

## PROGRAMA DE CURSO

Código	Nombre			
MA5303	Laboratorio de Análisis Numérico de Ecuaciones en Derivadas Parciales			
Nombre en Inglés				
Laboratory of Numerical Analysis in Partial Differential Equations				
SCT	Unidades Docentes	Horas de Cátedra	Horas Docencia Auxiliar	Horas de Trabajo Personal
6	10	2	1	7
Requisitos			Carácter del Curso	
MA5301 en paralelo o autorización			Electivo	
Resultados de Aprendizaje				
<p>El objetivo del curso es la comprensión del análisis numérico de EDP a través de la implementación de algoritmos numéricos de resolución de EDP estacionarias y de evolución en el computador. Se implementan en particular métodos de diferencias finitas, elementos finitos y volúmenes finitos en una y dos dimensiones aplicados a fenómenos de transporte y de difusión a través de laboratorios guiados para introducir los conceptos fundamentales y el desarrollo de un proyecto semestral en un ámbito más aplicado y de mayor complejidad.</p>				

Metodología Docente	Evaluación General
<p>Se realiza una clase introductoria la primera semana para introducir los objetivos del laboratorio y el uso del software. El curso se divide en dos actividades principales: laboratorios y proyectos. Los laboratorios son siete y las sesiones frente a computador se realizan semana por medio. Cada sesión de laboratorio consta de dos módulos, esto es, se extiende por tres horas en una sala especialmente equipada. Los laboratorios son guiados o dirigidos a través de una guía de laboratorio para cada sesión sesión, pudiendo extenderse la guía a dos sesiones en algunos casos. Debe presentarse un informe de cada laboratorio la semana después de ser realizados, pudiendo haber también una presentación oral esa semana. Los proyectos son presentados a 1/3 de avance del semestre (semana 5) y consisten en una serie de problemas numéricos entre los cuales los alumnos, quienes se organizan en grupos, deben escoger uno a desarrollar. El curso está diseñado para 6 o 7 grupos. Hay una primera sesión a 2/3 de avance del semestre de presentación del avance de cada proyecto, donde el profesor puede sugerir modificaciones, mejoras y cambios a cada proyecto. Luego, al final del semestre hay una semana completa dedicada a las presentaciones finales de los proyectos (presentaciones de 40 minutos cada una).</p>	<p>La evaluación de los laboratorios está focalizada en la realización de las actividades ya que la asistencia a los laboratorios y la presentación de los informes finales de cada uno de estos es obligatoria. Habrá una nota de laboratorios (NL) que será un promedio ponderado entre la evaluación in situ y la presentación del informe la semana siguiente a cada laboratorio. La evaluación de los proyectos constituirá la nota única de examen (NE) y será un promedio ponderado del avance, presentación final oral e informe final del proyecto. La ponderación entre NE y NL será estipulada por el docente responsable del curso, pero en todo caso deberán aprobarse ambas actividades por separado como es usual.</p>

### Resumen de Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
<b>Lab 1</b>	Introducción.	<b>0.5</b>
<b>Lab 2</b>	Método de Diferencias Finitas	<b>2</b>
<b>Lab 3</b>	Método de las Diferencias Finitas, Dominio Perforado	<b>2</b>
<b>Lab 4</b>	Método de las Diferencias Finitas, Condición CFL	<b>2</b>
<b>Lab 5</b>	Método de los Elementos Finitos, Problema Estacionario	<b>2</b>
<b>Lab 6</b>	Método de los Elementos Finitos, CB Mixtas y Problema de Evolución.	<b>2</b>
<b>Lab 7</b>	Método de los Elementos Finitos 2D/Volúmenes Finitos	<b>2</b>
<b>Proyecto</b>	<i>Temas varios:</i> Ecuación de flujo de la curvatura media y conjuntos de nivel, Ecuación del calor no lineal, El problema de Stokes, Un problema de ondas de superficie libre, Un problema de transmisión.	<b>2.5</b>
	<b>TOTAL</b>	<b>15.0</b>

**Nota sobre compatibilidad:** Este laboratorio está diseñado para ser compatible con otro similar simultáneo para una misma generación. En este caso, la semana introductoria podría ser común. Además, se puede compartir un horario común para las salas de computadores equipadas.

