MA2001-2- Cálculo en Varias Variables.
Profesor: José Aliste - Natacha Astromujoff.
Auxiliares: José Méndez - Sebastian Cea.

Auxiliar 4

9 de Noviembre de 2011

P1. Considere:

$$f(x,y)=\begin{cases} \frac{x^2y}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

a) Muestre que f es continua en $(0,0)$

b) Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$ en todo punto $(x,y)\in\mathbb{R}^2$

c) ¿Es f diferenciable en (0,0)?

d) ¿Es $\frac{\partial f}{\partial x}$ continua en $(0,0)$?, ¿y $\frac{\partial f}{\partial y}$?

e) ¿Es f diferenciable en $(x,y)\neq(0,0)$?

P2. Considere la función $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y)=\begin{cases} \frac{x sin(xy)}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

a) Muestre que f es diferenciable en todo punto $(x_o,y_o)\neq(0,0)$

b) Muestre que f es continua en $(0,0)$

c) Calcule (cuando existan) las derivadas direccionales $f'((0,0);(e_1,e_2))$ con (e_1,e_2) unitario

d) Determine si la función es diferenciable en $(0,0)$

P3. **a)** Sea $f(x,y)=(xy)^{1/3}$. Usando la definición de derivada direccional, pruebe que $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)=0$ y $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$ Además muestre que $e_1,-e_1,e_2,-e_2$ (los vectores canónicos) son las únicas direcciones en las cuales la derivada en $(0,0)$ existe.

b) sea $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una función que es continua en 0, pero no es derivable en ningún punto. A partir de g se define $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ dada por $f(x,y)=g(x)y$

i) Calcule las derivadas parciales de f en todo punto de $\mathbb{R}^2$

ii) ¿Es f diferenciable en $(0,0)$? Demuéstrelo

P4. MIX Control 1:

a) Sea $A=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2/(x-1)^2+y^2=\frac{1}{4}, x<1\right\}$. Determine $int(A)$, $adh(A)$, $Fr(A)$ ¿Es A abierto? ¿Es A cerrado?

b) Si A es compacto y B cerrado, entonces $A+B=\{x+y/x\in A, y\in B\}$ es cerrado. (Nota: si $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ y $(x_n+y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ convergen, entonces $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge)

c) Considere $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y)=\begin{cases} \frac{xy^3}{x^3+y^3} & \text{si } x\neq -y \\ 0 & \text{si } x=-y \end{cases}$$

¿Es f continua en (x_o,y_o) con $x_o\neq -y_o$? ¿y si $x_o=-y_o$? ¿que pasa en (0,0)?