Laboratorio N°1 - 2011
MA5703.- Laboratorio de Control Óptimo
MA5303.- Laboratorio de Análisis Numérico de EDP

Profesores.-
MA5703 : Omar Larré, Héctor Ramírez MA5303 : Axel Osses
Auxiliares.-
MA5703 : Félix Carrasco (felix@dim.uchile.cl)
MA5303 : Benjamín Palacios (bpalacios@dim.uchile.cl)

Tema del Laboratorio : Uso de `Matlab`

Descripción : El objetivo de esta primera sesión es probar el sofware `Matlab` . Si está ya familiarizado con él, los primeros 4 ó 5 ejercicios debieran ser fáciles para Ud. Si no está familiarizado, al final se adjunta un pequeño resumen. Los problamas marcados con [*] son de entrega obligatoria.

Parte A. Comandos y cálculo vectorial

Ejercicio 1 Considere los siguientes vectores :

$$u = (1, -1, 2)^T,\ v = (10, -1, 3)^T,\ w = (5, -1, 4)^T.$$

1. Calcule $3u$, $\|u\|_2$, $2u - v + 5w$, $\|2u - v + 5w\|_1$, $\|w - 4v\|_\infty$.
2. Encuentre el ángulo formado por los vectores v y w.

Ejercicio 2 Sean u y v los números complejos :

$$u = 11 - 7i, \quad v = -1 + 3i.$$

1. Calcule el módulo complejo (norma compleja) de u y v, los productos $u\bar{v}$ y $v\bar{u}$, la parte real e imaginaria de $u^3 + v^2$.
2. Sea
$$A = \begin{pmatrix} u & v \\ \bar{u} & \bar{v} \end{pmatrix}.$$
Calcule AA^* y A^*A.

Ejercicio 3 Se definen los vectores u_1, u_2, u_3 y u_4 de $\mathbb{R}^5$ como

$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, u_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -1 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix}, u_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Sea A la matriz cuyas columnas están formadas por los vectores $u_1, \ldots, u_4$. ¿ Cuál es el rango de A? Misma pregunta si reemplazamos u_4 por el vector $(-3, 11, 4, 13, 4)^T$. Encuentre el Kernel de A.

Ejercicio 4 [*] Sean A, B y C las siguientes matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -5 & 3 & 1 \\ -10 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} NaN & -2 & 5 \\ 6 & 1 & -1 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 10 & -5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

1. Intente calcular AB, BA y AB^T.
2. Calcule el determinante e inversas E^{-1} de $E = AA^T$. Verifique si $EE^{-1} = I$.
3. Sea $b = (10, -1, 3)^T$ ¿ Qué significa `x=E\b` ? Verifique si $Ex = b$.
4. Compare `rcond(E)` ? con `eps` ¿Qué significa ?
5. Calcule los vectores y valores propios de la matriz E. ¿ Cuál es el radio espectral de E ?
6. Encuentre la parte real de los vectores propios de la matriz F.

Ejercicio 5 [*] Considere las matrices A y B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -5 & 5 & 1 \\ -10 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 & 7 \\ 6 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

1. Si u es la segunda columna de A y v es la última fila de B, encuentre la matriz uv.
2. Sea $C = AB$. ¿ Qué hacen los siguientes comandos ?

```
C(2:3,1:3)
C(:,1:3)=[]
C(:)
C([2 1],:)
```

3. ¿ Qué hacen los siguientes comandos ?

```
E=A(2:3,1:3)
find(E>0)
if find(E>0) then s=1 end;
```

Parte B. Matrices Sparse

Ejercicio 6 [*] Mediante el uso del comando `kron` construya la siguiente matriz sparse :

$$\begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A \end{pmatrix}$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

estudie su condicionamiento, encuentre su inversa y explique la diferencia entre `full(inv(SSS))` y `inv(SSS)`.