Semana	Módulo presentaciones	Módulos frente a computador
1	Sesión introductoria común (2h)	Laboratorio 1 común (4h)
2	Presentación de proyectos (2h)	Laboratorio 2 (4h)
3	Informe Laboratorio 2 (2h)	<i>Laboratorio 2 paralelo (4h)</i>
4	<i>Informe Laboratorio 2 paralelo (2h)</i>	Laboratorio 3 (4h)
5	Informe Laboratorio 3 (2h)	<i>Laboratorio 3 paralelo (4h)</i>
6	<i>Informe Laboratorio 3 paralelo (2h)</i>	Laboratorio 4 (4h)
7	Informe Laboratorio 4 (2h)	<i>Laboratorio 4 paralelo (4h)</i>
8	<i>Informe Laboratorio 4 paralelo (2h)</i>	Laboratorio 5 (4h)
9	Informe Laboratorio 5 (2h) <i>Avance de proyectos paralelo (2h)</i>	<i>Laboratorio 5 paralelo (4h)</i>
10	Avance de proyectos (2h) <i>Informe Laboratorio 5 paralelo (2h)</i>	Laboratorio 6 (4h)
11	Informe Laboratorio 6 (2h)	<i>Laboratorio 6 paralelo (4h)</i>
12	<i>Informe Laboratorio 6 paralelo (2h)</i>	Laboratorio 7 (4h)
13	Informe Laboratorio 7 (2h)	<i>Laboratorio 7 paralelo (4h)</i>
14	Evaluación Proyectos (2h) <i>Informe Laboratorio 7 paralelo (2h)</i>	Evaluación Proyectos (4h)
15	<i>Evaluación Proyectos paralelo (2h)</i>	<i>Evaluación Proyectos paralelo (4h)</i>

### Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
Lab 1	Introducción.	0.5	
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Parte A. Comandos básicos y cálculo vectorial.</li> <li>Parte B. Funciones vectoriales.</li> <li>Parte C. Gráficos 1d, 2d y 3d.</li> <li>Parte D. Aplicaciones (ver bibliografía).</li> </ul>	El objetivo de esta primera sesión es que el alumno se familiarice con el software matlab. Si el alumno está ya familiarizado con él, los primeros ejercicios debieran ser fáciles y se puede avanzar a los siguientes de mayor complejidad. Si no está familiarizado, debe realizarlos desde el comienzo y leer el pequeño resumen de comandos matlab.	Se recomienda revisar el libro de Moler, C. (disponible en web), en particular el Capítulo 2 sobre ecuaciones lineales y el ejemplo final de PageRank de Google.	

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
Lab 2	Método de Diferencias Finitas	2	
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Parte A. Discretización del Problema.</li> <li>Parte B. Resolución del Sistema Lineal</li> <li>Parte C. Convergencia</li> <li>Parte D. Otras condiciones de borde</li> </ul>	El objetivo de esta sesión es introducir al alumno al método de diferencias finitas mediante un problema sencillo en una dimensión.	Frey, P.	

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
Lab 3	Método de las Diferencias Finitas, Dominio Perforado	2	
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Parte A. Estudio de la ecuación de Poisson</li> <li>Parte B. Aproximación por Diferencias Finitas.</li> <li>Parte C: estudio de dominios curvos.</li> </ul>	El objetivo de esta sesión es aprender a resolver EDP's en 2 dimensiones mediante el Método de las Diferencias Finitas. Se resolverá la ecuación de Poisson en un rectángulo unitario y en un dominio perforado ; además se estudiará la aproximación para condiciones de borde en dominios con curvatura.	Frey, P.	

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
Lab 4	Método de las Diferencias Finitas, Condición CFL	2	
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ul style="list-style-type: none"> <li>Parte A: Ecuación de Transporte y Difusión</li> <li>Parte B: Diferencias finitas y sistema lineal.</li> <li>Parte C: difusión numérica</li> <li>Parte D: condición CFL</li> </ul>		En la presente sesión de laboratorio se pretende que el alumno estude una ecuación de transporte y difusión de evolución mediante el método de las diferencias Finitas, y aplicar los conceptos de difusión numérica y condición CFL.	Frey, P. Para una aplicación en ciencias atmosféricas se recomienda ver Jacobson, M. Cap 5.

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
Lab 5	Método de los Elementos Finitos, Problema Estacionario	2	
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
Parte 1 : Problema estacionario <ul style="list-style-type: none"> <li>Parte A: formulación variacional.</li> <li>Parte B: discretización por elementos finitos.</li> <li>Parte C: sistema lineal y solución numérica.</li> </ul>		En el presente laboratorio se pretende que el alumno estudie y discretice una ecuación de transporte y difusión mediante el método de elementos finitos en el caso estacionario.	Ciarlet, P. Zienkewich, O.C.

