MA2601-2 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, Semestre 2011-02
Profesor: Hector Olivero
Auxiliares: Benjamín Obando - Victor Verdugo

Clase Auxiliar I

14 de octubre de 2011

P1. Encontrar la familia de todas las curvas que intersectan de manera perpendicular a la familia de rectas que pasan por el origen.

P2. Dos sustancias A y B seran mezcladas en un tercer compuesto C. Para estas sustancias se cumple la siguiente ley

> *el aumento en la cantidad "$y(t)$"del compuesto C es proporcional al producto de las sustancias A y B no transformadas aun.*

Suponga que para producir una unidad de C son necesarias una unidad de A y una de B. Las cantidades iniciales son a, b y 0 de A, B y C respectivamente. Encuentre una ecuacion diferencial para el aumento en la cantidad del compuesto, resuelvala y estudie los casos limites.

P3. Sean $y(t)$ la cantidad de individuos de una poblacion en un tiempo $t > 0$ con $y(0) = y_0$. Se supone que si dos inconformistas tienen descendencia, esta tambien sera inconformista. Ademas, una proporcion fija $r \in (0,1)$ de los hijos del resto de la poblacion se vuelven incorformistas. Las tasas de natalidad y mortalidad son $n > 0$ y $m > 0$. Sea $z(t)$ la cantidad de inconformistas en el tiempo t con $z(0) = z_0$ entonces

$$\begin{cases} y'(t) = (n-m)y(t) \\ z'(t) = (n-m)z(t) + nr(y(t) - z(t)) \end{cases}$$

Resuelva el sistema anterior utilizando una variable auxiliar $p(t) = \frac{z(t)}{y(t)}$. Estudie que pasa con el incorformismo en la poblacion ¿Se volveran todos incorformistas alguna vez?.

P4. Un estanque de capacidad Ω litros contiene inicialmente Ω_0 litros de una solucion salina de concentracion ϵ_0 gramos por litro. En $t = 0$ entra por la parte superior del estanque una solucion de concentracion ϵ_1 gramos por litro a una velocidad de v_1 litros por minuto. Al mismo tiempo, por la parte inferior del estanque, empieza a salir solucion a v_2 litros por minuto. Cuando el estanque llega a la mitad de su capacidad (la cantidad de solucion va aumentando) se abre una segunda llave que deja escapar solucion a v_3 litros por minuto. Determine la cantidad de sal (en gramos) dentro del estanque para todo instante t (en minutos) inferior a N horas. Note que se debe cumplir $\Omega_0 < \frac{\Omega}{2}$ y $V(t) < \Omega \forall t \in [0; 60N]$(el tiempo t esta en minutos).