

Auxiliar Nº 10

Derivados de tasa

Árboles de tasa

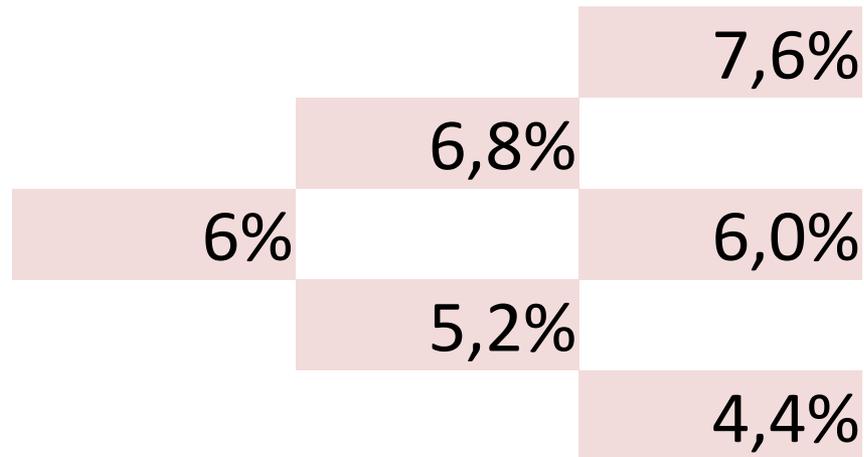
- De manera análoga a los precios de un activo, podemos modelar las tasas a futuro mediante árboles binomiales.
- Volvemos a valorización neutra al riesgo.

Ejemplo de motivación

- Supongamos que tenemos un bono que paga 1 en 2 años más. La tasa hoy a 1 año (spot) es de 6%, y la tasa spot a 2 años es de 6,2%. La tasa spot (a 1 año) sigue un proceso browniano aritmético sin drift y con $\sigma=0,8\%$ anual. (O sea, $dr = \sigma dz$)
- Calcule el valor presente del bono.
- Calibre el árbol de tasas..

Ejemplo de motivación

- Hacemos el árbol de tasas.

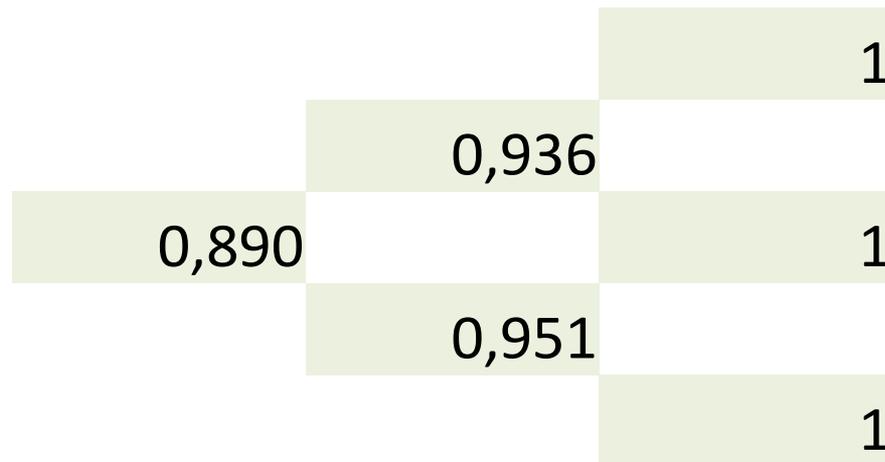


Ejemplo de motivación

- Construimos el árbol para el bono. Notemos que, en cualquier caso, el bono vale 1 en el año 2.
- El bono debe valer en el año 0:
- $$P = \frac{1}{(1+6,2\%)^2} = 0,887$$

Ejemplo de motivación

- Calibremos el árbol.



Ejemplo de motivación

- Calibremos el árbol.

