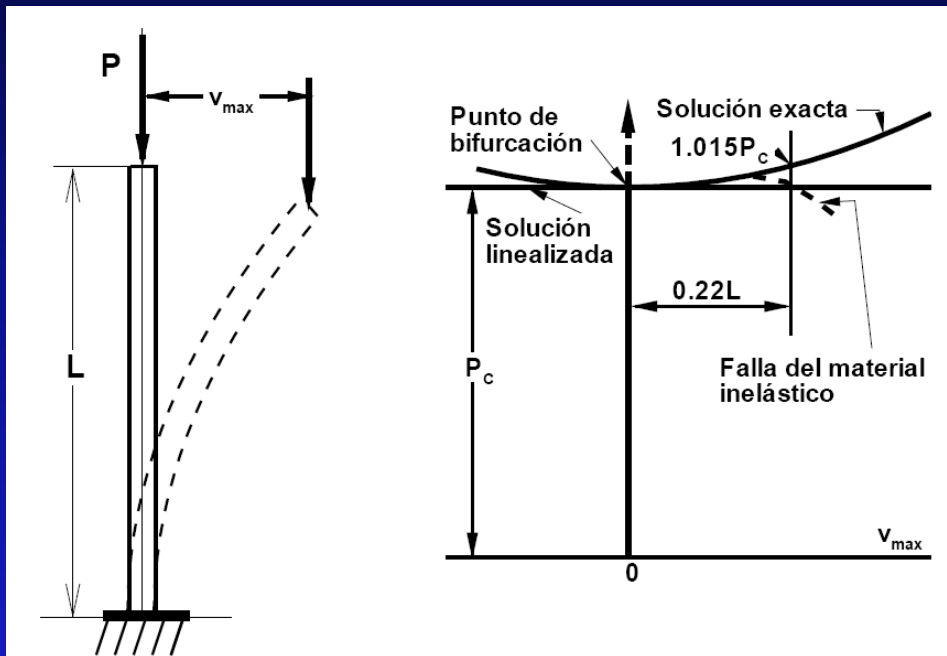
- Este problema se ha linealizado.
- Para problemas más complejos ahora no será tan difícil encontrar una solución, siempre y cuando el ángulo sea pequeño.

Análisis Lineal de Pandeo

- Se buscará la ED que modele el pandeo en una columna.



Análisis Lineal de Pandeo



$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M}{EI} = \frac{-P}{EI}v$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} + \alpha^2v = 0$$

- Ecuación de la elástica.

$$v = C_1 \sin(\alpha x) + C_2 \cos(\alpha x)$$

$$v(0) = 0 \quad \text{y} \quad v(L) = 0$$

$$v(0) = 0 = C_1 \sin(0) + C_2 \cos(0)$$

Análisis Lineal de Pandeo

$$v(L) = 0 = C_1 \sin(L)$$

$$\alpha L = \sqrt{\frac{P}{EI}} L = n\pi$$

- Donde n es entero. A través de esto se encuentran los valores y vectores propios.

$$P_n = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2}$$

- El valor importante es el encontrar la carga mínima de pandeo (Caso fundamental).

