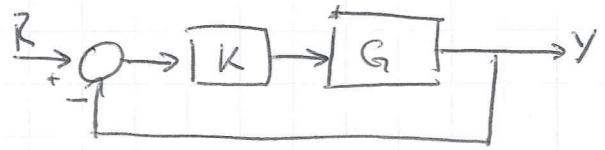


EXERCICIO 3 ME4501  
28/12/2011

PAUTA

i)

$$G(s) = \frac{1}{s(s+2)(s+3)}$$



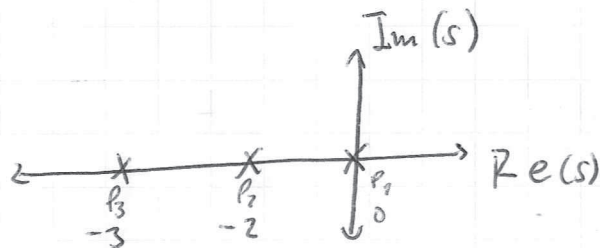
← F<sub>n</sub> transferencia lazo abierto

$$H(s) = \frac{KG}{1+KG} \quad \leftarrow \text{F}_n. \text{ de transferencia lazo cerrado}$$

PASO 1 ↓ Marcar polos y ceros

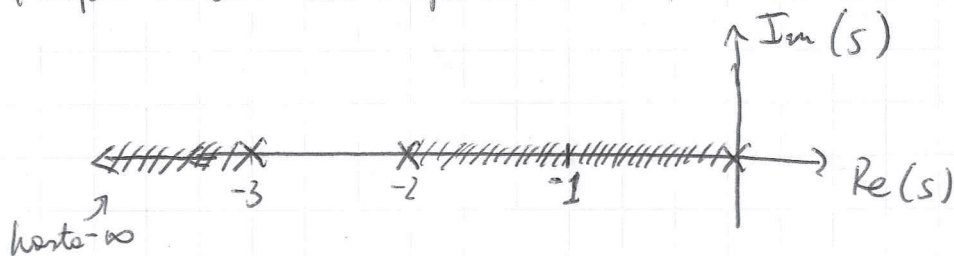
$$n = 3 \text{ polos} \quad p_1 = 0, p_2 = -2, p_3 = -3$$

$$m = 0 \text{ ceros}$$



PASO 2 ↓ porción eje real

la porción este a la izquierda de un n° impar de ceros + polos



### PASO 3 | Asintotas

$$\alpha = \frac{1}{n-m} [\sum p_i - \sum z_i] = \frac{1}{3} (0 - 2 - 3) = \frac{-5}{3} = -1,67$$

$$\phi_l = \frac{180^\circ + 360^\circ \cdot l}{n-m}, \quad l = 0, 1, \dots, n-m-1$$

