MA1101-06 Semestre Primavera 2011
Profesor Cátedra: Mauricio Telias **Profesores Auxiliares:** Pedro Montealegre - César Vigouroux

Auxiliar # 9

Martes 20 de Diciembre

P1. Sean la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $\Psi : M_{2\times 2}(\mathbb{R}) \longmapsto M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ la tranformación lineal cuya matriz representante c/r a la base canónica es A.

a) Determine la forma general de Ψ, ie, encuentre la matriz $B = \Psi(A) \in M_{2\times 2}(\mathbb{R})$, para cualquier $A \in M_{2\times 2}(\mathbb{R})$

b) Encuentre bases de $\ker(\Psi)$ e $\mathbb{I}m(\Psi)$

P2. Sean $V = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ el e.v. de los polinomios de grado menor o igual a 2 a coeficientes reales y $U = S_{2\times 2}(\mathbb{R})$ el de las matrices simétricas de tamaño 2. Sea $T : U \longmapsto V$ definida por:

$$T(S) = T\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = b + (a+c)x + 2ax^2,\ \forall S \in U$$

. Considere las bases $\beta_U = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ y $\beta_V = \{1, x, x^2\}$

a) Calcule A, la matriz representante de T con respecto a las bases β_U en la partida y β_V en la llegada.

b) Encuentre la transformación lineal Φ cuya matriz representante es A^t.

P3. Considere el conjunto $\beta \subseteq \mathbb{R}^4$, dado por:

$$\beta = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Sea $T : \mathbb{R}^4 \longmapsto \mathbb{R}^4$ una transformación lineal tal que:

$$T\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, T\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},\ \text{y}\ \ker(T) = \mathbb{I}mT$$

a) Pruebe que β es una base de $\mathbb{R}^4$.

b) Encuentre una base de $\ker(T)$

c) Calcule la matriz representante de T c/r a la base β en la partida y en la llegada.

d) Calcule la matriz representante de T c/r a la base canónica en la partida y en la llegada.

$\boxed{\text{P4.}}$ Sea E un e.v. sobre $\mathbb{K}$. Sean V, W s.e.v. de E tales que $V \cap W = \{0\}$ y $S : V \longmapsto W$ una transformación lineal. Definimos $T : V \oplus W \longmapsto W$ por:

$$T(x) = S(x_v) + x_w, \text{ donde } x = x_v + x_w, \text{ con } x_v \in V, x_w \in W$$

.

a) Pruebe que T está bien definida como función y que es lineal.

b) Si $\beta_V = \{v_1, \ldots, v_m\}$ y $\beta_W = \{w_1, \ldots, w_m\}$ son bases de V y W respectivamente, pruebe que $\beta_{VW} = \beta_V \cup \beta_W$ es una base de $V \oplus W$.

c) Si A_S es la matriz representante de S c/r a las bases β_V y β_W, calcule la matriz representante de T c/r a las bases β_{VW} y β_W.

d) Pruebe que $\{v_1 - S(v_1), \ldots, v_n - S(v_n)\}$ es una base de $\ker(T)$.

e) Pruebe que T es epiyectiva. Indicación: use T.N.I.