FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Introducción al Riesgo

Christian Larraín

Portafolios con distintos riesgos

- Títulos de menos de un año del Gobierno de EEUU.
- Títulos del Gobierno de EEUU a más de un año.
- Bonos de largo plazo de grandes empresas.
- Indice acciones S&P 500.
- Acciones comunes de pequeñas empresas.

- Todos tienen distintos riesgo.

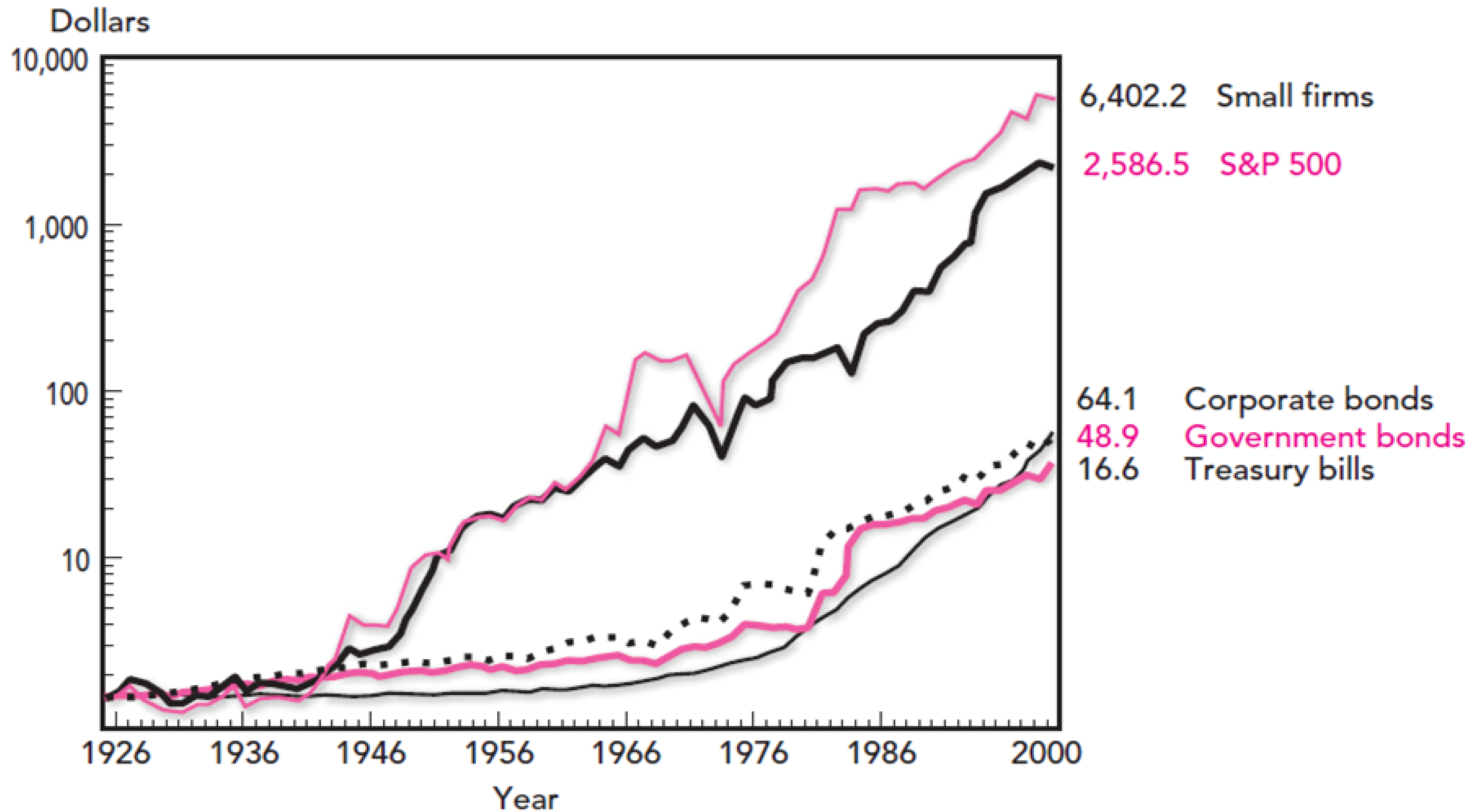


FIGURE 7.1

How an investment of $1 at the start of 1926 would have grown, assuming reinvestment of all dividend and interest

Source: Ibbotson Associates, Inc., *Stocks, Bonds, Bills, and Inflation, 2001 Yearbook*, Chicago, 2001; cited hereafter in this chapter as the *2001 Yearbook*. © 2001 Ibbotson Associates, Inc.

Rentabilidad promedio por portafolio

Portfolio	Average Annual Rate of Return		Average Risk Premium (Extra Return Versus Treasury Bills)
	Nominal	Real	
Treasury bills	3.9	.8	0
Government bonds	5.7	2.7	1.8
Corporate bonds	6.0	3.0	2.1
Common stocks (S&P 500)	13.0	9.7	9.1
Small-firm common stocks	17.3	13.8	13.4

TABLE 7.1

Average rates of return on Treasury bills, government bonds, corporate bonds, and common stocks, 1926–2000 (figures in percent per year).

Source: Ibbotson Associates, Inc., *2001 Yearbook*.

Uso de la evidencia histórica para evaluar el costo de capital

- **Supuesto: tenemos un proyecto que sabemos tiene el mismo riesgo que el S&P. ¿Qué tasa de descuento usamos? ¿13%? No es estable.**
- **$R_{m\,(2001)} = r_{f\,(2001)}$ + prima de riesgo = 0,035 + 0,091 = 0,126 (12,6%). Supuesto: prima de riesgo es estable.**
- **Estimación de prima de riesgo puede cambiar según el período histórico usado, y también según los países.**
- **En la década de 2000, la liquidez disponible no sólo hizo caer rf, sino también hizo que el apetito por riesgo aumentara.**