$$P_C = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

Análisis Lineal de Pandeo

$$P_C = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

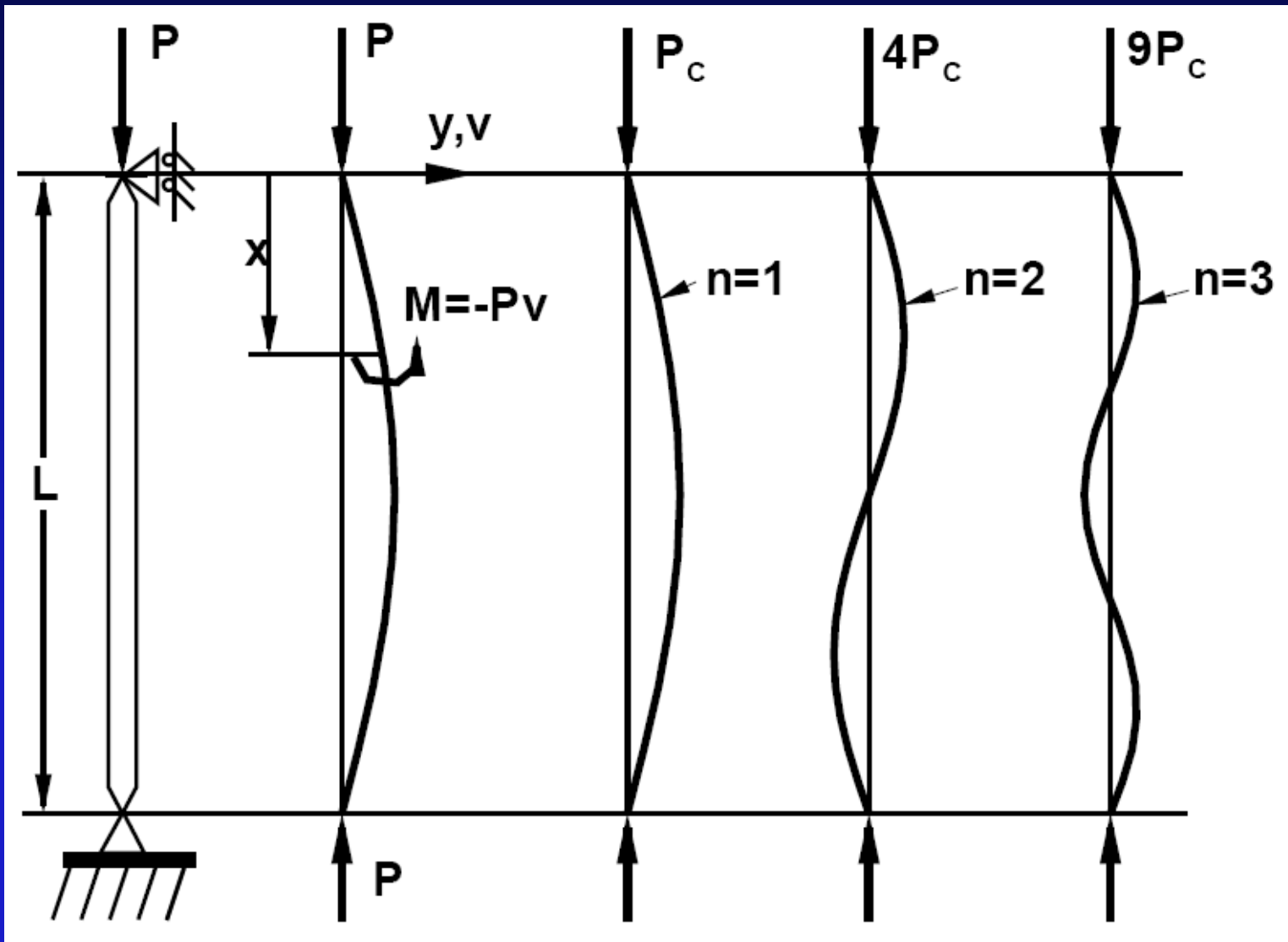
Función propia.

$$v = C_1 \operatorname{sen} \left(\frac{n\pi x}{L} \right)$$

- Donde n es entero. A través de esto se encuentran los valores y vectores propios.
- El valor importante es el encontrar la carga mínima de pandeo (Caso fundamental).