Parte C. Funciones vectoriales

Ejercicio 7 [*] Experimente con las definiciones de funciones en la línea de comandos de `Matlab` .
Específicamente utilice `@(x)` para generar las funciones $\mathbb{1}(x)$ y $\frac{1}{1-x}$.
Utilice los comandos `plot` y `ezplot` para graficar las funciones anteriores en el intervalo $[-2, 2]$.

Los siguientes programas deben ser escritos en un archivo y ser ejecutados desde el campo de comandos de `Matlab` .

Ejercicio 8 Ejecute los siguientes comandos :

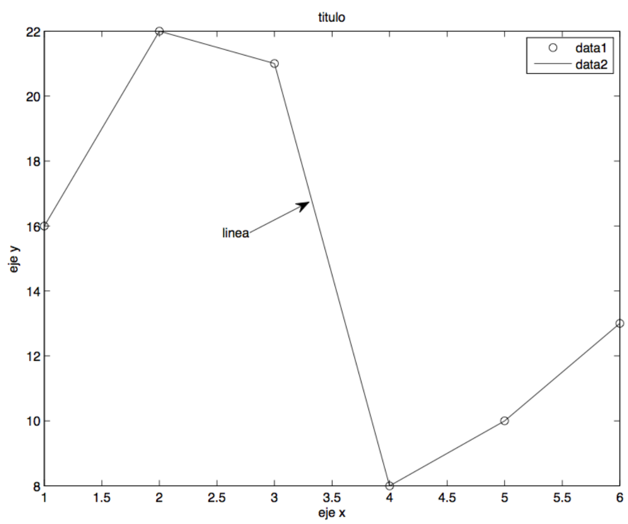
```
x=0.988:0.0001:1.012;
y=f(x);
plot(x,y)
```

definiendo una función en el archivo `f.m` que acepte valores vectoriales, con $f(x) = (x-1)^7$ y $f(x) = x^7 - 7x^6 + 21x^5 - 35x^4 + 35x^3 - 21x^2 + 7x - 1$ ¿Son los gráficos de ambas funciones iguales ? Puede usar los comandos `hold on` y `hold off` para superponer los gráficos.

Ejercicio 9 [*] Escriba una función que reemplace todos los coeficientes $a_{i,j}$ estrictamente positivos de una matriz A por 0 y mantenga el resto intacto. La función debe además retornar los índices i y j de dichos elementos.

Parte D. Gráficos

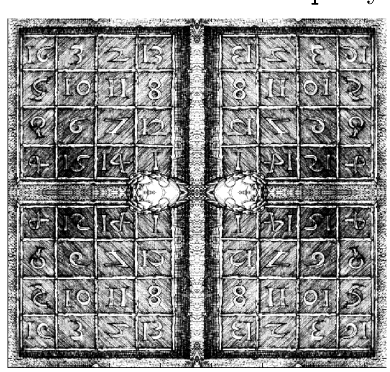
Ejercicio 10 [*] Usando `help plot` encuentre cómo realizar el siguiente gráfico :



Ejercicio 11 A partir de

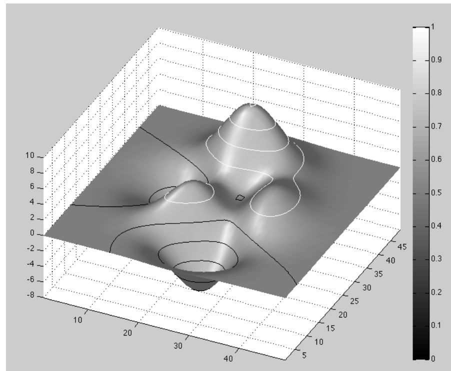
```
load detail
colormap(gray)
image(X)
```

genere la siguiente figura : Indicación : use los comandos `fliplr` y `flipud`.



Ejercicio 12 [*]

a) Usando los comandos `peaks`, `surfl`, `shading interp`, `contour3`, `colormap`, encuentre cómo realizar el siguiente gráfico :



b) Usando `cylinder`, `sphere` y `axis` encuentre cómo realizar la figura :