Prima comparativa por riesgo

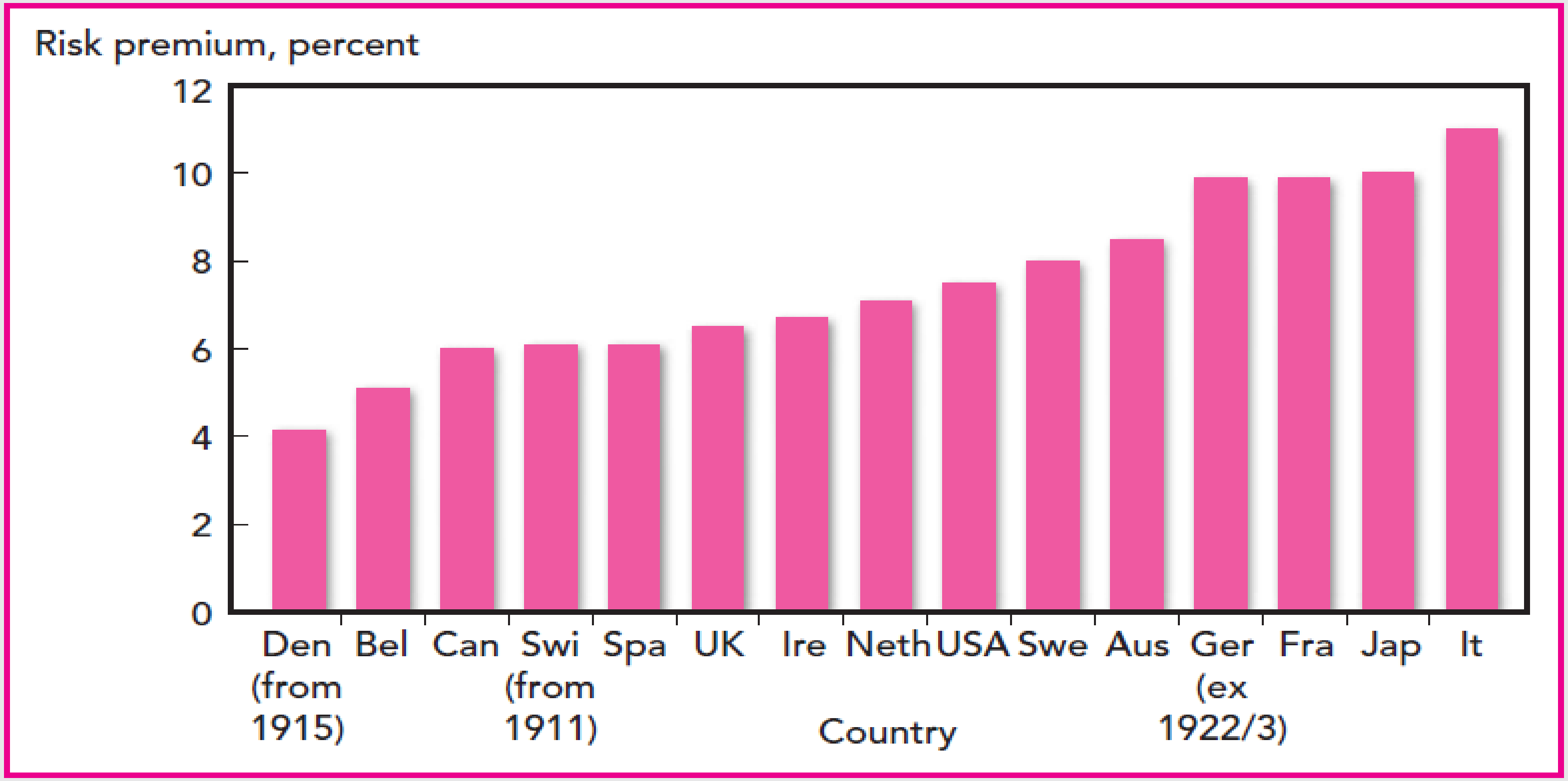


FIGURE 7.3

Average market risk premia, 1900–2000.

Source: E. Dimson, P. R. Marsh, and M. Staunton, *Millenium Book II: 101 Years of Investment Returns*, ABN-Amro and London Business School, London, 2001.

Volatilidad

- **Concepto de volatilidad:**
  - mide las desviaciones pasadas respecto de la media o tendencia
  - Se calcula como la desviación estándar de los cambios porcentuales de las tasas
  - Tiene asociado un período (diaria, mensual, anual)

Alta volatilidad del mercado accionario

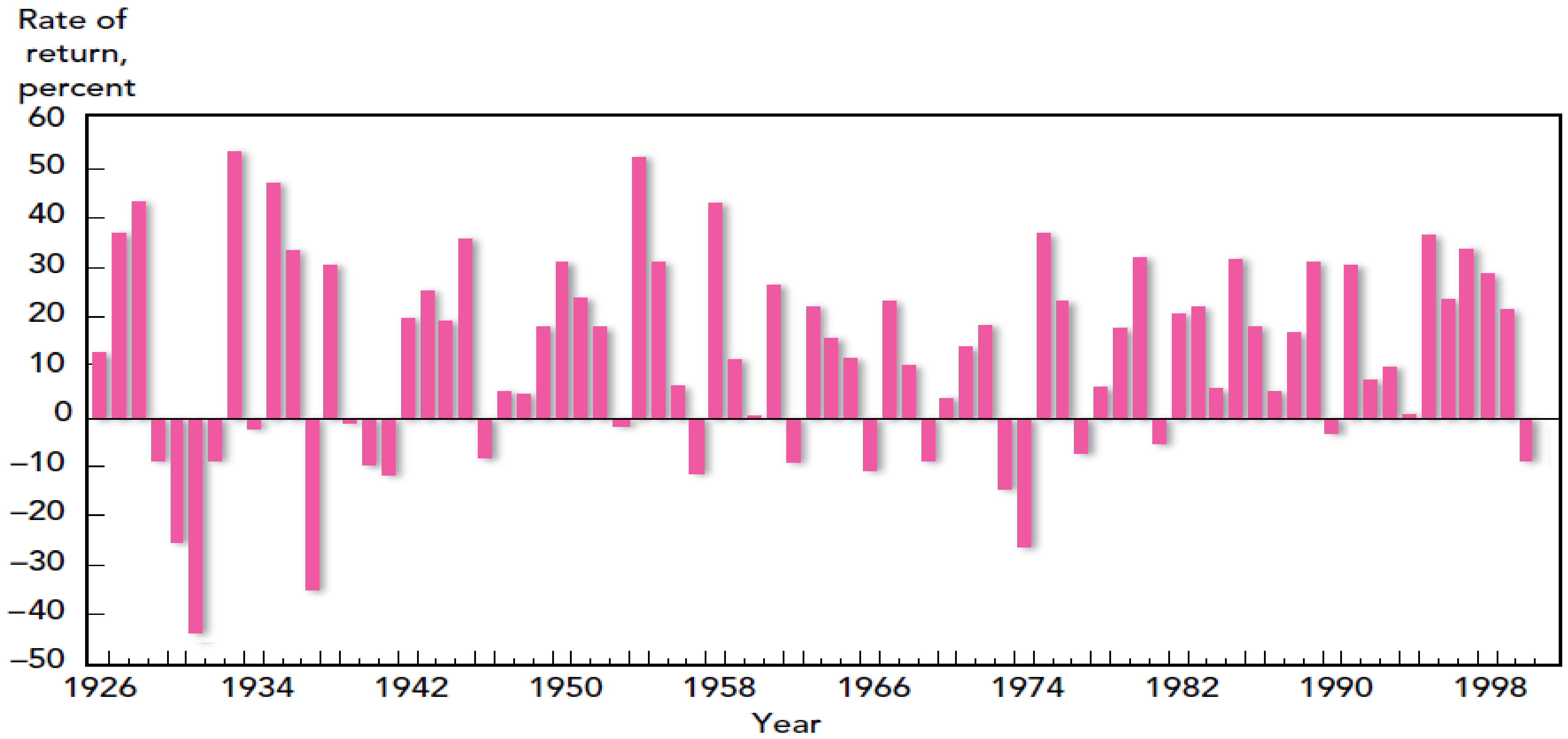


FIGURE 7.4

The stock market has been a profitable but extremely variable investment.

