

Auxiliar 6 MA3403

Probabilidades y Estadística

Profesor: Roberto Cortez M.
Auxiliares: Ángel Pardo, Alfredo Torrico
25 de Noviembre de 2011

P1. (Control 2 Otoño 2011)

Una persona dispara con arco y flecha a un blanco. Si la flecha llega a menos de 5cm del centro, se asignan 10 puntos; si está a más de 5cm y a menos de 15cm, se le asignan 5 puntos; y si está a más de 15cm y menos de 25cm, se le asignan 3 puntos. En otro caso, no se asignan puntos. Calcule la cantidad esperada de puntos si se sabe que la distancia de la flecha al centro del blanco se distribuye uniformemente entre 0cm y 50cm.

P2. (Control 2 Otoño 2011)

Sean $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $Y \sim N(\nu, \tau^2)$ variables aleatorias independientes. Usando la f.g.m. y sus propiedades muestre que $Z := X + Y \sim N(\mu + \nu, \sigma^2 + \tau^2)$. Recuerde que si W es normal entonces su f.g.m. es $e^{tE(W) + \frac{1}{2}t^2 \text{var}(W)}$.

P3. (Control 2 Primavera 2010)

Sea X una variable aleatoria con distribución de *Laplace* de parámetros $\mu \in \mathbb{R}$ y $b > 0$, es decir, su densidad está dada por

$$f_X(x) = \frac{1}{2b} e^{-\frac{|x-\mu|}{b}}$$

- Muestre que la función generadora de momentos de X es $M_X(t) = e^{\mu t} / (1 - b^2 t^2)$ para $|t| < 1/b$.
- Calcule la esperanza y varianza de X .
- Suponiendo $\mu = 0$, calcule la densidad de $|X|$. ¿Qué variable conocida es $|X|$?

P4. (Control 1 Otoño 2011)

- Sean $X \sim \text{geom}(p)$ e $Y \sim \text{geom}(q)$ independientes. Muestre que $\min X, Y \sim \text{geom}(p + q - pq)$. Interprete. Indicación: trabaje con $\mathbb{P}(X > k)$ en lugar de $\mathbb{P}(X = k)$; ídem para Y .
- Sean $X \sim \text{bin}(n, p)$ e $Y \sim \text{bin}(m, p)$ independientes. Muestre que $X + Y \sim \text{bin}(n + m, p)$. Interprete. Indicación: para calcular $\mathbb{P}(X + Y = k)$, particione en los posibles resultados de X y utilice la identidad

$$\sum_{i=0}^k \binom{m}{k-i} \binom{n}{i} = \binom{n+m}{k}$$