IN780 Profesor: Juan Escobar

Primavera 2011 Auxiliares: Sebastián Vergara

Tarea 4

Entrega: Viernes 13 de enero a las 11:30

1. Encuentre *todos* (pero todos!) los ENEM de los siguientes juegos.

   a. Batalla de los sexos:

	S	O
S	$1,2$	$0,0$
O	$0,0$	$2,1$

   b. Lanzamientos penales:

	D	C	I
D	$1,0$	$0,1$	$0,1$
C	$0,1$	$1,0$	$0,1$
I	$0,1$	$0,1$	$1,0$

   c. Suponga que $u > w$, $y > m$, $n > v$, $x > z$:

	S	O
S	u,v	m,n
O	w,x	y,z

2. Este es un modelo de competencia de Bertrand con consumidores leales/distraídos/inmóviles/etc. Dos firmas $i = 1,2$ producen un bien homogéneo a un costo por unidad constante igual a $c > 0$. Hay $M = N + 2K$ consumidores, cada uno de los cuales compra 1 unidad o nada. Cada consumidor tiene un valor de reserva igual a $v > c$ y si esta indiferente entre comprar o no comprar ($v = p$) siempre compra. N consumidores compran de la firma con el menor precio (resuelven indiferencias uniformemente). K consumidores son leales a una firma. Ellos compran de la firma a la que son leales siempre, a menos que el precio de la firma sea mayor que v. Asuma que $N, K > 0$.

   a. Muestre que el juego no tiene EN.

   b. Encuentre un ENEM simétrico en que las firmas escogen precios de acuerdo a una distribución F continua con soporte en $[a, v]$, donde $a \in]c, v[$ debe ser determinado.

   c. Discuta las propiedades del equilibrio cuando $\frac{K}{N} \to 0$ y cuando $\frac{K}{N} \to \infty$

3. Considere el juego de matching pennies de la figura

	A	B
A	$1,-1$	$-1,1$
B	$-1,1$	$1,-1$

a. Muestre que el juego no tiene EN. Encuentre *todos* los ENEM

En lo que sigue, intentaremos dar una interpretación alternativa de un ENEM del juego de matching pennies. Para ello, perturbamos el juego suponiendo que a cada jugador le preocupa ue su estrategia sea descubierta por su rival. Más formalmente, sea $\epsilon > 0$ pequeño y para cada perfil de estrategias mixtas $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2)$ suponemos que el pago del jugador i es

$$u_i^*(\sigma) = (1-\epsilon)\bar{u}_i(\sigma) + \epsilon v_i(\sigma_i)$$

donde $\bar{u}_i(\sigma)$ es la utilidad esperada asociada a la extensión mixta del juego de matching pennies y

$$v_i(\sigma_i) = \min_{a_{-i} \in A_{-i}} \{\bar{u}_i(\sigma_i, a_{-i})\}.$$

b. Explique por qué el juego en forma normal $\langle I, (\Delta(A_i))_{i\in I}, (u_i^*)_{i\in I}\rangle$ modela una versión de matching pennies en la que los jugadores estan preocupados por la posibilidad de que su estrategia sea descubierta por su rival.

c. Explique por qué en la definición de v_i, la minimización sobre estrategias puras es sin pérdida de generalidad (en términos de su interpretación en la parte b).

d. Encuentre *todos* los EN del juego en forma normal $\langle I, (\Delta(A_i))_{i\in I}, (u_i^*)_{i\in I}\rangle$.

e. Explique porque esta perturbación del juego original permite dar una nueva interpretación (o justificación) al uso de estrategias mixtas. En particular, relacione su respuesta con la discusión sobre la propiedad de que en cualquier ENEM los jugadores están indiferente entre todas las acciones que escogen con probabilidad positiva.