

## Auxiliar 2-Enunciado

Profesor: Fernando Ordóñez

Auxiliar: Renaud Chicoisne

**Ejercicio 4.18**

**Unit length network** Supongamos que todos los arcos de un a red  $G$  tienen largo 1. Mostrar que el algoritmo de Dijkstra examina los nodos de esta red en el mismo orden que el *breadth-first search algorithm*. Por lo tanto, mostrar que es posible resolver el problema de camino más corto en esta red en tiempo  $O(m)$

**Ejercicio 4.21**

**Verdadero/falso** Cuales de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuales son falsas?

- (a) Si todos los arcos de un grafo tienen costos distintos, la red tiene un único árbol de caminos mínimos.
- (b) En un grafo dirigido con largos de arcos positivos, si se elimina la dirección de cada arco (ie: volverlo no dirigido), las distancias de los caminos más cortos no cambian.
- (c) En un problema de camino más corto, si cada arco mide  $k$  unidades más, las distancias de los caminos más cortos suben por múltiplos de  $k$ .
- (d) Entre todos los caminos más cortos de una red, el algoritmo de Dijkstra encuentra siempre el camino más corto con el menor número de arcos.

**Ejercicio 5.10**

**In-tree of shortest paths** Un *In-tree* de caminos más cortos es un árbol dirigido que tiene su raíz en algún nodo  $t$  para lo cual el camino de cualquier nodo  $i$  que contiene hasta  $t$  es un camino más corto . Modificar el algoritmo generico de *label-correcting* que produce tal árbol.

**(BONUS: Truco Tarea) One-to-subset Dijkstra** Sea  $G = (A, N)$  un grafo dirigido. Suponga que los costos de los arcos satisfacen:

$$c_{ij} \geq 0, \forall (i, j) \in A.$$

Considere el problema de rutas mínimas uno-a-todos resuelto con algún método de Label Setting, pero en el que sólo se está interesado en conocer la ruta más corta del nodo 1 a un subconjunto  $T$  de nodos. Sea:

$$\bar{c} = \min\{c_{it} : (i, t) \in A, t \in T\}.$$

Si  $\bar{c} > 0$ , demuestre que se puede detener el método cuando uno de los nodos  $k$  de mínima etiqueta en la lista  $V$ , tiene una etiqueta  $d_k$  que cumple:

$$d_k + \bar{c} > \max\{d_t : t \in T\}$$