

Tarea 2

Entrega: Lunes 26 de diciembre a las 10am

1. Considere una economía de dos bienes y dos agentes con $e^1 = e^2 = (4, 4)$, $u^1(x_1, x_2) = \min(x_1, x_2)$ y $u^2(x_1, x_2) = \max(x_1, x_2)$. Muestre que no existe EW. Qué supuestos del teorema de existencia visto en clases no se tienen?
2. En este modelo consideramos una economía de intercambio con externalidades. Supongamos que hay 3 agentes que consumen dos bienes: el bien 1 es jardinería y el bien 2 comida. Consumir jardinería hace ms agradable la visión que uno tiene desde su patio, pero tambien mejora la visión que el vecino tiene desde su propio patio. Suponemos que los agentes 1 y 2 son vecinos (de modo tal que el consumo de uno de ellos de servicios de jardinería tiene externalidades positivas sobre el otro). El agente 3, sin embargo, vive en las montañas por lo que qué tantos recursos devote a jardinería no afecta la utilidad de 1 y 2. Las funcion de utilidad del agente i la escribimos u^i (recuerde que el dominio de la funcin depende de i) y las dotaciones iniciales son $e^i \in \mathbb{R}_{++}^2$.

- a. Discuta cómo modelar las externalidades positivas en los consumos de los agentes 1 y 2.
- b. Defina un equilibrio Walrasiano para la economía $(p, (\bar{x}^i)_{i=1,2,3}) \in \mathbb{R}_+^2 \times \mathbb{R}_+^6$.
- c. En lo que sigue, suponemos que el equilibrio es interior y que para todo i , u^i es una función cóncava y fuertemente monótona en x^i . Muestre que en equilibrio, para todo i

$$\frac{\frac{\partial u^i(\bar{x})}{\partial x_1^i}}{\frac{\partial u^i(\bar{x})}{\partial x_2^i}} = \frac{p_1}{p_2}.$$

- d. Consideremos ahora una asignación alternativa de las canastas $\bar{x}$. Fijemos $\delta > 0$ pequeño. Argumente que, en el margen, si el agente 1 consume δ unidades adicionales del bien 1 y reduce el consumo del bien 2 en $\delta p_1/p_2$, entonces se mantiene en la misma curva de indiferencia que en el EW. Análogamente, muestre que si el agente 3 reduce el consumo del bien 1 en δ unidades y aumente el consumo del bien 2 en $\delta p_1/p_2$, entonces se mantiene en la misma curva de indiferencia.
- e. Argumente que la reasignacin descrita en c. es una mejora de Pareto sobre $\bar{x}$. Conecte esta observación con el primer teorema de bienestar.
3. Considere dos economías de intercambio E y $\bar{E}$ idénticas (esto es, las preferencias y las dotaciones iniciales son iguales) con funciones de exceso de demanda $z(\cdot) : \mathbb{R}_{++}^L \rightarrow \mathbb{R}^L$ son de bienes sustitutos. Sean p y $\bar{p} \in \mathbb{R}_{++}^L$ los vectores de precios observados en cada una de las economías. Suponga que p y $\bar{p}$ no son colineales, es decir, para todo α , $p \neq \alpha \bar{p}$. Muestre que esto refuta el modelo de intercambio Walrasiano en estas economías. Es esto consistente con el Teorema de Debreu-Mantel-Sonnenschein? Discuta.

4. Considere una economía de Robinson Crusoe donde las preferencias del nico consumidor pueden ser representadas por la función de utilidad $u(C, L) = \ln(C) + L$ donde C es consumo y L es el tiempo dedicado al ocio ($\ln$ denota el logaritmo natural). La única firma produce el bien de consumo de acuerdo a la función de producción $f(z) = \sqrt{z}$ donde z son las horas trabajadas. El consumidor tiene al vector $(0, T)$, con $T > 0$, como dotaciones iniciales de bien de consumo y tiempo respectivamente.
- Calcule el EW de la economía. Discuta las propiedades de eficiencia del equilibrio.
 - Usando los teoremas de bienestar, muestre que el bienestar de equilibrio del consumidor es creciente en su dotación inicial de tiempo T (suponga, por ejemplo que se ha descubierto un nuevo método que permite que los habitantes de la isla duerman menos horas y dispongan de más tiempo para trabajar y disfrutar del ocio).

5. Considere una economía de Robinson Crusoe en la que el consumidor representativo tiene preferencias

$$u(c, l) = \frac{c^{1-\sigma} + l^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

onde c es el consumo de cocos y l es el número de horas que disfrute ocio, $\sigma \in]0, 1[$. Cada consumidor tiene al vector $(0, T)$, con $T > 0$, como dotaciones iniciales de bien de consumo y tiempo respectivamente. La única firma de la economía tiene una tecnología con retornos constantes a escala que le permite producir $f(x) = ax$ unidades de cocos, con x horas de trabajo, $a > 0$.

- Encuentre las asignaciones Pareto eficientes de la economía.
- Encuentre el EW de la economía.

Suponga ahora que el gobierno fija un impuesto t al consumo de cocos. Los ingresos recaudados τ son reembolsados a suma alzada al consumidor representativo (de modo que el consumidor representativo no toma en cuenta el efecto de sus decisiones sobre el reembolso). Más específicamente, el consumidor representativo paga un impuesto t por cada unidad de cocos y su restricción presupuestaria toma la forma

$$(1+t)c + wl = wT + \bar{\pi} + \tau,$$

donde w es el salario y $\bar{\pi}$ son las utilidades de la firma representativa.

- Define formalmente el EW de la economía con impuestos.
- Muestre que el EW no es Pareto eficiente. Discuta.