$$\frac{d^4 v}{dx^4} + \alpha^2 \frac{d^2 v}{dx^2} = 0$$

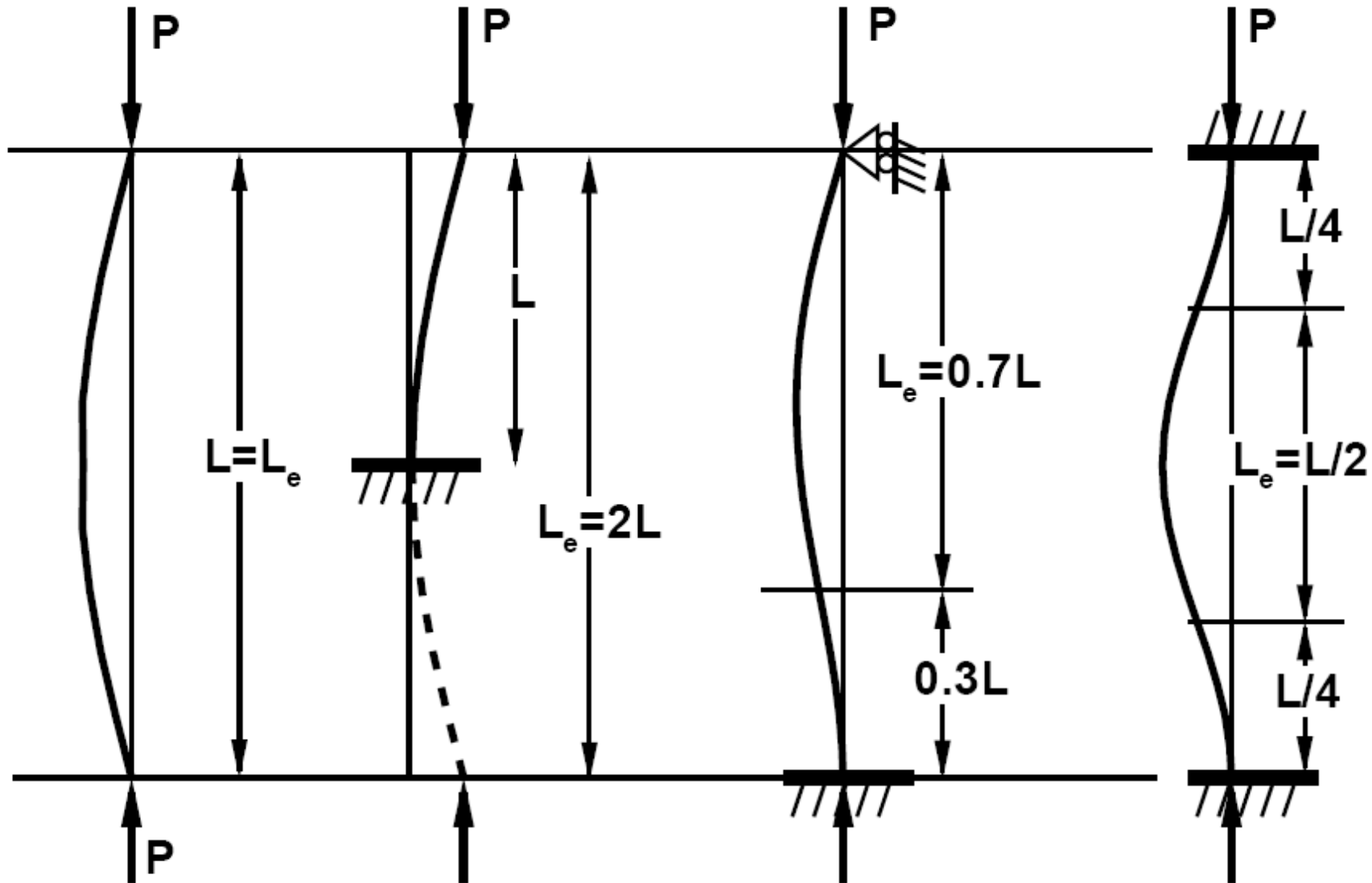
Análisis Lineal de Pandeo



Función propia

$$v = C_1 \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

Análisis Lineal de Pandeo



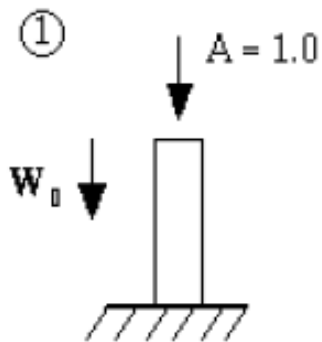
Pandeo en Elementos Finitos

- Se puede discretizar la EDO a la ecuación siguiente:

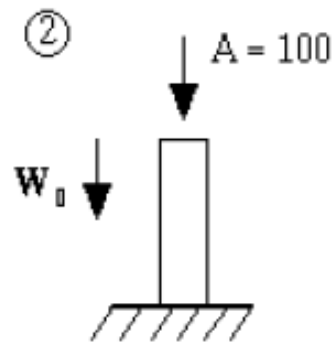
$$([K] + \lambda_i [S]) \{\psi_i\} = 0$$

- En donde $[K]$ y $[S]$ son constantes

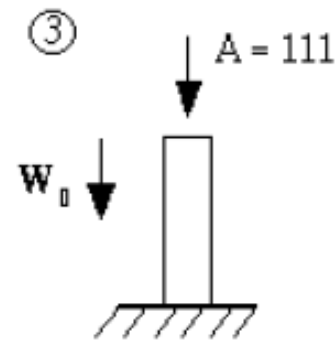
$F \times \lambda = \text{Buckling Load}$



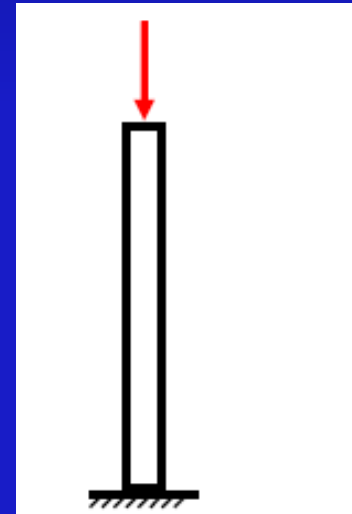
$$\lambda = 100:$$
$$F = 100 + 100 W_0$$



