

MA2601-2: ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS
CLASE AUXILIAR 2

1. **Ley de enfriamiento de Newton:** Cuando las diferencias de temperatura entre un cuerpo y el ambiente es pequeña, el calor transferido en una unidad de tiempo entre el cuerpo y la atmósfera es proporcional a la diferencia de temperatura entre el cuerpo y el ambiente.

a) En base a la ley de enfriamiento, determine la relación entre la temperatura del mar $T(t)$ y la temperatura del ambiente $T_A(t)$. Modele esta situación como una EDO, y resuélvala suponiendo que $T_A(t)$ es constante igual a T_A , y que $T(0) = T_0$.

b) Ahora suponga que la temperatura del ambiente T_A varía de manera periódica en el tiempo, es decir,

$$T_A(t) = T_A^0 + A \sin(\omega t)$$

donde ω es la frecuencia con que oscila. Encuentre la expresión en función del tiempo que determina la temperatura del mar.

2. **La corriente del Niño:** Se puede modelar la intensidad $u(t)$ de las corrientes cálidas del Océano Pacífico en la dirección del Oeste al Este mediante la EDO siguiente:

$$u'(t) = \sigma \Delta T - k(u(t) - v(t))$$

para $t > 0$. Las constantes σ y k son positivas, ΔT es la diferencia de temperatura del mar entre el Oeste y el Este, y

$$v(t) = A(1 + \sin(\omega t))$$

con $A > 0$ y $\omega > 0$. La función v expresa la intensidad de las contra-corrientes de Este al Oeste debidas al viento. Supongamos que $\Delta T > 0$:

a) Resolviendo la EDO, encuentre u .

b) Pruebe que, independientemente de la condición inicial, $u(t) > 0$ para un tiempo suficientemente grande. Esto se puede interpretar como un sobrecalentamiento de las costas al Este en Sudamérica.

3. Considere la ecuación de Bernoulli:

$$y' + p(x)y = q(x)y^n$$

con $n \notin \{0, 1\}$. Haciendo el cambio de variable $z = y^{1-n}$, reduzca la EDO anterior a una lineal de 1er orden no homogénea, y resuelva esta última. Deshaciendo el cambio de variables, encuentre y . Aplique este método para resolver $y' - 2xy = xy^3$.

4. Resuelva las siguientes EDO's:

a) $xy' + y = xe^x$

b) $y' + y \cos(x) = \sin(x) \cos(x)$

c) $x^3y' - xy = e^{-\frac{1}{x}}$, para $x > 0$.

d) $y' = \frac{y^2 - 2x^2}{xy}$

e) $y' = \frac{x + y}{x - y}$