

IN4303 Finanzas I

Auxiliar nº3

Problema 1

- a) Una cierta acción paga un dividendo actual de \$2. Se espera que el dividendo crezca a un 8% anual durante los próximos tres años; posteriormente crecerá a 4% anual a perpetuidad. La tasa de descuento apropiada es de 12%. ¿Cuánto vale la acción?
- b) Usted posee \$100 mil en acciones. Al final del primer año, recibe un dividendo de \$2 por acción; al final del segundo recibe un dividendo de \$4. Al final del tercero, vende cada acción en \$50. Los dividendos pagan un impuesto del 28%, al momento de ser repartidos. La tasa de retorno exigida es 15%. ¿Cuántas acciones posee usted?
- c) Una empresa acaba de reportar utilidades de 2 millones, planea retener el 40% de las mismas. El rendimiento histórico sobre el capital contable (ROE) ha sido de 0,16, una cifra que se espera que continúe en el futuro. ¿En qué cantidad crecerán las utilidades a lo largo del año siguiente?

Pregunta 2

Suponga que Jane Smith mantiene 100 acciones de Macrosoft y 300 acciones de Intelligence. Las acciones de Macrosoft se venden actualmente a un precio de US\$80 cada una, mientras que las de Intelligence se venden a US\$40 cada una. El retorno esperado de las acciones de Macrosoft es de 15%, mientras que el de las acciones de Intelligence es de 20%. La desviación estándar de Macrosoft es de 8%, y la de Intelligence es de 20%. El coeficiente de correlación entre ambos retornos es de 0.38.

- a) Calcule el rendimiento esperado y la desviación estándar de su portafolio.
- b) Si Jane no tuviera acciones iniciales y bastante dinero. ¿Cuál sería la cartera que minimizaría su riesgo?
- c) Suponga que el coeficiente de correlación entre las acciones de Macrosoft e Intelligence es -1 . ¿Cómo podría Jane formar un portafolio libre de riesgo? Si la tasa para prestar y pedir prestado es de 5% anual, ¿cómo podría Jane asegurarse ganancias ilimitadas?

Pregunta 3

Considere dos activos A y B con correlación 0,1.

Activo	Retorno Esperado	Volatilidad
A	10%	15%
B	18%	30%

- a) Suponga que Ud. invierte en una cartera C, la cual está constituida en un 50% del activo A y en un 50% del activo B. ¿Cuál es el retorno esperado y la volatilidad de la cartera C?
- b) Argumente si C es o no la cartera de mínima varianza.
- c) Determine el coeficiente de correlación entre el portafolio C y el activo A.
Hint: Recuerde que $\text{Rho}(R_1, R_2) = \text{Cov}(R_1, R_2) / (\text{Sigma}(R_1) * \text{Sigma}(R_2))$ y además que $\text{Cov}(R_1, R_2) = E(R_1 * R_2) - E(R_1) * E(R_2)$
- d) Suponga que existe además en esta economía un activo libre de riesgo, con retorno de 5%. Construya una cartera D con w% invertido en el activo libre de riesgo y (1-w)% en la cartera C. Encuentre el retorno esperado y la volatilidad de D en función de w.

Soluciones

Problema 1

Solución

a) El precio de una acción se calcula de la siguiente manera:

$$P_0 = \sum \text{Div}_t / (1+r)^t + P_t / (1+r)^t$$

Hoy el dividendo es de 2, en $t_1=2*1,08$, $t_2=2*1,08^2$, $t_3=2*1,08^3$, $t_4=2*1,08^3*1,04=2,62$, es decir de 1 a 3 es una anualidad y de 4 a infinito es una perpetuidad,

$$P = 2/(0,12-0,08)*(1-(1,08/1,12)^3) + (2,62/(0,12-0,04))*1/1,12^3 = 28,7$$

b) X : No de acciones

$$100000 = X*(2*(1-0,28)/1,15 + 4*(1-0,28)/1,15^2 + 50/1,15^3) \Rightarrow X = 2755 \text{ acciones}$$

c) $g = \text{tasa de retención} * \text{ROE}$

Luego en este caso la tasa de crecimiento es : $g = 0,4 * 0,16 = 0,064$

Por lo que las utilidades crecerán a un 6,4% anual.

Problema 2

a) La cantidad invertida en Macrosoft es $100 * \$80 = \8000 , mientras que la cantidad invertida en Intelligence alcanza a $300 * \$40 = \12000 . De ello, las ponderaciones en Macrosoft e Intelligence son, respectivamente, 0.4 y 0.6. Por lo tanto:

$$E(r_p) = 0.4 * 0.15 + 0.6 * 0.2 = 0.18 = 18\%.$$

$$\sigma_p^2 = 0.4^2 * 0.08^2 + 0.6^2 * 0.2^2 + 2 * 0.4 * 0.6 * 0.38 * 0.08 * 0.2 = 0.0183424$$

$$\Rightarrow \sigma_p = 0.1354 = 13.54\%$$

b) Minimizamos $\frac{\sigma_p^2}{2}$, resultando: $w_M = \frac{\sigma_I^2 - \sigma_M \sigma_I \rho_{MI}}{\sigma_M^2 + \sigma_I^2 - 2\rho_{MI} \sigma_M \sigma_I}$.