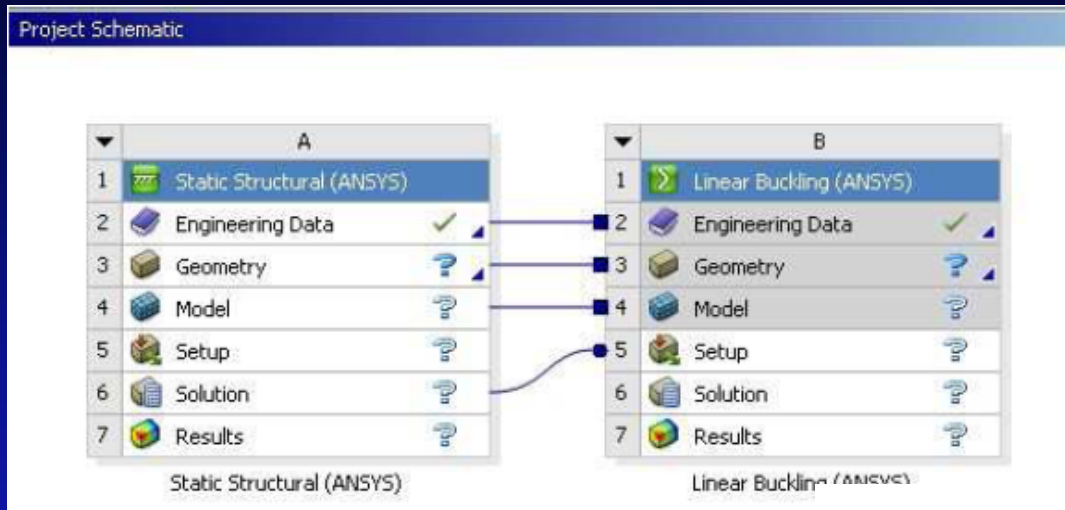
$$\lambda = 1.1:$$
$$F = 110 + 1.1 W_0$$



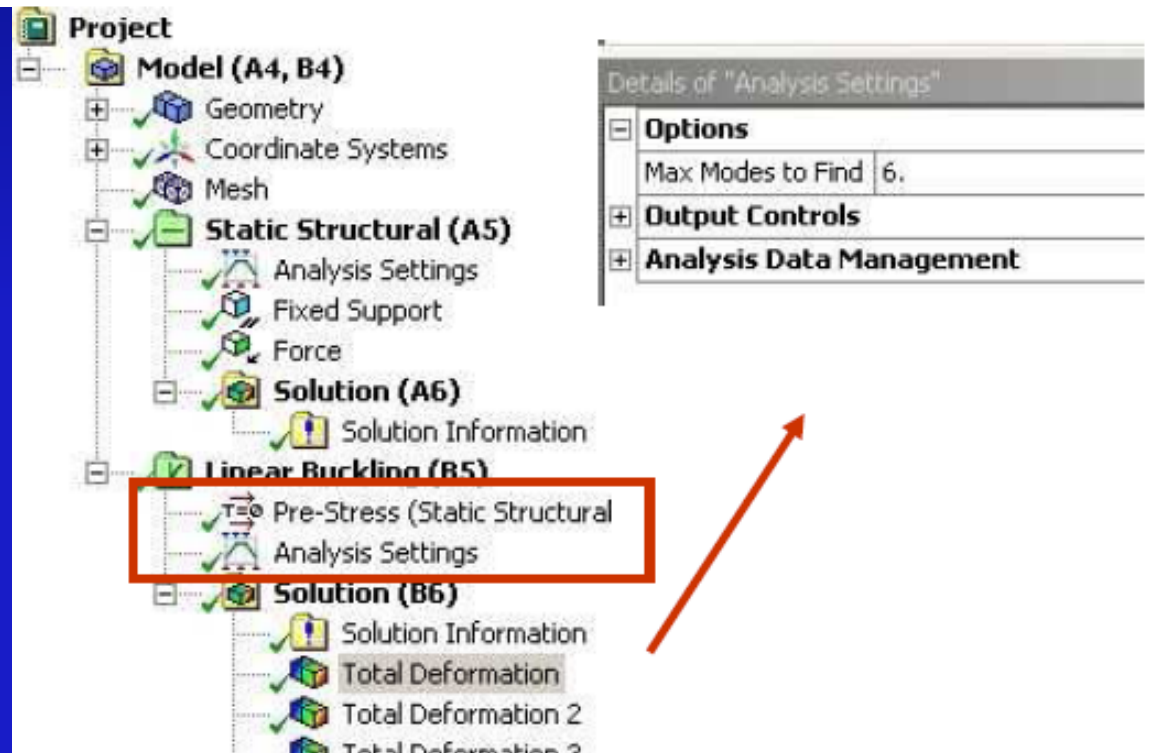
$$\lambda = 0.99:$$
$$F = 110 + .99 W_0$$



