

IN4302 Finanzas I

Control de lectura 2

Problema 1

Comente:

- a) Explique que significa y en que se diferencia el riesgo único y el riesgo de mercado.

El riesgo único, es aquel riesgo que posee una acción de una empresa y depende exclusivamente de los factores que la rodean, tanto del medio como de la competencia. Dicho riesgo se puede diversificar en base a la adquisición de otras acciones, amortiguando el efecto sobre la cartera de una acción al tener acciones de otros rubros.

El riesgo de mercado, es aquel que no se puede diversificar y depende exclusivamente del estado de la economía en general. Por más diversificada que esté una cartera, este riesgo siempre va a existir.

- b) ¿Qué representa el β de una acción? ¿Qué diferencia a un portafolio que tiene un β que valga 2, con uno de β igual a 1?

El β mide la cantidad esperada por el inversor en la variación del precio de una acción cuanto el hay cambios en el mercado. El β promedio de todas las acciones es 1, siendo las acciones con β superiores a 1 sensibles al mercado y con valores menores a 1, insensibles al mismo.

Un β de valor 2 en un portafolio, significa que posee el doble de riesgo frente a movimientos del mercado que su par con un β igual a 1.

- c) ¿Qué se conoce como portafolio eficiente?

Es aquel portafolio que entrega la menor desviación estándar (riesgo) para un retorno dado, o un portafolio que entrega el mejor retorno esperado para cierto nivel de riesgo.

- d) ¿Cuál es el fundamento detrás del modelo CAPM?

El modelo CAPM mide por medio del β la contribución marginal de cierta acción sobre el portafolio del mercado (todas las acciones). Midiendo de esta forma su sensibilidad frente a cambios en el valor del portafolio.

El modelo CAPM indica que el riesgo de una acción debe tener cambios proporcionales a su β .

$$\text{Expected risk premium} = \beta \times \text{market risk premium}$$

$$r - r_f = \beta(r_m - r_f)$$

Pregunta 2

Dado los siguientes datos:

Activo	Retorno	Volatilidad	Matriz Corr		
			A	B	C
A	11%	20%	1	0,8	0,4
B	14%	30%	0,8	1	0,3
C	13%	25%	0,4	0,3	1

- Calcule el retorno y varianza de la cartera formada por 25% activo A, 25% activo B y 50% activo C.
- Calcule la cartera de mínima varianza, su desviación estándar y su retorno.
- Le piden crear una cartera con los activos A, B y C, siendo una de las restricciones que el activo B pese exactamente un 15% en su cartera y ésta que tenga la menor volatilidad posible. ¿Cuál sería su propuesta de cartera? Indique la volatilidad y retorno esperado. ¿Era esperable la diferencia de la volatilidad de esta cartera con la obtenida en la parte b)? ¿Por qué?
- Suponga usted que quiere invertir en una cartera con riesgo igual a 21%, compuesta solamente por activos del tipo A y C. ¿Cuál sería dicha cartera? Indique el retorno esperado.
- Calcule los w correspondientes para una cartera que posee un retorno esperado igual a 12,5% utilizando sólo los activos B y C. Interprete el resultado.

a)

$$r_e = 0.25 * 11\% + 0.25 * 14\% + 0.5 * 13\% = 12,75\%$$

$$\begin{aligned} \sigma_e^2 &= 0.25^2 \cdot 0.2^2 + 0.25^2 \cdot 0.3^2 + 0.5^2 \cdot 0.25^2 + 2 \cdot 0.25 \cdot 0.25 \cdot 0.8 \cdot 0.2 \cdot 0.3 \\ &\quad + 2 \cdot 0.25 \cdot 0.5 \cdot 0.4 \cdot 0.2 \cdot 0.25 + 2 \cdot 0.25 \cdot 0.5 \cdot 0.3 \cdot 0.2 \cdot 0.25 = 4.04\% \\ \sigma_e &= 20.09\% \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \min_w w' \Sigma w &= \min_w \sigma_e^2 \\ \text{st: } w_1 + w_2 + w_3 &= 1 \end{aligned}$$

Sea

$$w_1 = 1 - w_2 - w_3 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \min_{w_2, w_3} \sigma_1^2 (1 - w_2 - w_3)^2 + \sigma_2^2 w_2^2 + \sigma_3^2 w_3^2 + 2 \cdot (1 - w_2 - w_3) w_2 \rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2 \\ + 2 \cdot (1 - w_2 - w_3) w_3 \rho_{1,3} \sigma_1 \sigma_3 + 2 w_2 w_3 \rho_{2,3} \sigma_2 \sigma_3 \end{aligned}$$

FOC:

$$\frac{d(\sigma_e^2)}{d w_2} = 0.068 \cdot w_2 - 0.011 \cdot w_3 + 0.016 = 0 \quad (2)$$

$$\frac{d(\sigma_e^2)}{d w_3} = 0.125 \cdot w_3 - 0.011 \cdot w_2 - 0.04 = 0 \quad (3)$$

Utilizando (2) y (3) se obtiene $w_2 = -0.186$, $w_3 = 0,309$, luego reemplazando en (1) $w_1 = 0.877$

$$\begin{aligned} r_e &= 11.06\% \\ \sigma_e &= 18.01\% \end{aligned}$$

c) Sabe que $w_1 + w_2 + w_3 = 1$ y que además le imponen que $w_b = 0.15$ entonces tendrá:

$$w_1 + 0.35 + w_3 = 1 \Rightarrow w_1 = 0.85 - w_3$$

Análogo a la parte b) se minimiza la varianza

$$\begin{aligned} \sigma_e^2 &= \sigma_1^2 (0.85 - w_3)^2 + \sigma_2^2 0.15^2 + \sigma_3^2 w_3^2 + 2(0.85 - w_3) \cdot 0.15 \rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2 \\ &\quad + 2(0.85 - w_3) w_3 \rho_{1,3} \sigma_1 \sigma_3 + 2 \cdot 0.15 \cdot w_3 \rho_{2,3} \sigma_2 \sigma_3 \end{aligned}$$

$$\min_{w_3} \sigma_e^2$$

FOC:

$$\frac{d(\sigma_e^2)}{d w_3} = 0.125w_3^2 - 0.04165 = 0$$

$$w_3 = 0.3332$$

$$w_1 = 0.85 - 0.3332 = 0.5168$$

$$r_e = 11\% * 0.5168 + 14\% * 0.35 + 13\% * 0.3332 = 12.116\%$$

$$\sigma_e = 19.03\%$$

d)

$$0.21^2 = w^2 \cdot \sigma_a^2 + (1 - w)^2 \cdot \sigma_c^2 + 2 \cdot w \cdot (1 - w) \cdot \rho_{a,c} \sigma_a \sigma_c$$

Dado que se tendrán dos resultados de w (dado que en la frontera eficiente existen 2 puntos con volatilidad igual a 0.21) se utiliza el que maximiza los retornos. Por lo que $w = 0,27 \Rightarrow (1 - w) = 0.73$ lo que da un retorno de

$$r_e = 0.27 * 11\% + 0.73 * 13\% = 12.46\%$$

e)

$$0.125 = w_b \cdot 0.11 + (1 - w_b) \cdot 0.13$$

$$w_b = -0.5 \Rightarrow w_c = 1 - w_b = 1,5$$

Para obtener un retorno esperado igual a 12.5% se debe realizar una venta corta del activo B, lo que se refleja en el signo de w_b