Source: Ibbotson Associates, Inc., *2001 Yearbook*, © 2001 Ibbotson Associates, Inc.

Se parece a una normal…

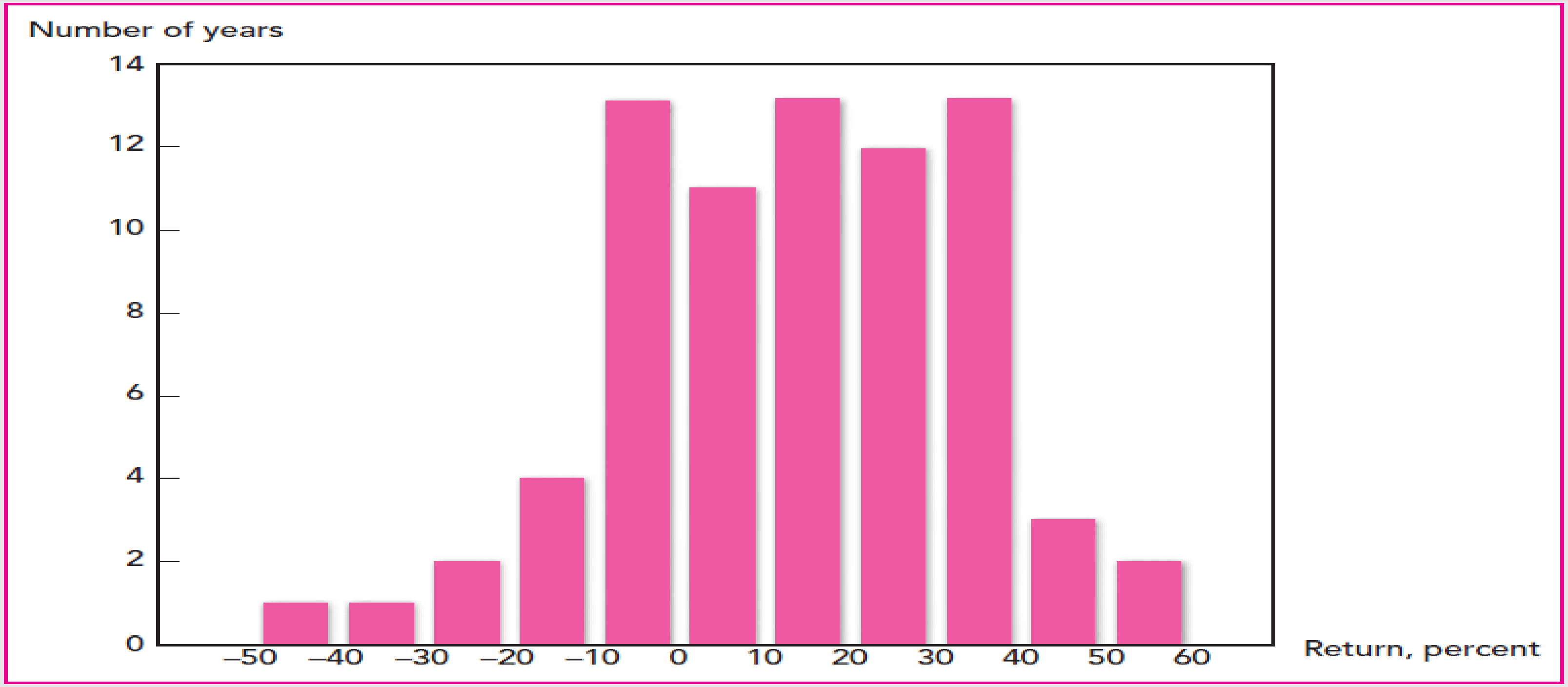


FIGURE 7.5

Histogram of the annual rates of return from the stock market in the United States, 1926–2000, showing the wide spread of returns from investment in common stocks.

- En el intervalo [μ - σ, μ + σ] se encuentra comprendida, aproximadamente, el 68,26% de la distribución;
- En el intervalo [μ - 2σ, μ + 2σ] se encuentra, aproximadamente, el 95,44% de la distribución;

Estadísticas sobre una variable aleatoria

- **Media**

  E(x)

$$\mu = \frac{1}{T} \cdot \sum_{i=1}^{i=T} x_i$$

- **Varianza**

  V(x) o σ^2(x) y se define E(x^2)-[E(x)]^2

$$\sigma^2 = \frac{1}{(T-1)} \cdot \sum_{i=1}^{i=T} (x_i - \mu)^2$$

- **Desviación Estándar**

  Dispersión medida en las mismas unidades que la variable original.

  σ(x)

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{\sigma^2(x)}$$

Cuando hay más de una variable aleatoria

Se debe estudiar la "Distribución de Probabilidad Conjunta"

La combinación de dos o más variables aleatorias tiene su propia distribución de probabilidad

Valor esperado de la suma = suma de los valores esperados

$$E(X+Y)=E(X)+E(Y)$$

Varianza de la suma = suma de las varianzas más 2 veces la covarianza entre las variables.

$$\sigma^2(X+Y)=\sigma^2(X)+\sigma^2(Y)+2Cov(X,Y)$$

DS y Varianzas de 5 portafolios

Portfolio	Standard Deviation (σ)	Variance (σ^2)
Treasury bills	3.2	10.1
Government bonds	9.4	88.7
Corporate bonds	8.7	75.5
Common stocks (S&P 500)	20.2	406.9
Small-firm common stocks	33.4	1118.4

- Volatilidad del mercado no es constante…

Period	Market Standard Deviation (σ_m)
1926–1930	21.7
1931–1940	37.8
1941–1950	14.0
1951–1960	12.1
1961–1970	13.0
1971–1980	15.8
1981–1990	16.5
1991–2000	13.4