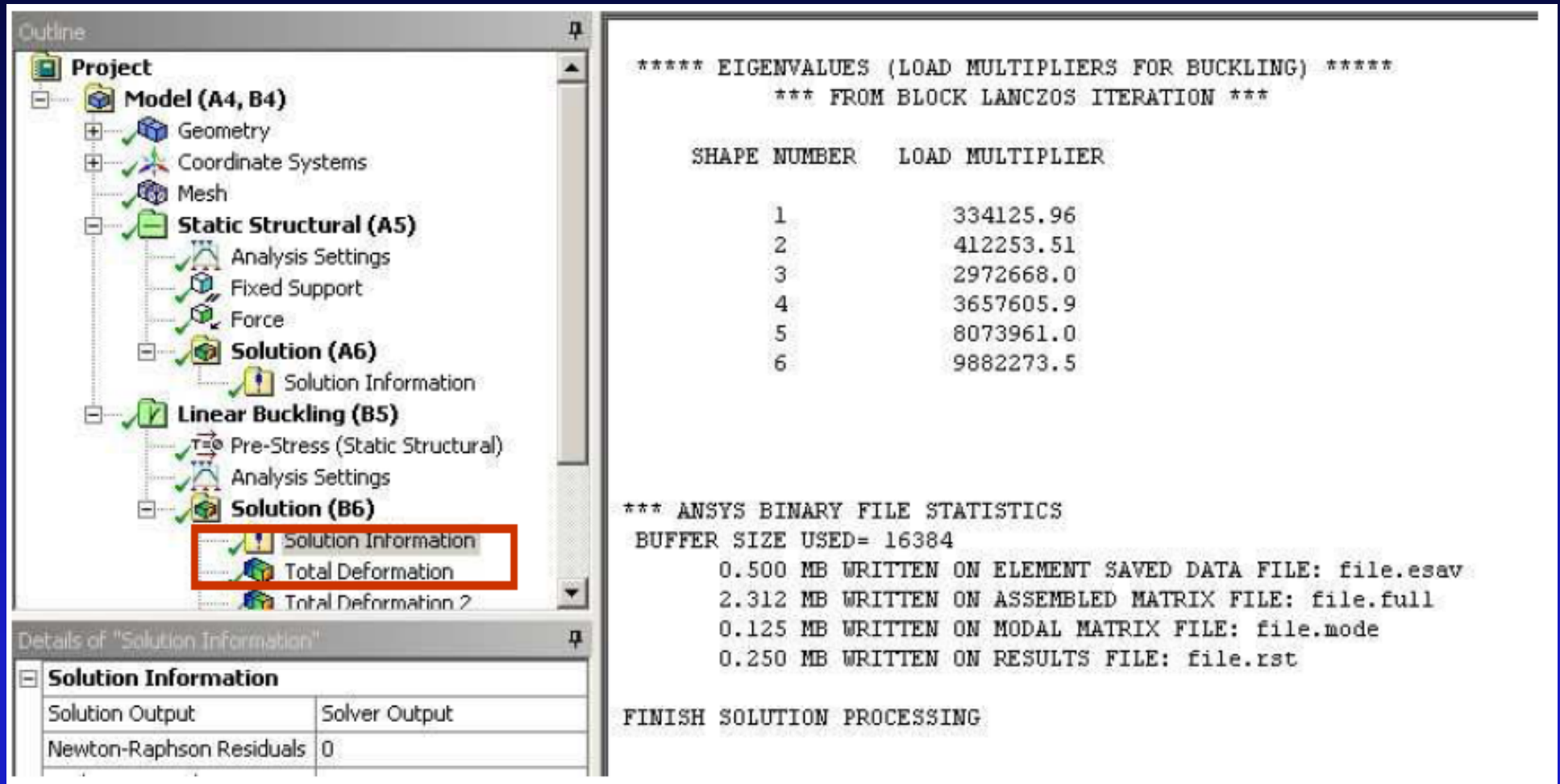
Pandeo en Ansys



- Linear Buckling.
- Modos de Pandeo.



Pandeo en Ansys



The screenshot shows the ANSYS Workbench interface. On the left, the 'Outline' pane displays the project hierarchy: Project, Model (A4, B4), Geometry, Coordinate Systems, Mesh, Static Structural (A5), Analysis Settings, Fixed Support, Force, Solution (A6), Solution Information, Linear Buckling (B5), Pre-Stress (Static Structural), Analysis Settings, Solution (B6), Solution Information (highlighted with a red box), Total Deformation, and Total Deformation 2. The 'Details of "Solution Information"' pane at the bottom shows the 'Solution Information' section with 'Solution Output' and 'Solver Output' tabs, and 'Newton-Raphson Residuals' set to 0.

