MA1101-06 Semestre Primavera 2011
Profesor Cátedra: Mauricio Telias
Profesores Auxiliares: Pedro Montealegre - César Vigouroux

Auxiliar # 11

Lunes 26 de Diciembre

P1. Sea $T : \mathcal{M}_{2,2}(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_{2,2}(\mathbb{R})$ tal que $T(A) = (A + A^t)/2$

1. Pruebe que T es lineal. Calcule $\ker(T)$ y $\dim Im(T)$
2. Considere la siguiente base de $\mathcal{M}_{2,2}(\mathbb{R})$:

$$\beta = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

   Calcule la matriz representante de T cuando la base en el espacio de partida y de llegada es β
3. Usando las matrices de pasaje, encuentre la matriz representante de T cuando la base en el espacio de partida y de llegada es la base canónica.

P2. Considere el conjunto $\beta \subseteq \mathbb{R}^4$, dado por:

$$\beta = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Sea $T : \mathbb{R}^4 \longmapsto \mathbb{R}^4$ una transformación lineal tal que:

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ y } \ker(T) = \mathbb{I}mT$$

1. Pruebe que β es una base de $\mathbb{R}^4$.
2. Encuentre una base de $\ker(T)$
3. Calcule la matriz representante de T c/r a la base β en la partida y en la llegada.
4. Calcule la matriz representante de T c/r a la base canónica en la partida y en la llegada.

P3. Sea E un e.v. sobre $\mathbb{K}$. Sean V, W s.e.v. de E tales que $V \cap W = \{0\}$ y $S : V \longmapsto W$ una transformación lineal. Definimos $T : V \oplus W \longmapsto W$ por:

$$T(x) = S(x_v) + x_w, \text{ donde } x = x_v + x_w, \text{ con } x_v \in V, x_w \in W$$

.

1. Pruebe que T está bien definida como función y que es lineal.
2. Si $\beta_V = \{v_1, \ldots, v_m\}$ y $\beta_W = \{w_1, \ldots, w_m\}$ son bases de V y W respectivamente, pruebe que $\beta_{VW} = \beta_V \cup \beta_W$ es una base de $V \oplus W$.
3. Si A_S es la matriz representante de S c/r a las bases β_V y β_W, calcule la matriz representante de T c/r a las bases β_{VW} y β_W.
4. Pruebe que $\{v_1 - S(v_1), \ldots, v_n - S(v_n)\}$ es una base de $\ker(T)$.
5. Pruebe que T es epiyectiva. Indicación: use T.N.I.

P4. Denotemos por $\mathcal{P}_2$ el espacio vectorial de los polinomios con coeficientes en $\mathbb{R}$ de grado menor o igual que 2 y sea β la base canónica $\{1, x, x^2\}$ de este espacio. Considere

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Encuentre la base β' de $\mathcal{P}_2$ tal que Q sea la representante de la identidad de $\mathcal{P}_2$ con β' en $\mathcal{P}_2$ con β
2. Sea $T : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal cuya matriz representante con respecto a las bases β en $\mathcal{P}_2$ y canónica en $\mathbb{R}^3$ es la matriz
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
Calcule la matriz representante de T con respecto a las bases β' en $\mathcal{P}_2$ y canónica en $\mathbb{R}^3$.
3. Calcule $\dim \ker T$ y el rango de T