EJERCICIO 2 ME55A FUNDAMENTOS DE CONTROL DE SISTEMAS
MARTES 30 DE SEPTIEMBRE DE 2003

Problema 1

Use el criterio de Routh para determinar en qué rango de K todas las raíces de la siguiente polinomial caen en el lado izquierdo del plano-s

$$s^5 + 5s^4 + 10s^3 + 10s^2 + 5s + K = 0$$

Problema 2

- En un sistema retroalimentado se tiene que G(s) corresponde a:

$$G(s) = \frac{s-2}{(s-1)(s+4)}$$

Además el controlador del sistema retroalimentado es:

$$D(s) = \frac{K(s+1)}{s}$$

Se pide:

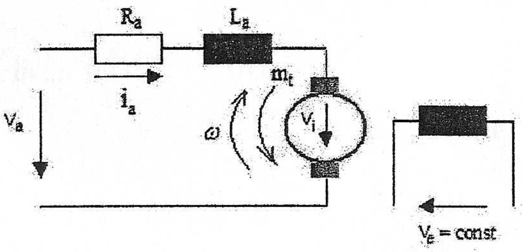
- Analizar la estabilidad del sistema abierto.
- Determinar la estabilidad del sistema retroalimentado, determine el valor de K (si existe).
- ¿De que tipo de control se trata? ¿Qué tipo de control sugiere para dicho sistema retroalimentado? ¿Por qué?

Problema 3

Armadura de un motor DC
El motor DC convierte energía eléctrica en energía mecánica.
El output del motor DC es la velocidad angular ω, el input son el voltaje de la armadura V_a y el Torque M_t en el eje del motor. El voltaje V_e que excita el sistema es constante. La resistencia asociada a la parte rotatoria del motor (armadura, rotor) es R_a, y su inductancia es L_a. La inercia al torque es Θ, y la corriente de armadura I_a.
El voltaje V_e produce una corriente constante de excitación I_e en el estator del motor (la parte que no se mueve). Esta última crea un flujo constante φ (proporcional a I_e). Además la corriente de armadura I_a desarrolla un flujo en la armadura. La interacción entre dichos flujos genera un momento inverso al torque, esta diferencia de momentos (de acuerdo al principio de Lenz) induce un voltaje $V_i = k_1\varphi\omega$ (en los carbones del motor).
Se pide:

- Escribir la ecuación para V_a y la ecuación mecánica del motor DC.
- De la ecuación(es) del sistema construya el Diagrama de Bloque correspondiente.
- Determine las funciones de transferencia para:
  - output: ω input: V_a
  - output: ω input: M_t

Fig. 1 Motor DC



Ejercicio #2   Martes 30 de Septiembre de 2003   Aux: Juan Pablo Torres C.

P1] Use Routh p' det rango de $K \Rightarrow$ raíces de $p(s)$ "caigan" en l-s del Π_s

$$p(s) = s^5 + 5s^4 + 10s^3 + 10s^2 + 5s + K$$

Sol

Matriz de Routh

s^5:	1	5	10	(0.1
s^4:	5	10	K	(0.1)
s^3:	$\frac{40}{5} = 8$	$\frac{25 - K}{5}$	0	(0.2)
s^2:	$\frac{K+55}{8}$	K		(0.2)
s^1:	$-\frac{(K^2 + 350K - 1375)}{5(K+55)}$	0		(0.2)
s':	K			(0.2)

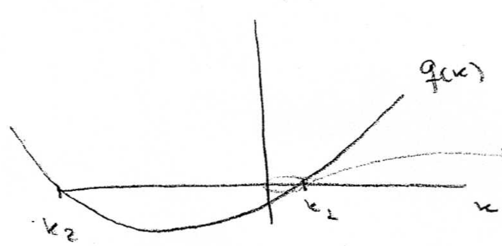
Condición necesaria y suficiente de estab. de Routh: Primera col > 0.

$\Leftrightarrow$ (1) $K > 0$
$\wedge$ (2) $K > -55$
$\wedge$ (3) $\frac{K^2 + 350K - 1375}{5(K+55)} < 0$ (0.5)

Pa' 3) si 2) se cumple entonces basta $\underbrace{K^2 + 350K - 1375}_{q(K)} < 0$

Luego:

. Las raíces de $q(K)$ son
$K_1 = -5(16\sqrt{5} + 35) = -353.$
$K_2 = 5(16\sqrt{5} - 35) = 3.8$



Rango q' satisface (1), (2) y (3)

$\Rightarrow$ Rango buscado $K \in [0, 3.88]$ // (0

P2

a) Sistema abierto: $G(s) = \dfrac{s-2}{(s-1)(s+4)}$

Polos: $p_1 = 1 \longrightarrow$ inestable.
$p_2 = -4$

(0.5)

b) Sistema cerrado. $H(s) = \dfrac{G(s)}{1+G(s)D(s)} = \dfrac{s(s+2)}{s^3+(k+3)s^2-(k+4)s-2k}$ (0.2)

$p(s)$ = Denominador de $H(s)$

Matriz de Routh:

$$
\begin{array}{llll}
s^3 : & 1 & -(k+4) & 0 \\
s^2 : & k+3 & -2k & 0 \\
s^1 : & -\dfrac{k^2+5k+12}{k+3} & 0 & \\
s^0 : & -2k & &
\end{array}
$$