The main window displays the results of a Linear Buckling analysis. The output is as follows:

```
***** EIGENVALUES (LOAD MULTIPLIERS FOR BUCKLING) *****
*** FROM BLOCK LANCZOS ITERATION ***
```

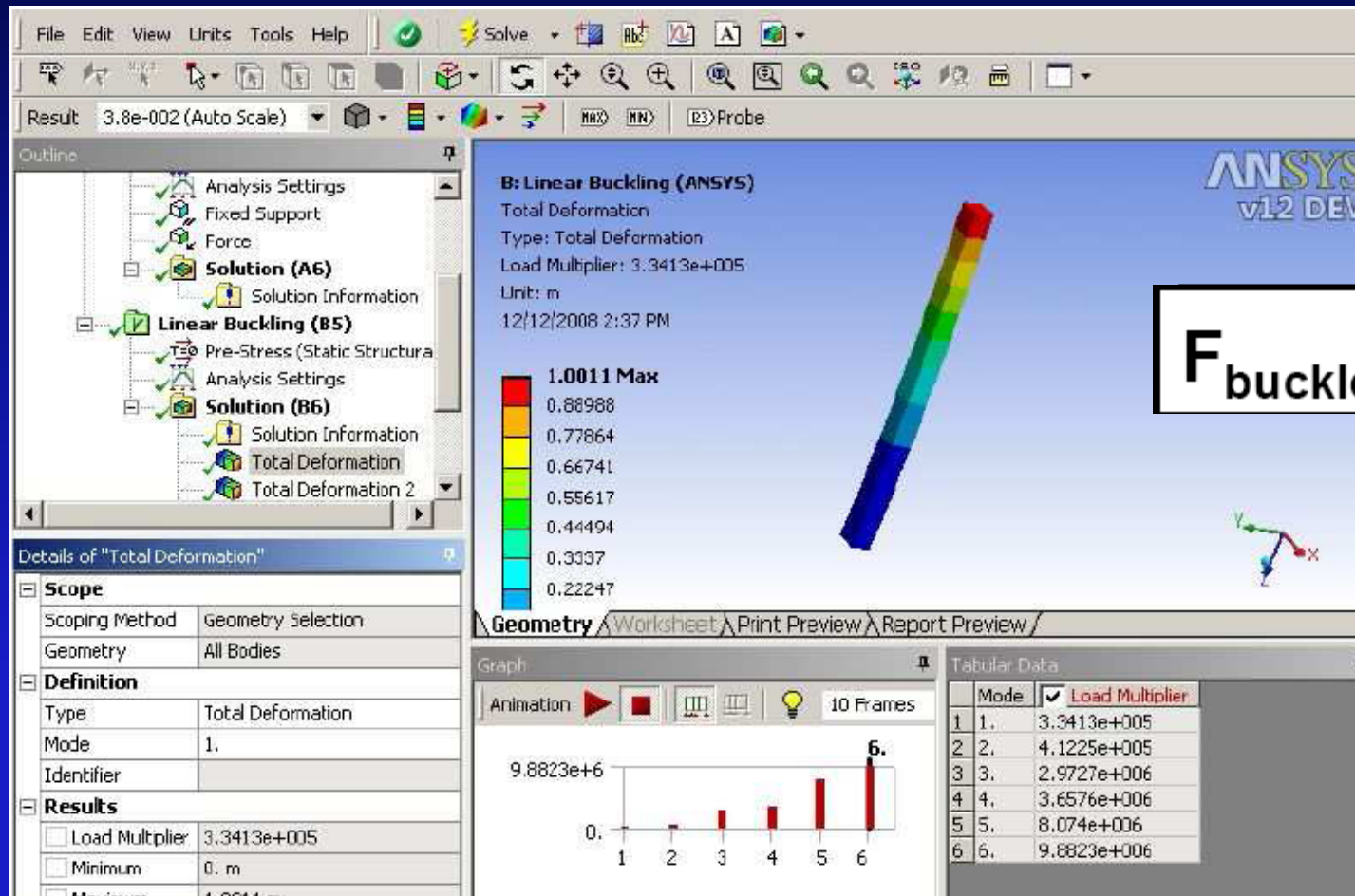
SHAPE NUMBER	LOAD MULTIPLIER
1	334125.96
2	412253.51
3	2972668.0
4	3657605.9
5	8073961.0
6	9882273.5

```
*** ANSYS BINARY FILE STATISTICS
BUFFER SIZE USED= 16384
0.500 MB WRITTEN ON ELEMENT SAVED DATA FILE: file.esav
2.312 MB WRITTEN ON ASSEMBLED MATRIX FILE: file.full
0.125 MB WRITTEN ON MODAL MATRIX FILE: file.mode
0.250 MB WRITTEN ON RESULTS FILE: file.rst

FINISH SOLUTION PROCESSING
```

- Información sobre los valores y vectores propios.

