

CLASE AUXILIAR: CÁLCULO EN VARIAS VARIABLES

RAÚL URIBE & BRAULIO SANCHEZ & EMILIO VILCHES

2 DE NOVIEMBRE DE 2011

P1. Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Estudiar la Continuidad de f .
- b) Probar que $\frac{\partial f}{\partial x}$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$ existen para todo punto de $\mathbb{R}^2$, aunque no son continuas en $(0, 0)$.

P2. Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Estudie la continuidad de f .
- b) Calcule $\nabla f(0, 0)$.
- c) Probar que f es diferenciable en $(0, 0)$.
- d) Probar que $\frac{\partial f}{\partial x}$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$ no son continuas en $(0, 0)$.

P3. Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{(x^2-y^2)}{x^2+y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Demuestre que $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0, 0)$.