Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniera Matemática
7 de Noviembre de 2011

Auxiliar Nº2 MA1102: Resolución de problemas Lineales

Profesor: Iván Rapaport.
Auxiliares: Pedro Montealegre, Avelio Sepúlveda.

P1. Encuentre la inversa de la matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

P2. Encuentre la descomposición LU y LDU de la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 7 \\ -1 & -3 & -1 \end{bmatrix}$$

P3. Considere el siguiente sistema lineal:

$$\begin{array}{lllll} x_1 & +2x_2 & +3x_3 & -x_4 & =\beta \\ -x_1 & +x_2 & & +x_4 & =\beta^2 \\ & 3x_2 & +3x_3 & +\alpha x_4 & =0 \\ 2x_1 & +x_2 & +(\alpha+3)x_3 & -2x_4 & =-2 \end{array}$$

Determine los valores y condiciones para que los parametros α y β de modo que el sistema :

(a) Tenga infinitas soluciones

(b) No tenga solución

(c) Tenga solución única.

P4. Considere los vectores $u, v \in \mathbb{R}^n\{0$. Se define la matriz $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ por $A = uv^t$.

(a) Pruebe que $(\forall x \in \mathbb{R}^n) Ax = 0 \iff v^t x = 0$

(b) Encuentre el número de variables libres en la resolución del sistema Ax=0 ¿ Es A invertible?

P5. Pruebe que si $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ es tal que $A^2 + A + I = 0$ entonces A es invertible

P6. Suponga que $A, B \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ son tal que $AB = BA$. Pruebe que:

(a) $A^n B = B^n A$, $\forall n \in \mathbb{N}$

(b) $A^t B^t = B^t A^t$

(c) Y si A y B son invertibles. $A^{-1}B^{-1} = B^{-1}A^{-1}$