Reemplazando, $w_m = 0.9906542$

c) La varianza del portafolio viene dada por:

$$\sigma_p^2 = \omega_M \sigma_M^2 + (1 - \omega_M) \sigma_I^2 + 2 \omega_M (1 - \omega_M) \rho \sigma_M \sigma_I$$

donde M e I indican Macrosoft e Intelligence, respectivamente.

Si $\rho = -1$, entonces $\sigma_p^2 = (\omega_M \sigma_M - (1 - \omega_M) \sigma_I)^2$. A fin de tener un portafolio con riesgo cero, debemos igualar σ_p a cero:

$$\omega_M \sigma_M - (1 - \omega_M) \sigma_I = 0$$

Después de reemplazar σ_M y σ_I , se tiene $\omega_M * 0.08 - (1 - \omega_M) * 0.2 = 0$. De ello, $\omega_M = 0.714$. Por tanto, $E(r_p) = 0.714 * 0.15 + 0.286 * 0.2 = 0.1643 = 16.43\%$.

Si la tasa para pedir prestado es 5%, Jane se endeudará a esa tasa e invertirá en el portafolio libre de riesgo que renta un 16.43%. Es decir, por cada dólar invertido en el portafolio, Jane ganará, en valor neto, $\$0.1643 - 0.05 = \0.114 .

Problema 3

- a) Suponga que Ud. invierte en una cartera C, la cual está constituida en un 50% del activo A y en un 50% del activo B. ¿Cuál es el retorno esperado y la volatilidad de la cartera C?

La cartera C está constituida en un 50% por el activo A, y en un 50% por el activo B.

El retorno esperado es:

$$E(R_C) = 0,5 * 10\% + 0,5 * 18\% = 14\%$$

La varianza es

$$\sigma^2 = 0,5^2 * 0,15^2 + 0,5^2 * 0,3^2 + 2 * 0,5 * 0,5 * 0,15 * 0,3 * 0,1 = 0,03$$

Luego la volatilidad es

$$\sigma = \sqrt{0,03} = 0,1743 = 17,43\%$$

- b) Argumente si C es o no un punto de la frontera “eficiente” de carteras (es decir, carteras preferidas por agentes aversos al riesgo)

Para que C sea un punto de la frontera eficiente de carteras, los pesos deben ser solución del problema de minimización de la pregunta 1. Así, debe cumplir que:

$$w = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_1 * \sigma_2 * \rho_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 * \sigma_1 * \sigma_2 * \rho_{12}}$$

Calculando,

$$w = \frac{0,3^2 - 0,15 * 0,3 * 0,1}{0,15^2 + 0,3^2 - 2 * 0,15 * 0,3 * 0,1} = 0,826 = 82,6\%$$

Luego, la volatilidad mínima es:

$$\sigma^2 = 0,826^2 * 0,15^2 + 0,174^2 * 0,3^2 + 2 * 0,826 * 0,174 * 0,15 * 0,3 * 0,1 = 0,0193$$

$$\sigma = \sqrt{0,01936} = 0,1392 = 13,92\%$$

$$E(R_C) = 0,826 * 10\% + 0,174 * 18\% = 11,39\%$$

- c) Determine el coeficiente de correlación entre el portafolio C y el activo A.
Hint: Recuerde que $\text{Rho}(R1,R2) = \text{Cov}(R1,R2)/(\text{Sigma}(R1)*\text{Sigma}(R2))$ y además que $\text{Cov}(R1,R2) = E(R1*R2) - E(R1)*E(R2)$

Se debe recordar que la covarianza es lineal. Dado esto,

$$\begin{aligned} \text{Cov}(R, R1) &= \text{Cov}(0,5 * R1 + 0,5 * R2, R1) \\ \text{Cov}(R, R1) &= 0,5 * \text{Cov}(R1, R1) + 0,5 * \text{Cov}(R2, R1) \\ \text{Cov}(R, R1) &= 0,5 * \sigma_1^2 + 0,5 * \text{Cov}(R1, R2) \\ \text{Cov}(R, R1) &= 0,5 * 0,15^2 + 0,5 * 0,15 * 0,3 * 0,1 = 0,0135 \end{aligned}$$

Luego, podemos calcular el coeficiente de correlación

$$\rho = \frac{\text{Cov}(R, R1)}{\sigma_C * \sigma_1} = \frac{0,0135}{0,1743 * 0,15} = 0,516$$

- d) Suponga que existe además en esta economía un activo libre de riesgo, con retorno de 5%. Construya una cartera D con w% invertido en el activo libre de riesgo y (1-w)% en la cartera C. Encuentre el retorno esperado y la volatilidad de D en función de w.

Con los datos del problema, el retorno esperado de la cartera D es:

$$E(R) = w * 0,05 + (1 - w) * 0,14$$

Dado que el activo libre de riesgo, posee volatilidad cero, la volatilidad de la cartera D es:

$$\sigma_D = (1 - w) * \sigma_C$$

Donde σ_C es la volatilidad de la cartera C, conocida.