$$\underline{l=0}$$

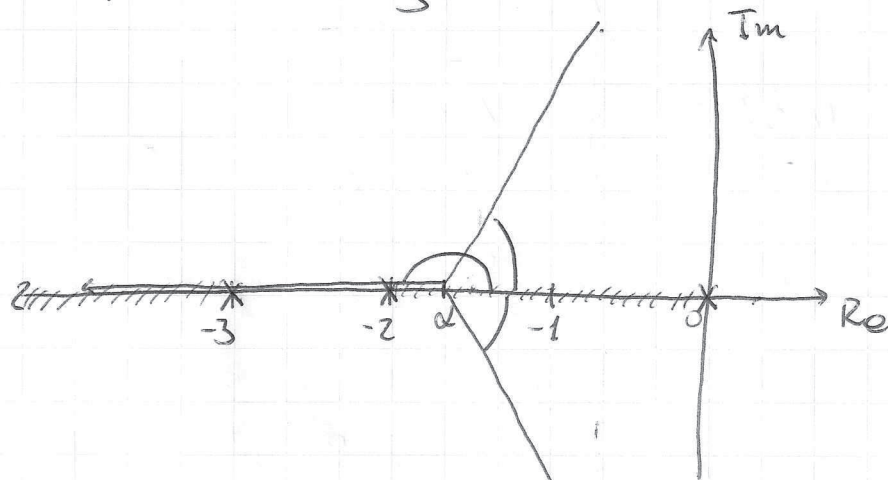
$$\phi = \frac{180}{3} = 60^\circ$$

$$\underline{l=1}$$

$$\phi = \frac{180 + 360}{3} = 180^\circ$$

$$\underline{l=2}$$

$$\phi = \frac{180 + 360 \cdot 2}{3} = 300^\circ = -60^\circ$$



### PASO 4 | $\angle$ 's de portada

$$\sum \angle (s - z_i) - \sum \angle (s - p_i) = 180 + l 360$$

P1

$$-(\phi_1 + 0 + 0) = 180$$

$$\phi_1 = -180^\circ$$

P2

$$-(180 + \phi_2 + 0) = 180 \Rightarrow \phi_2 = -360^\circ$$

P3)  $-(180 + 180 + \phi_3) = 180 \Rightarrow \phi_3 = -540^\circ = 180^\circ$

PAso 5) Estabilidad

Ec. característica:

$$H = \frac{KG}{1+KG} = \frac{K}{(s(s+2)(s+3)) \left(1 + \frac{K}{s(s+2)(s+3)}\right)}$$

$$H = \frac{K}{\overbrace{s(s+2)(s+3)+K}}$$

$$= s^3 + 5s^2 + 6s + K \rightarrow \text{Ec característica}$$

Routh

$s^3$	1	6		1	6
$s^2$	5	K		5	K
$s^1$	$-\frac{1}{5}(K-30)$	0		$\frac{30-K}{5}$	0
$s^0$	$\frac{5}{K-30} \left( \frac{K(K-30)}{5} \right)$			K	

estabilidad  $\Rightarrow$  a)  $\frac{30-K}{5} > 0 \Rightarrow K < 30$

b)  $K > 0$

$\Rightarrow$  si  $K \in (0, 30)$  el sistema es estable.