1

$$0,936 = \frac{1}{1 + 6,8\%}$$

1

$$0,951 = \frac{1}{1 + 5,2\%}$$

1

Ejemplo de motivación

- Calibremos el árbol.

$$\frac{0,5 * 0,936 + 0,5 * 0,951}{(1 + 6\%)} = 0,890$$

The diagram illustrates the calculation of a weighted average of two values, 0,936 and 0,951, with a discount factor of 1/(1+6%). The result is 0,890. The values 0,936 and 0,951 are circled in red, and the result 0,890 is circled in purple.

			1
	0,936	=	$\frac{1}{1 + 6,8\%}$
			1
	0,951	=	$\frac{1}{1 + 5,2\%}$
			1

- Qué!

Ejemplo de motivación

- Hay 2 opciones: asumir un drift en la tasa o recalcular las probabilidades.
- Si recalculamos las probabilidades:
- $\frac{q*0,936+(1-q)*0,951}{(1+6\%)} = 0,887 \rightarrow q = 0,733$
- Si asumimos drift, éste es:
- $\delta = (0,733 * 6,8\% + 0,267 * 5,2) - 6\% = 0,373$

Ejemplo de motivación

- Si es con drift, el árbol de tasas queda:

		7,97%
	7,17%	
6,37%		6,37%
	5,57%	
		4,77%

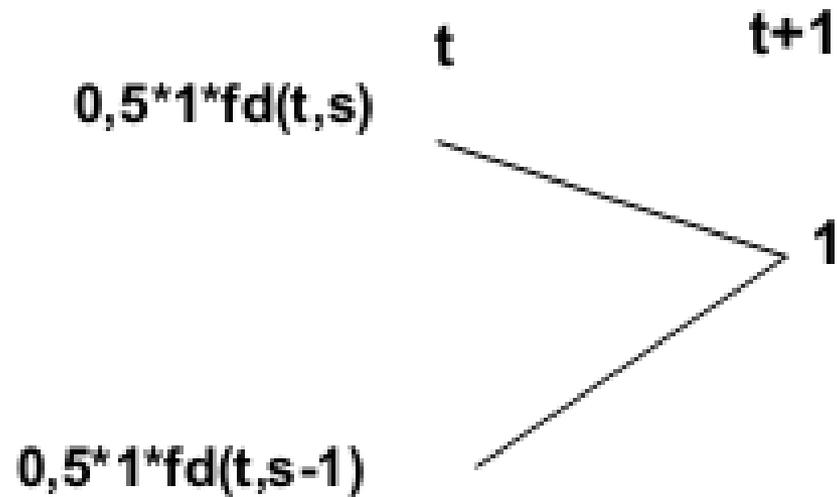
- Notar que, si se tiene como dato un árbol de tasas, al calcular el valor presente de un bono a T años obtenemos la tasa spot a T años (hoy).

Precios contingentes

- A partir del árbol de tasas podemos encontrar los valores de las tasas spot en cualquier período.
- Supongamos que tenemos un instrumento que paga 1 si ocurre el suceso s en el período t .

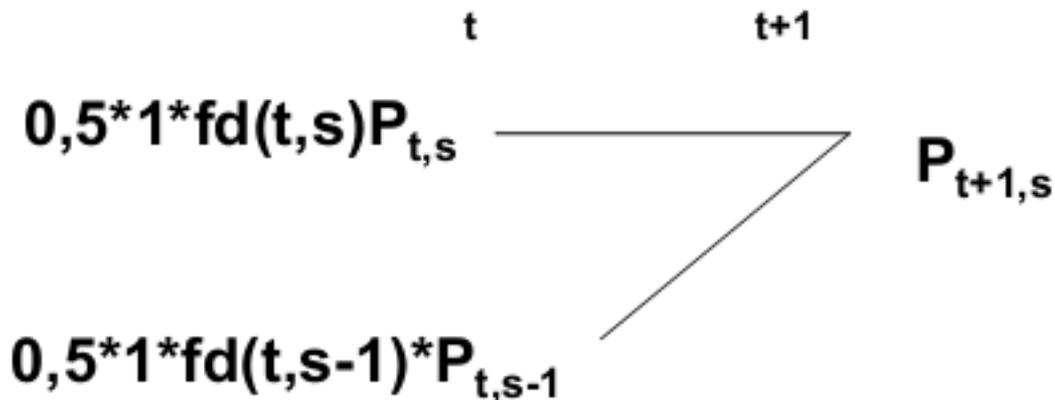
Precios contingentes

- Es decir:



Precios contingentes

- Y también, para cualquier t :



- Notar que alguno de los s en t (i.e. anterior a $t+1$) puede corresponder a un escenario que no ocurre.