Pandeo en Ansys

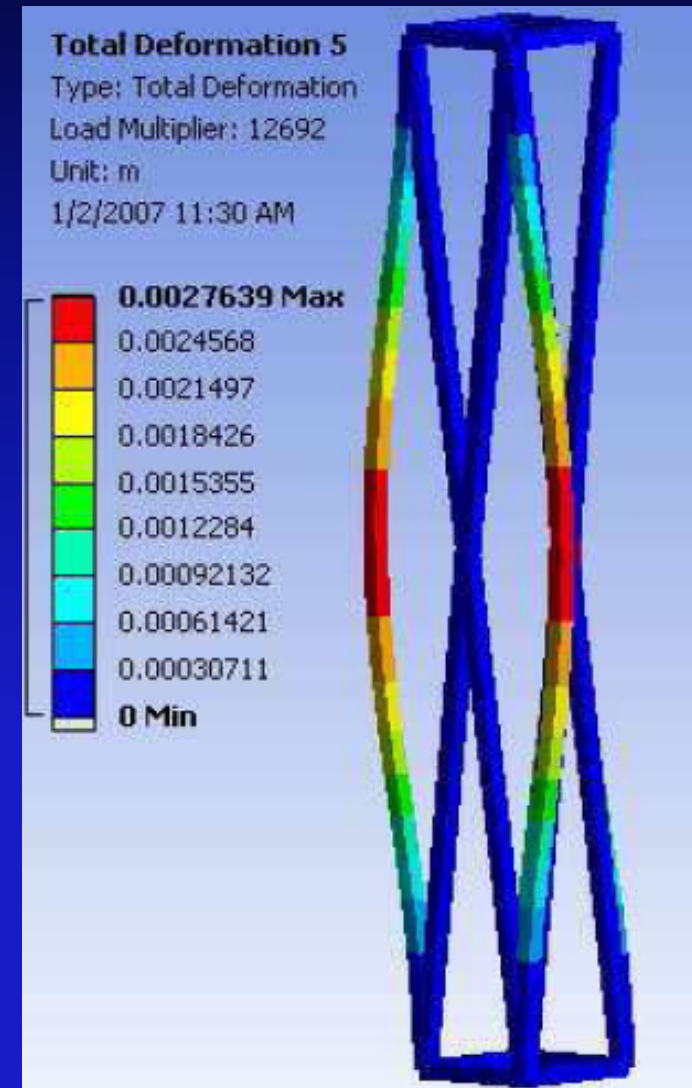


$$F_{\text{buckle}} = (F_{\text{applied}} \times \lambda)$$

Multiplicador de carga λ

EJEMPLO

- Se ha resuelto 2 veces el modelo de la torre.
- Uno con una carga unitaria, y el otro con una carga con multiplicador λ para determinar la carga crítica de pandeo.



Multiplicador de carga λ

Details of "1st Buckling Mode"	
[-] Scope	
Geometry	All Bodies
[-] Results	
☐ Load Multiplier	29008

