Clase Auxiliar 11: Cálculo Avanzado y Aplicaciones

Profesor: Hector Ramirez
Auxiliares: Emilio Vilches & Roberto Castillo

27 de Diciembre de 2011

P1. Resuelva la ecuación de Helmholtz

$$\Delta u + u = 0$$

en la región $\Omega = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 2\}$ con condiciones de borde

$$u(x, 0) = u(0, y) = u(1, y) = 0 \quad \text{y} \quad u(x, 2) = x(1 - x), \quad \forall (x, y) \in \Omega.$$

P2. a) Calcule la serie de Fourier de $f(x) = x^2$ en $[-1, 1]$.

b) Demuestre que

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

c) Calcule

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$$

P3. Calcule la serie de Fourier de

$$f(x) = 1$$

en $[-1, 1]$.

P4. Resuelva la ecuación

$$\begin{cases} x''(t) + x(t) = t \\ x(0) = x(1) = 0 \end{cases}$$

INDICACIÓN: Desarrolle en serie de Fourier t y después suponga que $x(t)$ posee serie de Fourier.