Corte con eje  $\text{Im}(s)$

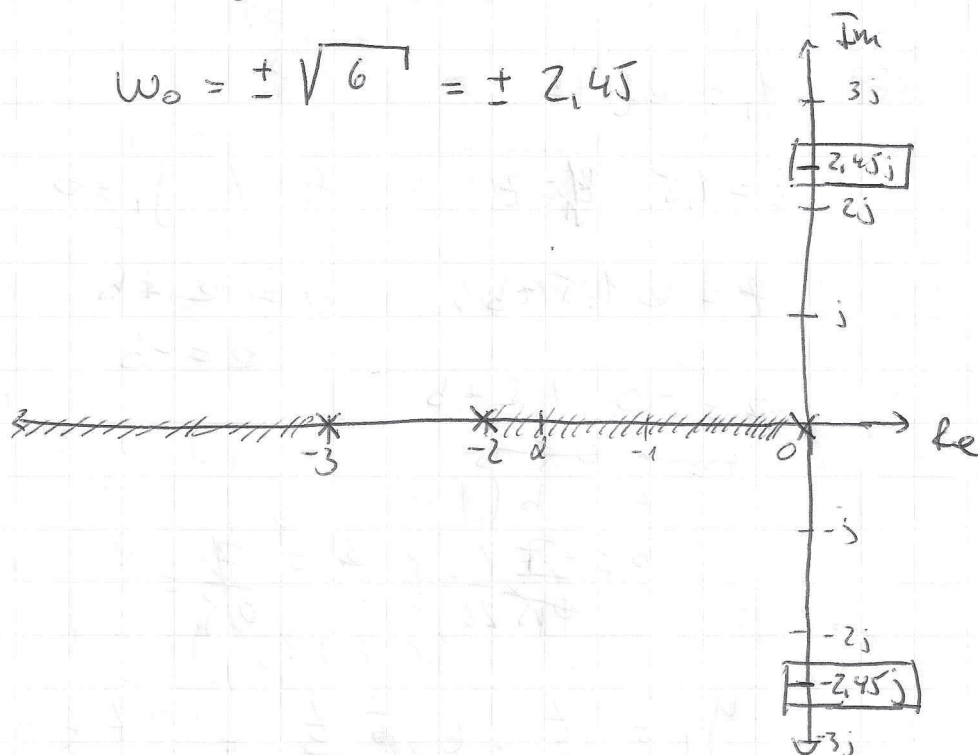
$$s = j\omega_0, \quad K=30$$

$$(j\omega_0)^3 + 5(j\omega_0)^2 + 6j\omega_0 + 30 = 0$$

$$\Rightarrow -j\omega_0^3 - 5\omega_0^2 + 6j\omega_0 + 30 = 0$$

$$\Rightarrow -\omega_0^3 + 6\omega_0 = 0$$

$$\omega_0 = \pm \sqrt{6} = \pm 2,45$$



PASO 6 | Poles Múltiples

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \Rightarrow b \frac{da}{ds} - a \frac{db}{ds} = 0$$

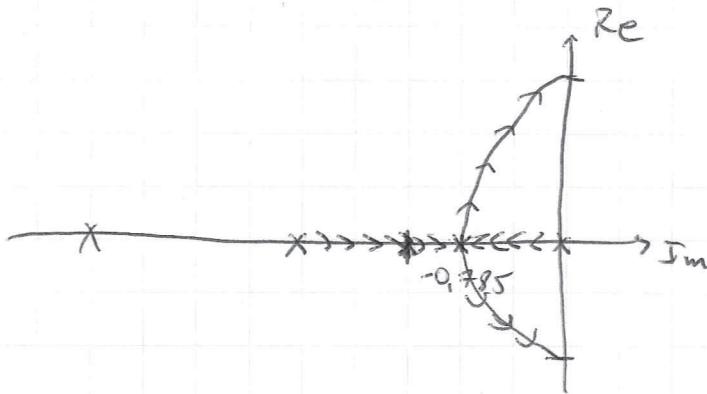
$$a = s^3 + 5s^2 + 6s$$

$$b = 1$$

$$\Rightarrow 3s^2 + 10s + 6 - (s^3 + 5s^2 + 6s) \cdot 0 = 0$$

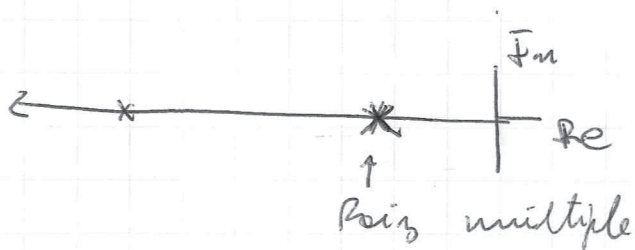
$$s = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 3 \cdot 6}}{6} = \frac{-10 \pm 5,29}{6} \Rightarrow \begin{aligned} s_1 &= -0,785 \checkmark \\ s_2 &= -2,55 \times \end{aligned}$$

$s_2$  no está en la porción real del LGR  $\Rightarrow$  no move



¿? de salida de raíz múltiple

Se considera la situación donde los polos  $p_1$  y  $p_2$  están en  $s = -0.785$