Diversificación y riesgo

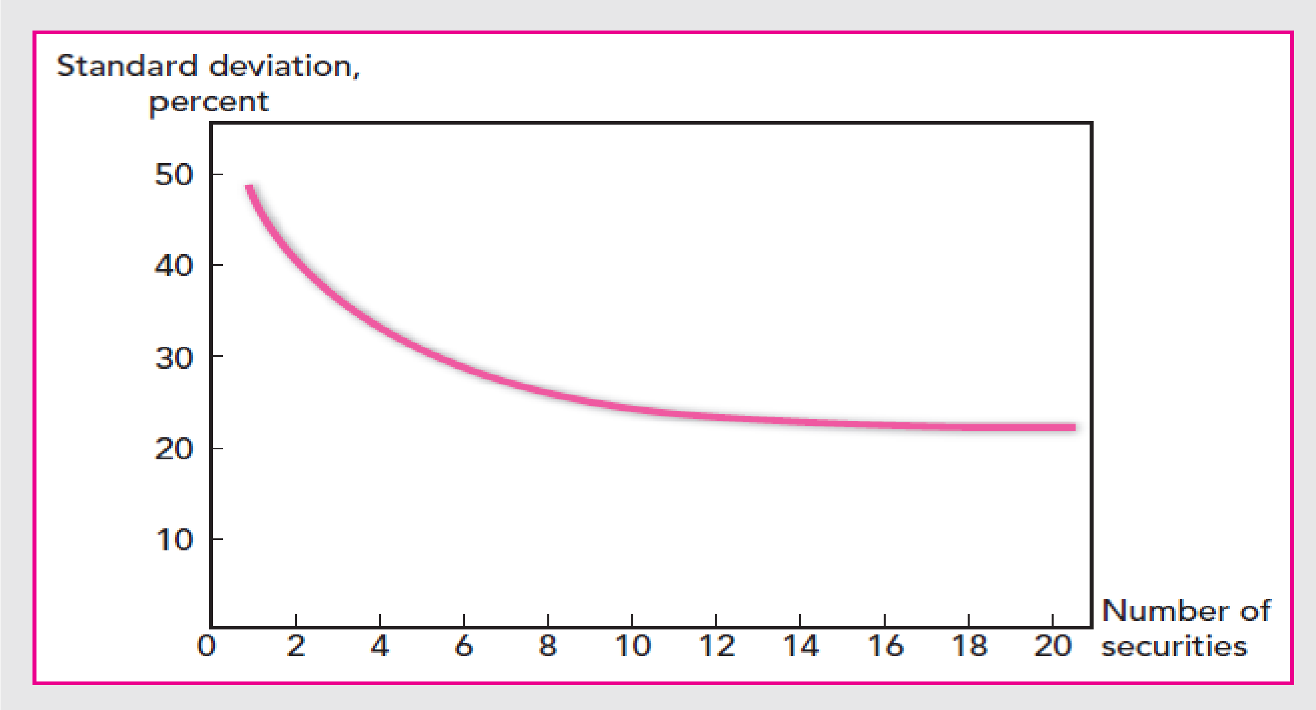
- **En los 90, DS del portafolio de mercado fue 13,4%. Sin embargo, al observar las DS de acciones individuales suelen estar siempre por arriba de ese número.**

Stock	Standard Deviation (σ)	Stock	Standard Deviation (σ)
Amazon.com*	110.6	General Electric	26.8
Boeing	30.9	General Motors	33.4
Coca-Cola	31.5	McDonald's	27.4
Dell Computer	62.7	Pfizer	29.3
Exxon Mobil	17.4	Reebok	58.5

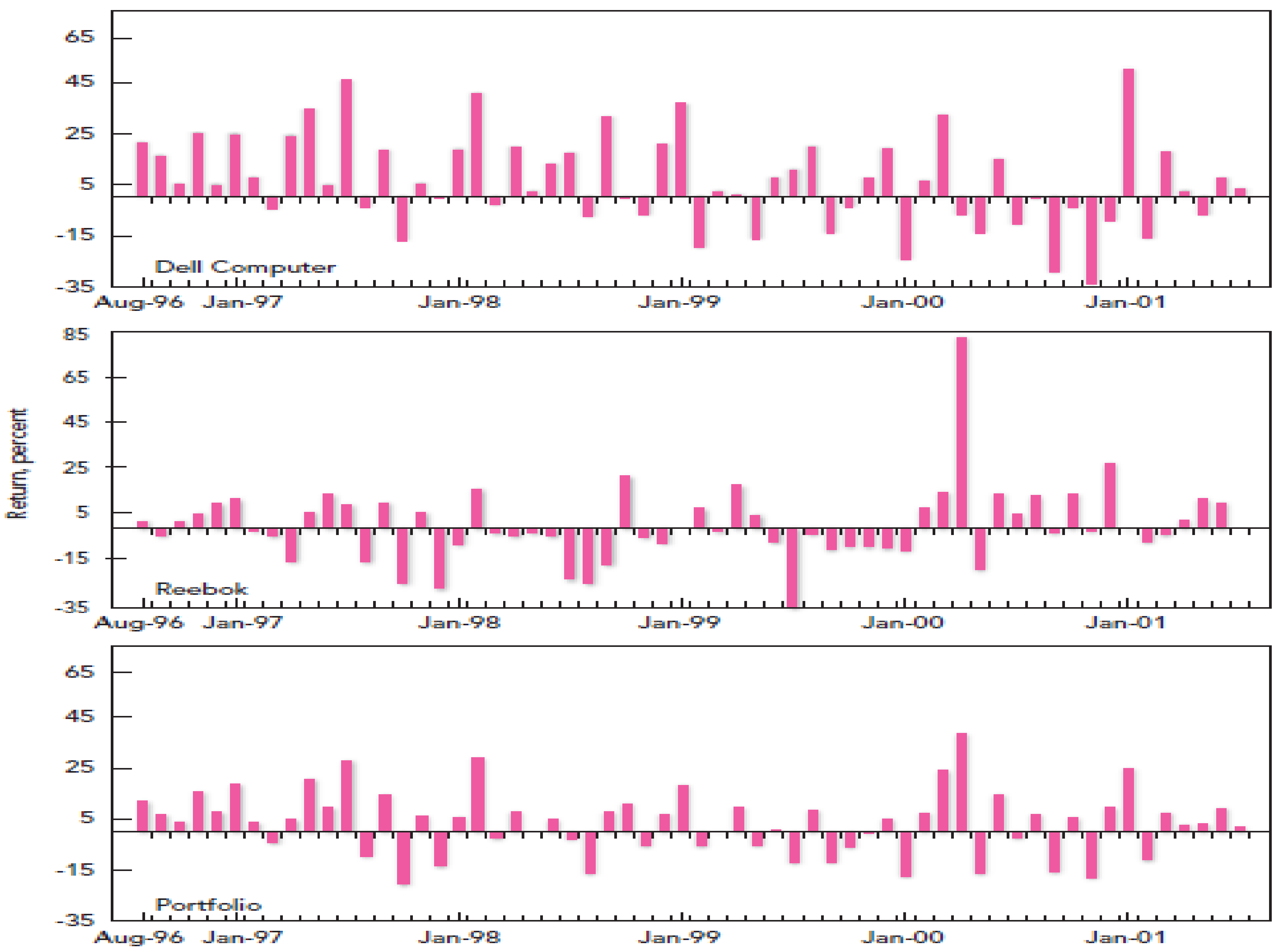
- **Dado que el portafolio de mercado está compuesto por acciones individuales, ¿por qué la volatilidad específica no se refleja en la volatilidad de mercado? Porque la diversificación reduce la volatilidad.**