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
Lab 6	Método de los Elementos Finitos, CB Mixtas y Problema de Evolución.	2	
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
Parte 2 : Problema estacionario con condiciones de borde mixtas <ul style="list-style-type: none"> <li>Parte A: formulación variacional.</li> <li>Parte B: discretización por elementos finitos.</li> <li>Parte C: sistema lineal y solución numérica.</li> </ul> Parte 3 : Problema de evolución <ul style="list-style-type: none"> <li>Parte A: solución analítica aproximada.</li> <li>Parte B: Estudio del esquema de Crank-Nicolson.</li> </ul>		En el presente laboratorio se continúa el trabajo del laboratorio anterior y el alumno se ve enfrentado primero a cambios en las condiciones de borde y luego a la resolución del problema de evolución original utilizando el método de elementos finitos en espacio y diferencias finitas en tiempo.	Ciarlet, P. Zienkewich, O.C.

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
Lab 7	Método de los Elementos Finitos 2D/Volúmenes Finitos	2	
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ul style="list-style-type: none"> <li>Parte 1 : Descripción del paquete de programas básico</li> <li>Parte 2 : Formulación Teórica del Problema</li> <li>Parte 3 : resolución numérica y aplicación a un problema inverso</li> </ul> <p>*También es posible reemplazar este laboratorio por uno de volúmenes finitos en una malla hexagonal.</p>		El alumno aprende a usar el método de los elementos finitos para resolver el problema en malla no estructurada con rutinas MATLAB. Se utilizarán 2-simplex de tipo 1. Para ello se proveen las rutinas que resuelven el problema $\Delta u + u = f$ con condiciones de borde tipo Dirichlet o Neumann homogéneas, en un dominio correspondiente a un cuarto de un círculo.	Ciarlet, P. Zienkewich, O.C.

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
Proyectos	Temas varios	2.5	
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<p>Al inicio del semestre se presentan a los alumnos los proyectos disponibles. Se les pide a los alumnos que seleccionen uno que se ajuste más a sus intereses. Los proyectos se pueden realizar en grupos pequeños. Ejemplos de temas de proyectos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Ecuación de flujo de la curvatura media y conjuntos de nivel</li> <li>Ecuación del calor no lineal</li> <li>El problema de Stokes</li> <li>Un problema de ondas de superficie libre</li> <li>Un problema de transmisión</li> <li>Un problema de elasticidad</li> </ul>		Se espera que el alumno desarrolle con su grupo un proyecto numérico el que deberá presentar en un primer avance a mediados de semestre y luego en una presentación final con los resultados obtenidos. El alumno a través del proyecto aplicará los conocimientos teóricos y numéricos aprendidos a un problema de mayor complejidad.	Ciarlet, P. Frey, P. Girault, G.; Raviart, P.-A. Temam, R. Zienkewich, O.C.

Bibliografía
<ul style="list-style-type: none"> <li>Philippe G. Ciarlet, The Finite Element Method for Elliptic Problems, North Holland, Amsterdam, 1978.</li> <li>Pascal Frey. Numerical Analysis of PDEs, notes du cours.</li> <li>Vivette Girault, Pierre-Arnaud Raviart, Finite Element Methods for Navier–Stokes Equations: Theory and Algorithms, Springer, New York, 1986.</li> <li>Roger Temam, Navier-Stokes Equations: Theory and Numerical Analysis, 2nd ed, AMS Chelsea Publishing, Providence, 2001.</li> <li>O. C. Zienkewich and R.L. Taylor, The finite element method for solid and structural mechanics. 6th ed. Elsevier, Amsterdam, 2005.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cleve V. Moler, Numerical computing with matlab, SIAM, Philadelphia, 2004. Disponible en web: <a href="http://www.mathworks.com/moler/chapters.html">http://www.mathworks.com/moler/chapters.html</a></li> <li>• Mark Z. Jacobson, Fundamentals of Atmospheric Modeling. 2nd ed. Cambridge University Press, Cambridge, 2005.</li> </ul>
---

Vigencia desde:	2009-2
Elaborado por:	Material generado 2009-2 por Nicolás Carreño y Cristóbal Quiñinao bajo la supervisión de los Profesores Pascal Frey y Axel Osses.
Revisado por:	Axel Osses (Jefe Docente)