

Tarea 3

Entrega: Viernes 6 de Enero a las 5pm

1. Sea $(I, (S_i)_{i \in I}, (u_i)_{i \in I})$ un juego en forma normal tal que para todo $i \in I$ y para todo $s_i \in S_i$ existe $s_{-i} \in S_{-i}$ tal que $s_i \in \arg \max_{s'_i \in S_i} u_i(s'_i, s_{-i})$. Aplique el proceso de eliminación iterativa de estrategias dominadas al juego en forma normal.
2. Considere el siguiente juego

	L	R
U	a, b	c, d
D	e, f	$0, 0$

Encuentre condiciones necesarias y suficientes para las siguientes propiedades del juego:

- a. U es estrictamente dominada.
 - b. (U, L) es una solución de EIED.
 - c. (U, L) es un equilibrio de Nash.
3. Dos candidatos compiten en una elección escogiendo posiciones políticas $s_i \in \{-K, \dots, -1, 0, 1, \dots, K\}$, donde $K > 1$. En cada una de las $2K + 1$ posibles posturas políticas hay una fracción $\frac{1}{2K+1}$ de votantes. Cada votante vota por el candidato con una postura más cercana a la propia. En caso de indiferencia, los votantes se reparten en partes iguales entre los dos candidatos. La utilidad de cada candidato está dada por la fracción de votos obtenida en la elección.
 - a. Encuentre las estrategias estrictamente dominadas del juego.
 - b. Tiene el juego solución por eliminación iterada de estrategias dominadas?
 - c. Encuentre todos los equilibrios de Nash del juego.
 4. Considere una economía de intercambio de dos agentes descrita por $(u^i, e^i)_{i=1,2}$, con $e^i \in \mathbb{R}_{++}^L$ y u^i fuertemente monotónica. En esta economía el protocolo de intercambio difiere del modelo Walrasiano estudiado en clases y se describe de la siguiente manera. Los agentes simultáneamente hacen peticiones $x^i \in \mathbb{R}_+^L$, $i = 1, 2$. Si (x^1, x^2) es factible, entonces a cada uno se le otorga su petición. De lo contrario, cada uno conserva su dotación inicial e^i .
 - a. Modele la situación como un juego en forma normal describiendo los conjuntos de acciones y los pagos.
 - b. Diremos que un EN $\bar{x} = (\bar{x}^1, \bar{x}^2)$ es de peticiones factibles si $(\bar{x}^1, \bar{x}^2)$ es factible, es decir, si $\bar{x}^1 + \bar{x}^2 \leq e^1 + e^2$. Muestre que el conjunto de todos los EN $x \in \mathbb{R}^{2L}$ de peticiones factibles coincide con

$$\{x \in \mathbb{R}^{2L} \mid x^1 + x^2 = e^1 + e^2, u^i(x^i) \geq u^i(e^i) \text{ para todo } i = 1, 2\}$$

Ilustre el conjunto de todos los EN de peticiones factibles usando una caja de Edgeworth.

- c. Suponga que (e^1, e^2) es una asignación Pareto óptima para la economía de intercambio. Suponga además que las preferencias son estrictamente convexas. Muestre que el único EN de asignaciones factibles es $\bar{x} = (e^1, e^2)$. Puede argumentar gráficamente usando una caja de Edgeworth si lo desea.
 - d. (Opcional) Explique las implicancias que tiene el teorema de Brown-Matzkin sobre la posibilidad de refutar el protocolo de intercambio estudiado en la economía de intercambio.
5. Considere $n \geq 2$ firmas que compiten como en el modelo de Bertrand con productos homogéneos discutido en clases, pero ahora suponga que la función de demanda es $Q(p) = a - bp$ y las funciones de costos son idénticas y cuadráticas: $c_i(q) = \frac{c}{2}q^2$, con $c > 0$, para todo i .
- a. Calcule y grafique $\pi_n(p)$, para $p \in \mathbb{R}_+$, la utilidad de cada firma si todas las firmas en el mercado fijan precio igual a p . Calcule y grafique $\pi_1(p)$, la utilidad que obtiene la firma i si es la única firma en el mercado vendiendo a precio p .
 - b. Use a. para encontrar precios $\underline{p}_n < \bar{p}_n$ tales que para todo $p \in [\underline{p}_n, \bar{p}_n]$ existe un EN $(p_1, \dots, p_n)$ tal que $p_i = p$ para todo i .
 - c. Encuentre el equilibrio competitivo del modelo (esto es, derive la curva de oferta y encuentre el punto de intersección con la demanda). Muestre que el equilibrio competitivo se puede sostener como un equilibrio de Nash del juego de Bertrand.
 - d. Explique por qué existen múltiples equilibrios de Nash simétricos cuando los costos marginales son crecientes.