Diversificación y riesgo (2)

- **La diversificación reduce rápidamente el riesgo de un portafolio. Ello ocurre debido a que los precios de las acciones no se mueven exactamente juntas (cambios no están perfectamente correlacionados).**

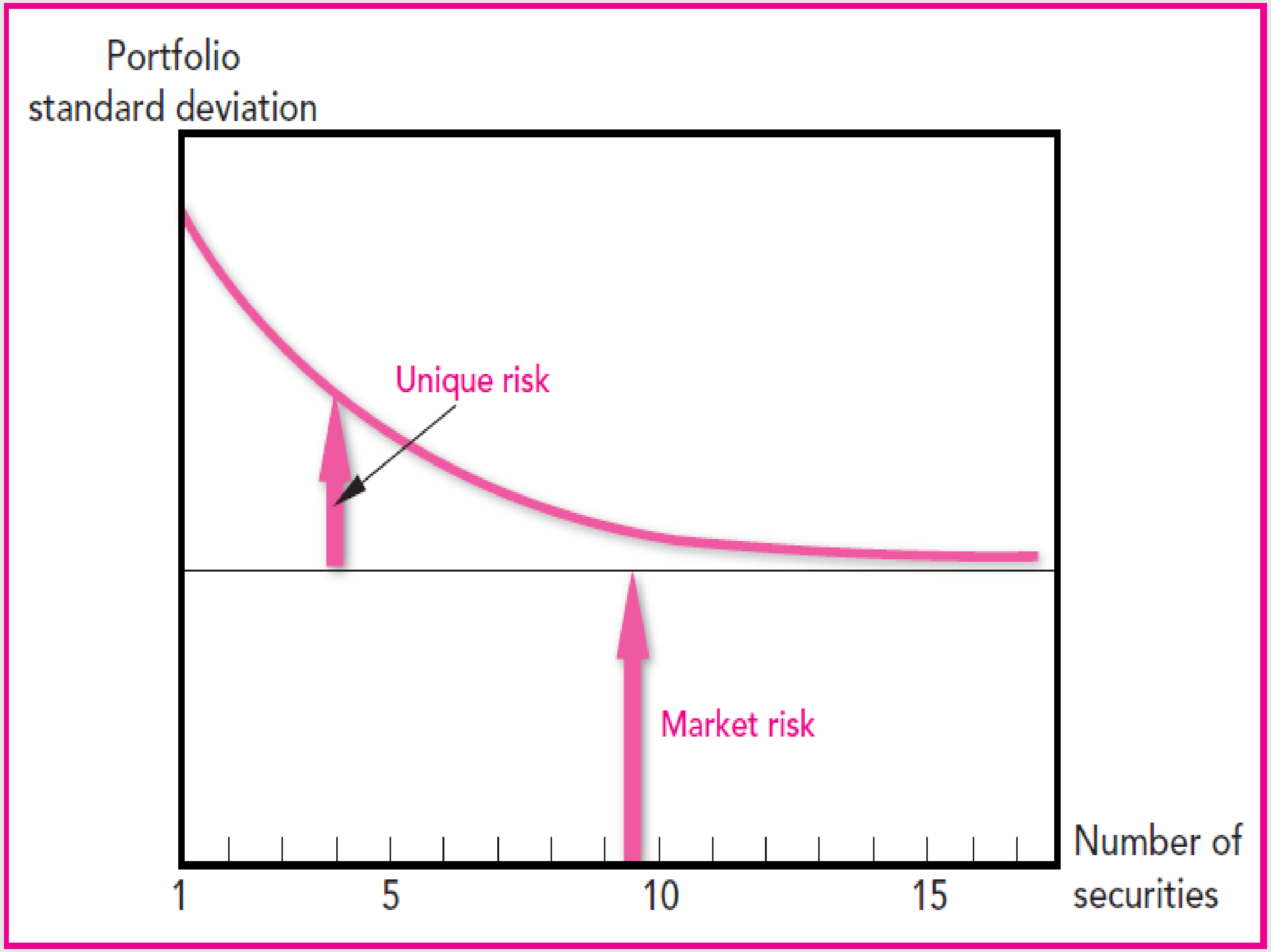


A menudo un aumento en el precio de una acción es compensado con caídas en el precio de la otra acción



Riesgo único y riesgo sistemático

- La diversificación elimina el riesgo único, pero no el riesgo sistemático.
- El riesgo de mercado o sistemático proviene de que hay factores en la economía que afectan a todos los negocios.
- Con más de 20 acciones se obtiene la casi plena ventaja de la diversificación.



Calcular el riesgo del portafolio (2 acciones)

- E(Pcoca-cola)= 10%; Inversión = 65%; DS = 31,5%
- E(Preebok)= 20%; Inversión = 35%; DS = 58,5%

➔ E(portafolio) = (0,65*10) + (0,35*20) = 13,5%

➔ DS (portafolio) = (0,65*31,5) + (0,35*58,5) = 41% ???

ssi existe correlación positiva perfecta entre los movimientos de ambas acciones.

- En cualquier otro caso, la diversificación reduce el riesgo por debajo de 41%.

La volatilidad del portafolio entre Endesa y Copec se calcula como:

- **Varianza del portafolio =**

	w_1	w_2
w_1	$w_1^2\sigma_1^2$	$w_1 w_2 \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 = w_1 w_2 \sigma_{12}$
w_2	$w_1 w_2 \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 = w_1 w_2 \sigma_{12}$	$w_2^2\sigma_2^2$

w: proporción invertida en cada activo.

