MA1102-3- Algebra Lineal.**Profesor:** Iván Rapaport.**Auxiliares:** Pedro Montealegre B, Avelio Sepúlveda.

Auxiliar 1

24 de Octubre de 2011

P1. Sea $J \in M_{nn}(\mathbb{R})$ tal que $J = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$ y $e = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$

1. Pruebe que $Je = ne$ y $J^2 = nJ$.
2. Sea $\alpha \neq \frac{1}{n}$. Calcule β tal que $(I - \alpha J)^{-1} = I + \beta J$
3. Sea $\alpha = \frac{1}{n}$. Pruebe que $(I - \alpha J)e = 0$

P2. 1. Demuestre que si una matriz cuadrada A verifica $A^k = I$ para algún natural $k \geq 1$, entonces A es invertible y determine su inversa.

2. Encuentre todas las matrices de la forma $A = \begin{bmatrix} x & y \\ 0 & z \end{bmatrix}$ que cumplen $A^2 = I$ ($x, y, z \in \mathbb{R}$)

P3. Sea $K \in M_{nn}(\mathbb{R})$ invertible tal que $K^t = -K$ y $I - K$ es invertible. Si $B = (I + K)(I - K)^{-1}$, demuestre que $B^t B = BB^t = I_n$

P4. Encuentre los valores de $x_1, \dots, x_6$ tales que:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 2 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -2 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -3 & 5 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ 4 \\ -3 \\ 8 \end{bmatrix}$$

P5. Considere el siguiente sistema lineal:

$$\begin{aligned} x_1 + ax_2 - x_3 &= 1 \\ -x_1 + (a-2)x_2 + x_3 &= b \\ 2x_1 + 2x_2 + (a-2)x_3 &= a \end{aligned}$$

Determine los valores o condiciones para los parámetros a y b de modo que el sistema:

1. Tenga infinitas soluciones
2. No tenga solución
3. Tenga solución única