$$BucklingLoad = \lambda * Unit_Load$$

$$\Rightarrow BucklingLoad = \lambda$$

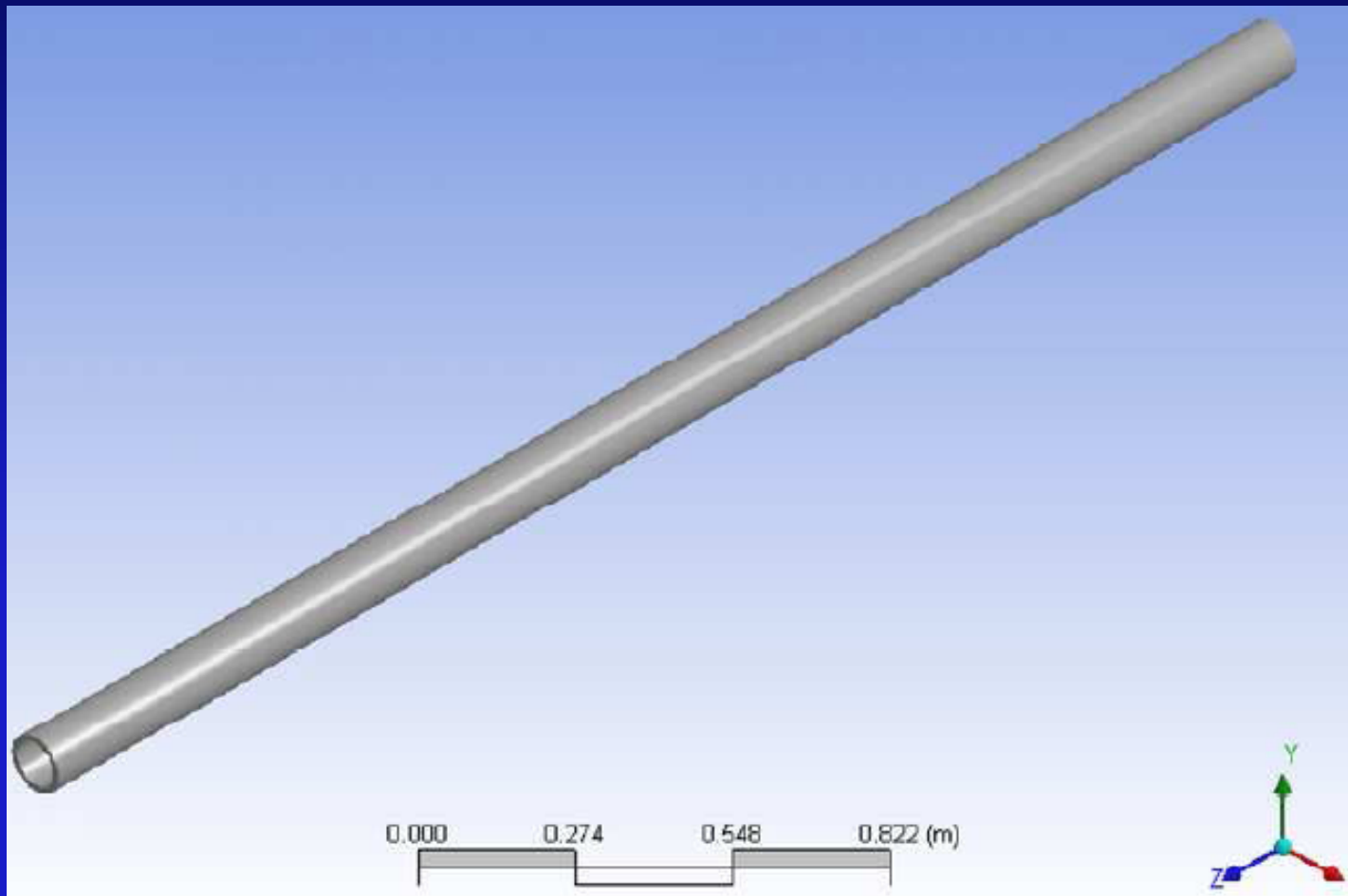
Details of "1st Buckling Mode"	
[-] Scope	
Geometry	All Bodies
[-] Results	
☐ Load Multiplier	1.0003

$$BucklingLoad = \lambda * Actual_Load$$

$$\Rightarrow \frac{BucklingLoad}{Actual_Load} = \lambda = Safety_Factor$$

Problema

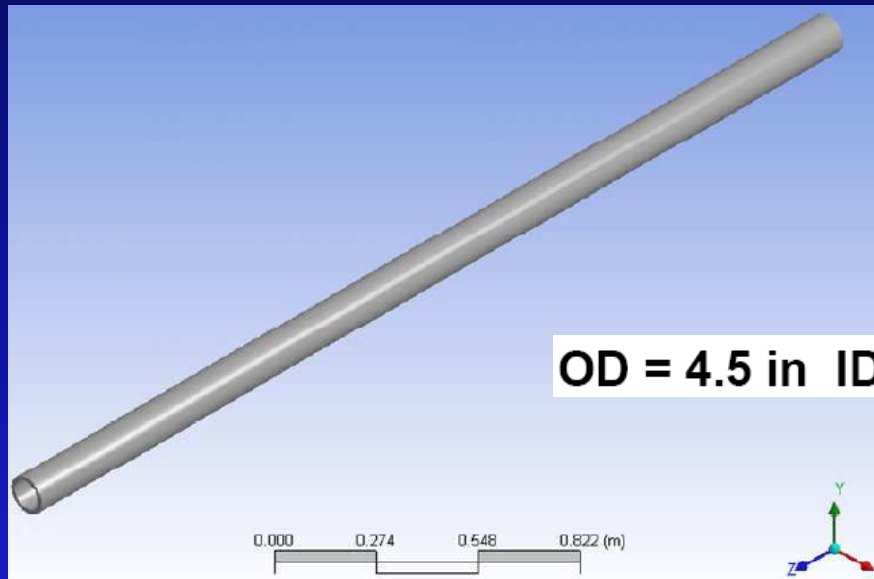
- Determinar la carga de pandeo de un tubo de acero empotrado en un extremo



OD = 4.5 in ID = 3.5 in. $E = 30e6$ psi, $I = 12.7$ in⁴, $L = 120$ in.

Problema

- Determinar la carga de pandeo de un tubo de acero empotrado en un extremo



OD = 4.5 in ID = 3.5 in. E = 30e6 psi, I = 12.7 in⁴, L = 120 in.

$$P' = K \cdot \left[\frac{(\pi^2 \cdot E \cdot I)}{L^2} \right]$$

- Para una viga empotrada con un extremo libre, k=0.25

Problema

- Determinar la carga de pandeo de un tubo de acero empotrado en un extremo