- σ_{12} = covarianza de los retornos
- ρ = correlación de los retornos

Ejemplo de un portafolio

- **Supongamos que tenemos el siguiente portafolio de dos acciones (Endesa y Copec)**

	Endesa	Copec
Retorno Esperado (r)	15%	21%
Varianza	784	1764
Desviación Estándar	28%	42%
Peso en Portafolio	60%	40%

- El retorno esperado de este portafolio es igual a:

$$r_p = w_1 r_1 + w_2 r_2 = (0.6 * 15) + (0.4 * 21) = 17.4\%$$

Ejemplo de un portafolio(2)

- **Varianza del portafolio =**

$0.6^2 * 28^2 = 282$	$0.6*0.4*0.4*28*42=113$
$0.6*0.4*0.4*28*42=113$	$0.4^2 * 42^2 = 282$

- Varianza = 282 + 282 + (2 * 113) = 790
- Desviación estándar = $(790)^{1/2}$ = 28.1%= Volatilidad
- Nota: Estamos suponiendo una correlación igual a 0.4

Ejemplo 2

- Activos: Endesa, Copec
- Retornos esperados (Anualizados)

Endesa:	12%
Copec:	15%

- Retorno Esperado Cartera ?

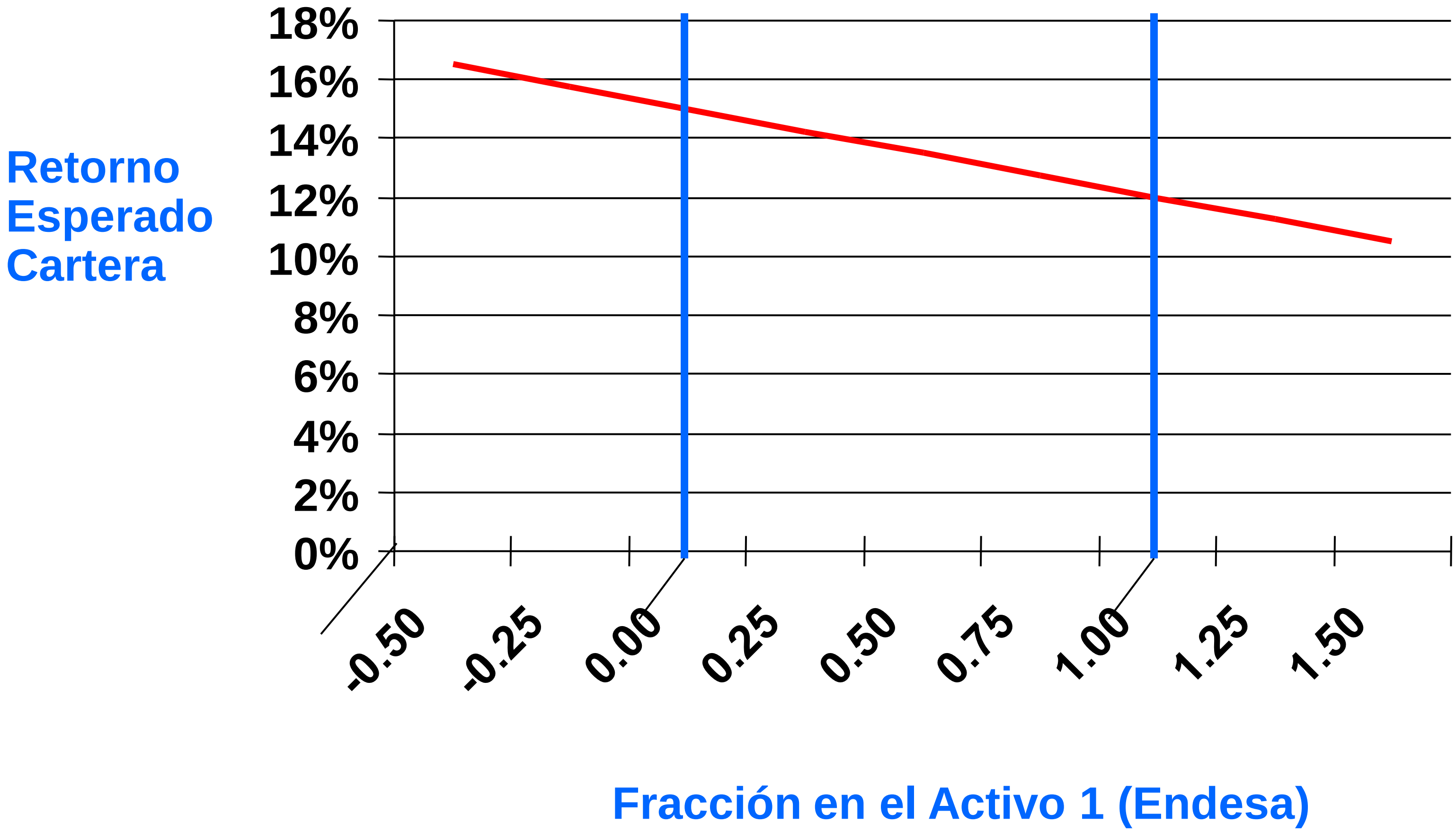
$$E(r_C) = w_1 * 12\% + w_2 * 15\%$$

Puesto que la proporción de inversión en cada activo suma 1:

$$E(r_C) = w_1 * 12\% + (1 - w_1) * 15\%$$

Retorno Esperado Cartera puede ser menor a 12% o mayor que 15%?

Retorno Esperado de la Cartera



Volatilidad de una cartera de 2 activos

- $$\sigma_C = \sqrt{w^2 \cdot \sigma_1^2 + (1-w)^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot w \cdot (1-w) \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho}$$

$$\sigma_C = \sqrt{0{,}5^2 \cdot 10^2 + 0{,}5^2 \cdot 12^2 + 2 \cdot 0{,}5 \cdot (0{,}5) \cdot 10 \cdot 12 \cdot -0{,}5}$$

