

Relaciones entre
Índices de Miller, Distancias
Interplanares y Densidades
Geométricas.

Propiedades de índices de Miller
en cristales del sistema cúbico.

1) Dado un plano (hkl) , los índices de su normal son $[hkl]$. (Para las direcciones la nomenclatura es simplemente vectorial)

2) Para un plano cristalográfico (hkl) de un cristal de parámetro de celda $a[nm]$, la respectiva distancia interplanar d_{hkl} vale:

$$d_{hkl}[nm] = a[nm] / (h^2 + k^2 + l^2)^{1/2}$$

RELACIÓN ENTRE

- ÍNDICES DE MILLER (hkl) ,
- DENSIDAD PLANAR ρ_{hkl}^{2D}

Y

- DISTANCIA INTERPLANAR d_{hkl}

(Para un plano cualquiera del cristal)

- Para los cristales cúbicos, la distancia interplanar d_{hkl} de planos de índices (hkl) vale:

$$d_{hkl} = a / \sqrt{h^2 + k^2 + l^2}$$

donde $a[nm]$ es el parámetro de la celda cúbica.

- Así, para cristales cúbicos:

$$(hkl) \downarrow \leftrightarrow d_{hkl} \uparrow$$

- Por otra parte, como se verá pronto, en un cristal cualquiera dado:

los planos de mayor distancia interplanar, d_{hkl} , son aquellos de mayor densidad planar, ρ_{hkl}^{2D} .

$$d_{hkl} \uparrow \leftrightarrow \rho_{hkl}^{2D} \uparrow$$

- De esta manera, por transitividad, se llega a la siguiente importante conclusión global:

$$(hkl) \downarrow \leftrightarrow d_{hkl} \uparrow \leftrightarrow \rho_{hkl}^{2D} \uparrow$$

Listados de planos cristalográficos

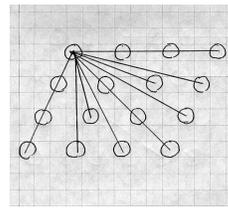
- En un **listado de planos de un cristal** ordenados según índices de Miller crecientes:

los planos también estarán ordenados por distancias interplanares decrecientes y por densidades planares decrecientes.

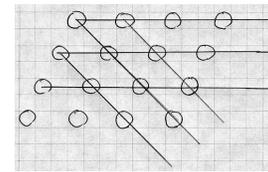
$$(hkl) \downarrow \leftrightarrow d_{hkl} \uparrow \leftrightarrow \rho_{hkl}^{2D} \uparrow$$

Relación entre d_{hkl} y ρ_{hkl}^{2D}

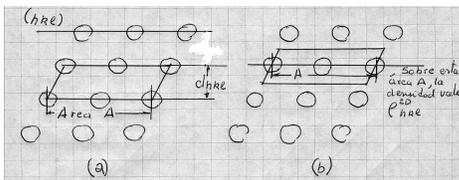
- Considérese un cristal cúbico cualquiera.
- Se demostrará, para un plano cualquiera del cristal, la relación entre la distancia interplanar y la densidad interplanar.
(d_{hkl} versus ρ_{hkl}^{2D}).



Infinitos tipos de planos en un cristal



Un cristal 3D puede ser descrito por el apilamiento adecuado de infinitos planos paralelos de un tipo cualquiera. En la figura se ilustran dos posibilidades.



- Cristal 3D descrito por el ordenamiento de planos (hkl). Ver texto. Se ha definido un volumen de referencia V para el cálculo de densidades.
- Se cumple $V = \text{Base} \cdot \text{Altura} = A \cdot dhkl$. El área A sale de papel.
- El volumen representativo V se ha tomado, sin perder generalidad y para facilitar la comprensión, como un múltiplo entero de volumen de la celda correspondiente.
 - Representación usual del volumen V .
 - Representación desplazada del volumen, también para facilitar la comprensión.

- Dicho volumen V se puede expresar como el producto del área A de la base por la altura de ese volumen, altura que corresponde a d_{hkl} .

- Entonces, reemplazando y reordenando:

$$\rho^{3D} = \frac{[\text{Nro. de átomos}]}{[A \cdot d_{hkl}]} = \frac{[\text{Nro. de átomos} / A]}{[d_{hkl}]}$$

- Pero: $[\text{Nro. de átomos} / A] = \rho_{hkl}^{2D}$

- Finalmente:

$$\rho^{3D} = \rho_{hkl}^{2D} / d_{hkl}$$

- Así, queda demostrada la importante relación:

$$\rho^{3D} = \rho_{hkl}^{2D} / d_{hkl}$$

- En consecuencia, como ρ^{3D} es una constante del cristal:

$$d_{hkl} \uparrow \leftrightarrow \rho_{hkl}^{2D} \uparrow$$

RESUMEN

$$(hkl) \uparrow \leftrightarrow d_{hkl} \downarrow \leftrightarrow \rho_{hkl}^{2D} \downarrow$$

y

$$\rho^{3D} = \rho_{hkl}^{2D} / d_{hkl}$$

INDICES DE LAS PRIMERAS FAMILIAS DE PLANOS CRISTALOGRAFICOS PARA ESTRUCTURAS CUBICAS (n=1)

	Cúbico Simple, C	Cúbico centrado en el cuerpo, CC	Cúbico centrado en las caras, CCC
•	{100}	-	-
•	{110}	{110}	-
•	{111}	-	{111}
•	{200}	{200}	{200}
•	{210}	-	-
•	{211}	{211}	-
•	{220}	{220}	{220}
•	{221}	-	-
•	{300}	-	-
•	{310}	{310}	-
•	{311}	-	{311}
•	{222}	{222}	{222}