Ejemplo

- Tenemos el siguiente árbol de tasas:

Árbol de dinámica de tasas neutro al riesgo						
	Año					
	0	1	2	3	4	5
						25.99%
					19.99%	17.99%
				15.38%	13.84%	12.46%
			11.83%	10.65%	9.58%	8.62%
		9.10%	8.19%	7.37%	6.63%	5.97%
Tasa 1 año	7%	6.30%	5.67%	5.10%	4.59%	4.13%

- Queremos obtener el árbol de precios contingentes

Ejemplo

		1	2	3	4	5	6
Arbol de							0.00686
Precios Contingentes						0.01729	0.04683
o Precios Elementales				0.04149	0.09432	0.13015	
			0.09575	0.17539	0.20284	0.18939	
		0.21416	0.2963	0.27572	0.21551	0.15269	
	0.46729	0.43395	0.30455	0.1913	0.11336	0.06484	
1	0.46729	0.2198	0.104	0.04948	0.02365	0.01136	
Precios Bonos	1	0.93458	0.86791	0.80061	0.73338	0.66697	0.60212
Tasas Spot		7.00%	7.34%	7.69%	8.06%	8.44%	8.82%

Ejercicio 1

- a) Sea el siguiente árbol de precios contingentes o elementales contruidos de acuerdo a la recursión:

$$P_{t+1,s} = 0,5*(P_{t,s}*fd(t,s) + P_{t,s-1}*fd(t,s-1)), \text{ con } P_{00}=1.$$

	0	1	2	3	4	5	6
Estados							0.00849
						0.02072	0.05824
					0.04807	0.11341	0.16248
				0.10709	0.20361	0.24454	0.23719
			0.23094	0.33177	0.32066	0.26042	0.19175
		0.48544	0.4682	0.34137	0.22283	0.13724	0.08162
	1	0.48544	0.23726	0.11668	0.05771	0.02868	0.01432

- Estime la tasa spot a 1 año, y la tasa forward de 1 año en un año más.

Ejercicio 2

- Sea el siguiente árbol neutro al riesgo (con probabilidades de 0,5) de tasas para la tasa anual en UF para los próximos 7 años.

0	1	2	3	4	5	6	7
							6.014%
						5.585%	5.221%
					5.127%	4.848%	4.532%
			4.968%	4.451%	4.209%	3.934%	
		4.742%	4.312%	3.864%	3.654%	3.416%	
	4.217%	4.117%	3.744%	3.354%	3.172%	2.965%	
4.291%	3.661%	3.574%	3.250%	2.912%	2.754%	2.574%	
2.36%	3.725%	3.178%	3.103%	2.821%	2.528%	2.390%	2.235%

Ejercicio 2

- Calcule el valor presente de un flujo de caja igual 10.000 UF a recibir en 2 años más.
- Estime la tasa forward de la tasa en UF de un año en 1 año más.
- Estime el valor presente (hoy) de un instrumento que paga 1 si la tasa de interés en UF anual vale 4,217% en 2 años más y cero en otro caso.

Ejercicio 2

- Suponga que a Ud. le ofrecen un crédito a tasa variable por 100 mil UF a tres años plazo donde paga intereses anuales y devuelve el capital al final de los tres años. El interés que le cobran es la tasa de mercado vigente en ese momento. (Es decir el primer año le cobran 2,36%) sin embargo, para hacer el producto más atractivo, el banco decide agregar una cláusula, donde se compromete a cobrarle como máximo 4% anual. ¿Cuánto le cuesta esta cláusula al banco?