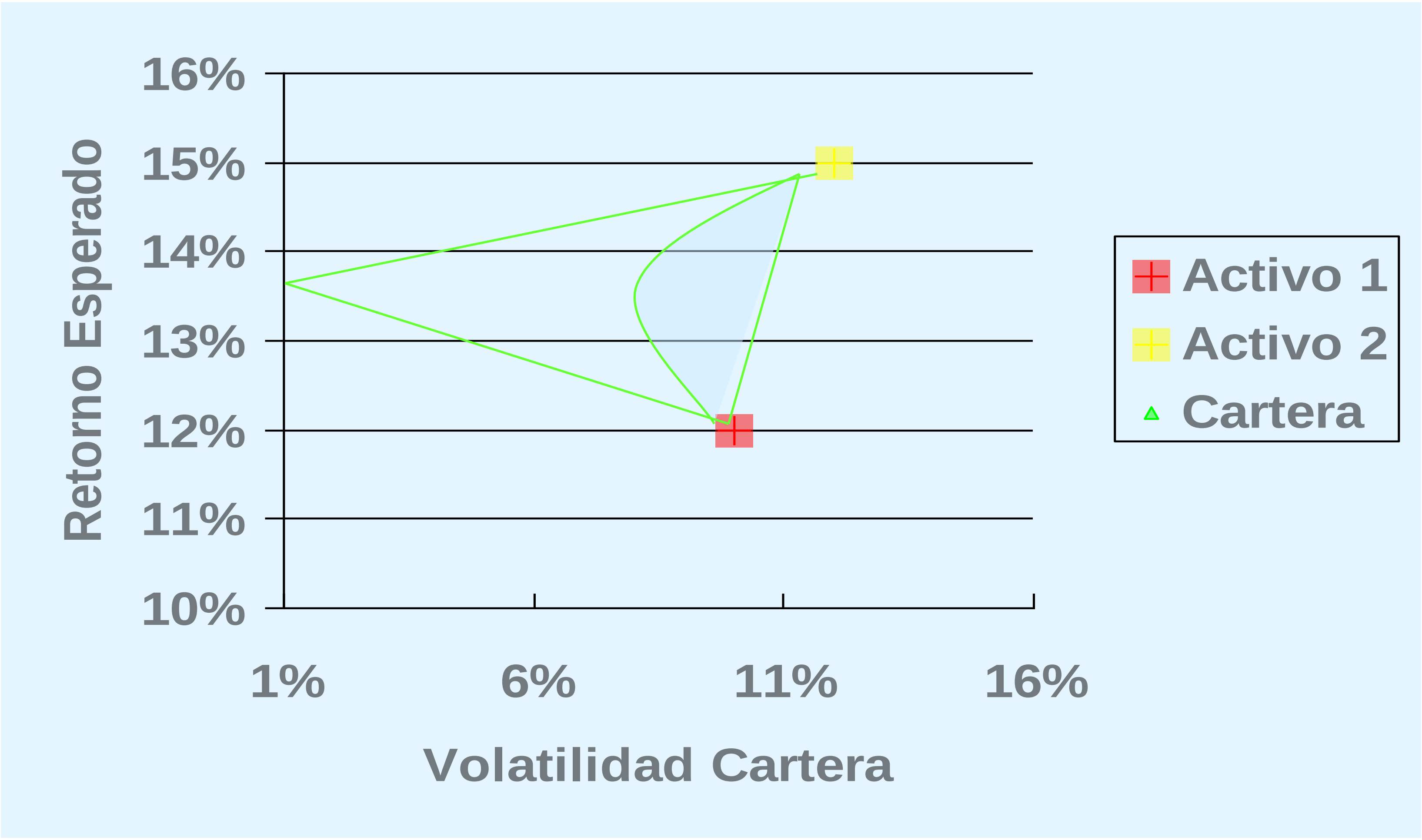
- Si volatilidad del activo 1 es 10% y del activo 2 es 12%, y su correlación es -0.5 entonces

Fracción w	Vol Cartera
0.0	12.0%
0.5	5.6%
1.0	10.0%

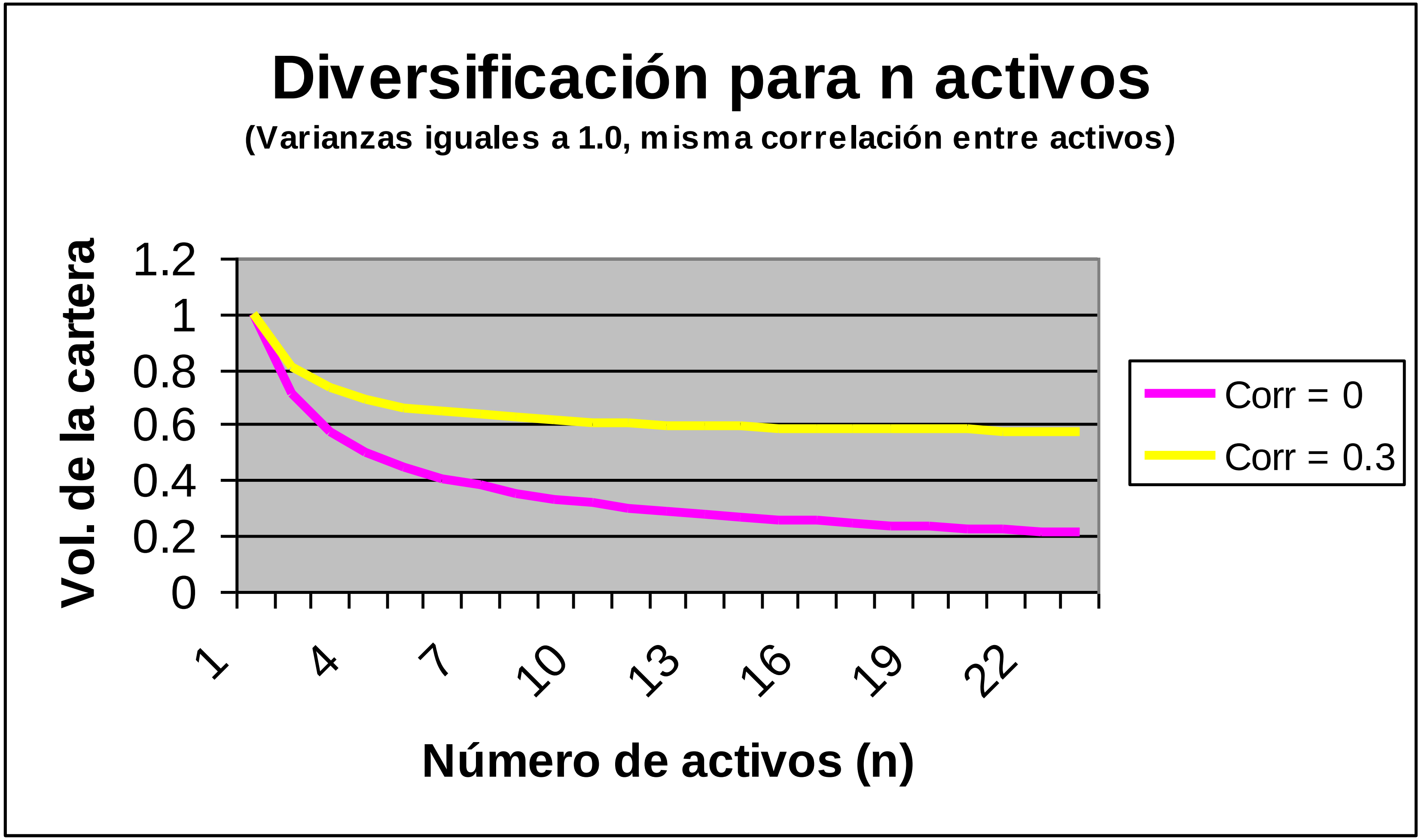
Calculando Retorno y Riesgo de la Cartera