(0.3)

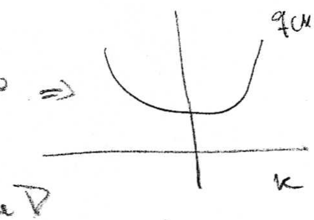
. Condiciones necesarias y suficientes:

1) $k > -3$

$\wedge$ 2) $-2k > 0 \Rightarrow k < 0$

$\wedge$ 3) $\dfrac{k^2+5k+12}{k+3} < 0$ $\longrightarrow$ basta $\underbrace{k^2+5k+12}_{q(k)} < 0$

Pero $q(k)$ no tiene raíces reales $\Rightarrow$



$\Rightarrow \nexists$ un rango de K $\ni$ el sistema sea estable! (0.5)

c) Sí PID $\rightarrow D(s) = K_p \dfrac{T_d s^2 + s + (1/T_I)}{s} = K\dfrac{(s+1)}{s}$ (0.5)

en este caso $T_d = 0$
$T_I = 1$
$K_p = K$.

se sugiere probar alternativas PID, idea anular el polo inestable.

P3

a) · Kirchoff

· Voltaje en la armadura $V_a = I_a R_a + L_a \dfrac{dI_a}{dt} + V_i$

· Voltaje inducido $V_i = K_1 \varphi \omega$

· $\sum M = \Theta \alpha \implies m - m_t = \Theta \alpha$

m_t: Torque en el eje del motor.

$m = K_2 \varphi I_a$.

(0.5)

· Luego las ecuaciones son: (Laplace) [Asumiendo CI = 0]

$$I_{a(s)} = \frac{V_a - K_1 \varphi \omega_{(s)}}{R_a + s L_a}$$

$$V_{a(s)} = I_{a(s)} [R_a + s L_a] + K_1 \varphi \omega_{(s)}$$

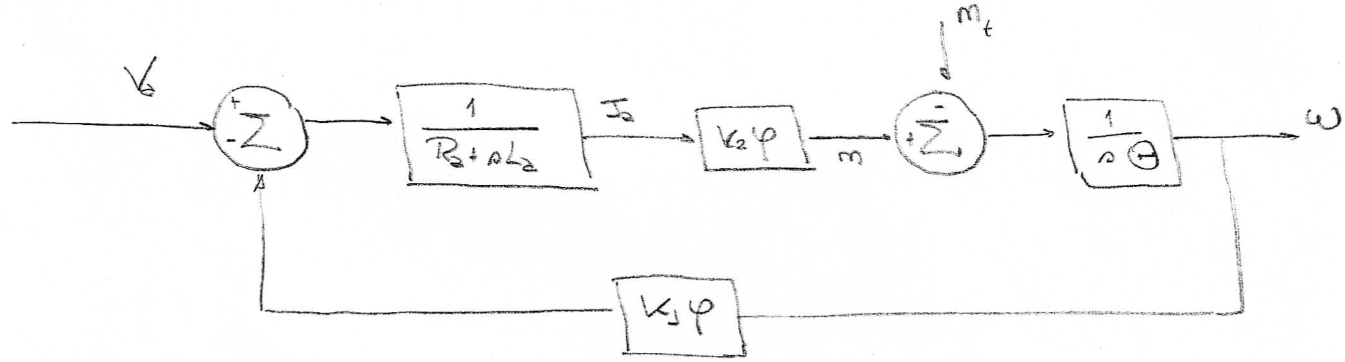
$$K_2 \varphi I_{a(s)} - m_{t(s)} = \Theta s . \omega_{(s)}$$

b) · La diferencia entre V_a y el voltaje inducido $\longrightarrow I_a$

· La interacción entre I_a y $K_2\varphi \longrightarrow m = K_2 \varphi I_a$ [momento inverso]

(0.5)

· La diferencia entre m y $m_t \longrightarrow$ aceleración α



c) Det función de transferencia.

$$H_1 = \frac{w(s)}{V_a(s)} = \frac{\dfrac{k_2\varphi}{\Theta L_a}}{s^2 + s\dfrac{R_a}{L_a} + \dfrac{k_1 k_2 \varphi^2}{\Theta L_a}} = \frac{\dfrac{1}{k_1\varphi}}{s^2 \dfrac{\Theta L_a}{k_1 k_2 \varphi^2} + s\dfrac{\Theta R_a}{k_1 k_2 \varphi^2} + 1} \qquad (0.5)$$

$$H_2 = \frac{w(s)}{m_t(s)} = \frac{-\dfrac{1}{\Theta}\left(s + \dfrac{R_a}{L_a}\right)}{s^2 + s\dfrac{R_a}{L_a} + \dfrac{k_1 k_2 \varphi^2}{\Theta L_a}} = \frac{-\dfrac{R_a}{k_1 k_2 \varphi^2}\left(1 + s\dfrac{L_a}{R_a}\right)}{s^2 \dfrac{\Theta L_a}{k_1 k_2 \varphi^2} + s\dfrac{\Theta R_a}{k_1 k_2 \varphi^2} + 1} \qquad (0.5)$$