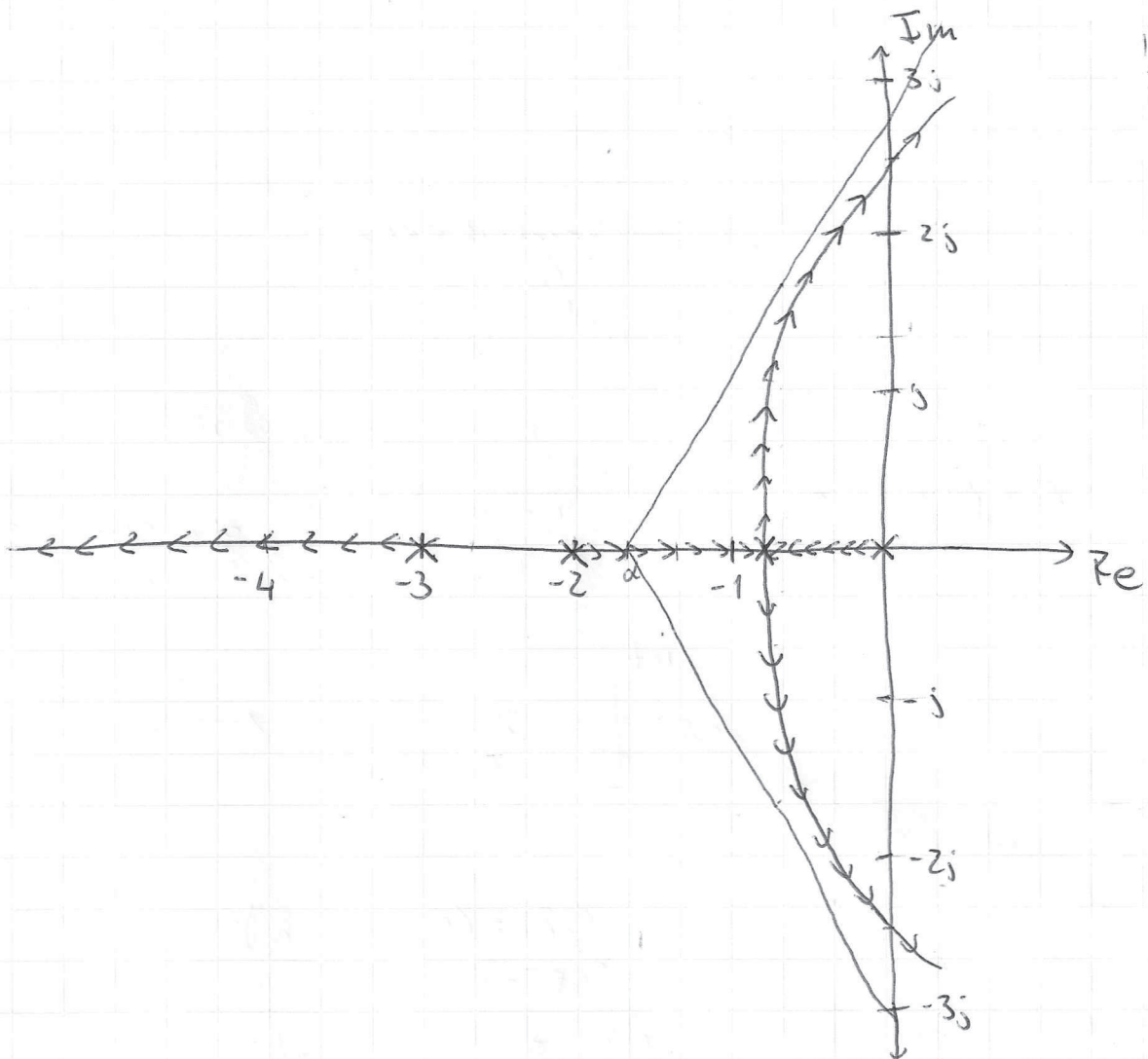
$$\angle: -(\phi + \phi + 0) = 180$$

$$\Rightarrow \phi = -90^\circ$$

análogo para el otro polo.  $\phi = 90^\circ$



PASO 7 Dibayar LGR

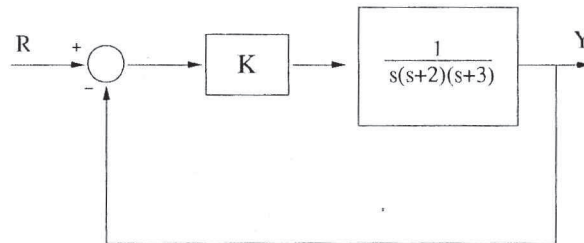


$$\frac{10}{s} = \frac{1}{s}$$
$$N = \frac{10}{s}$$

---

EJERCICIO N°3 - ME4501  
28 Diciembre 2011 - tiempo: 60 min- total 10 pts

[1] (i) Encuentre y dibuje el Lugar Geométrico de las Raíces (LGR) aplicando los 7 pasos vistos en clase.



(ii) Dibuje la condición de diseño  $(\zeta, \omega_n) = (0, 2)$  e indique, en forma gráfica y analítica, la porción del LGR que la satisface.

(iii) Encuentre el rango de ganancia  $K$  que la satisface.

(iv) Encuentre los polos de lazo cerrado cuando  $K = 30$ .