Peso Act 1	Retorno	Volatilidad de la Cartera para diferentes correlaciones:				
w	Esperado	-0,5	0	0,5	1	-1
0%	15,00%	12,00%	12,00%	12,00%	12,00%	12,00%
10%	14,70%	10,34%	10,85%	11,33%	11,80%	9,80%
20%	14,40%	8,77%	9,81%	10,74%	11,60%	7,60%
30%	14,10%	7,37%	8,92%	10,24%	11,40%	5,40%
40%	13,80%	6,25%	8,24%	9,83%	11,20%	3,20%
50%	13,50%	5,57%	7,81%	9,54%	11,00%	1,00%
60%	13,20%	5,50%	7,68%	9,37%	10,80%	1,20%
70%	12,90%	6,06%	7,87%	9,34%	10,60%	3,40%
80%	12,60%	7,11%	8,35%	9,43%	10,40%	5,60%
90%	12,30%	8,46%	9,08%	9,66%	10,20%	7,80%
100%	12,00%	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%

Graficando Retorno y Riesgo para una cartera



Diversificación depende de la correlación

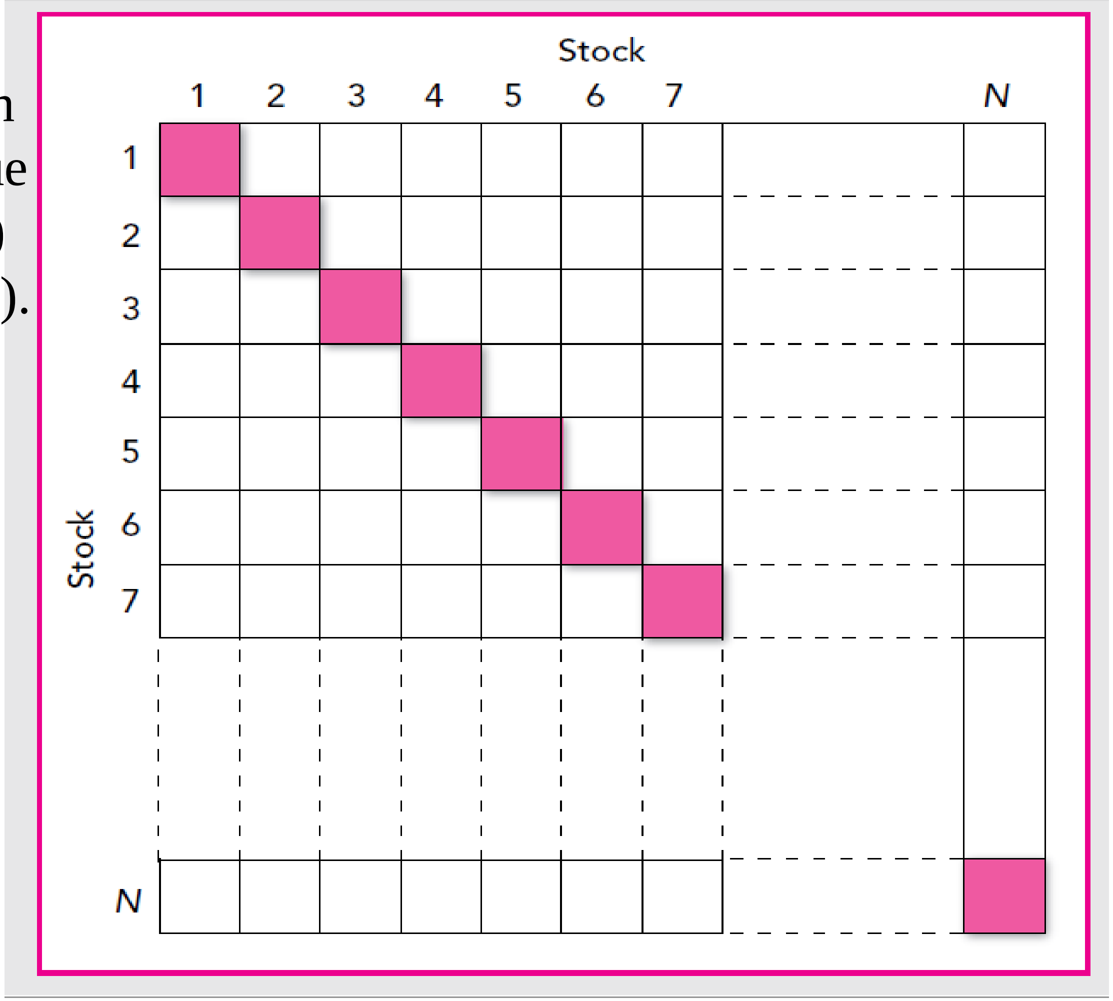


Diversificación de riesgos

- Una adecuada selección del peso en cada uno de los activos permite una disminución del riesgo de la cartera.
- ¿Un menor riesgo implica siempre una mayor rentabilidad?
- ¿Es posible encontrar una cartera con riesgo cero?
- ¿Qué pasa para más de dos activos?

•Para encontrar la varianza de un portafolio de N acciones, hay que sumar las diagonales (varianzas) y el resto de celdas (covarianzas).

•A medida que N aumenta, la varianza del portafolio se aproxima a la covarianza promedio.



Varianza de un portafolio de N instrumentos

- **Varianza del Portafolio:**

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_i w_j \sigma_{ij}$$

- **Supongamos que el peso de cada instrumento es igual a 1/N**
- **En la varianza del portafolio, existen N varianzas ponderadas por 1/N y (N^2-N) covarianzas. Podemos decir entonces que la varianza del portafolio es:**

$$\text{Varianza} = \mathrm{N}\left(\frac{1}{\mathrm{N}}\right)^2 (\text{varianza promedio}) + (\mathrm{N}^2 - \mathrm{N})\left(\frac{1}{\mathrm{N}}\right)^2 (\text{covarianza promedio})$$

$$\text{Varianza} = \frac{1}{\mathrm{N}}(\text{varianza promedio}) + \left(1 - \frac{1}{\mathrm{N}}\right)(\text{covarianza promedio})$$

- Si N es muy grande, la varianza del portafolio tiende a la covarianza promedio de los instrumentos.

Cómo los títulos individuales afectan el riesgo del portafolio

- El riesgo de un portafolio depende del riesgo de mercado de los títulos que lo componen.
- Lo anterior conduce a la necesidad de medir la sensibilidad de los títulos a los movimientos del mercado.
- Esta sensibilidad se llama beta (β).
- Las acciones con betas mayores que 1 tienden a amplificar los movimientos del mercado. Las acciones con betas entre 0 y 1 se mueven en la misma dirección del mercado, pero más suavemente.
- El beta del portafolio de todas las acciones es 1.

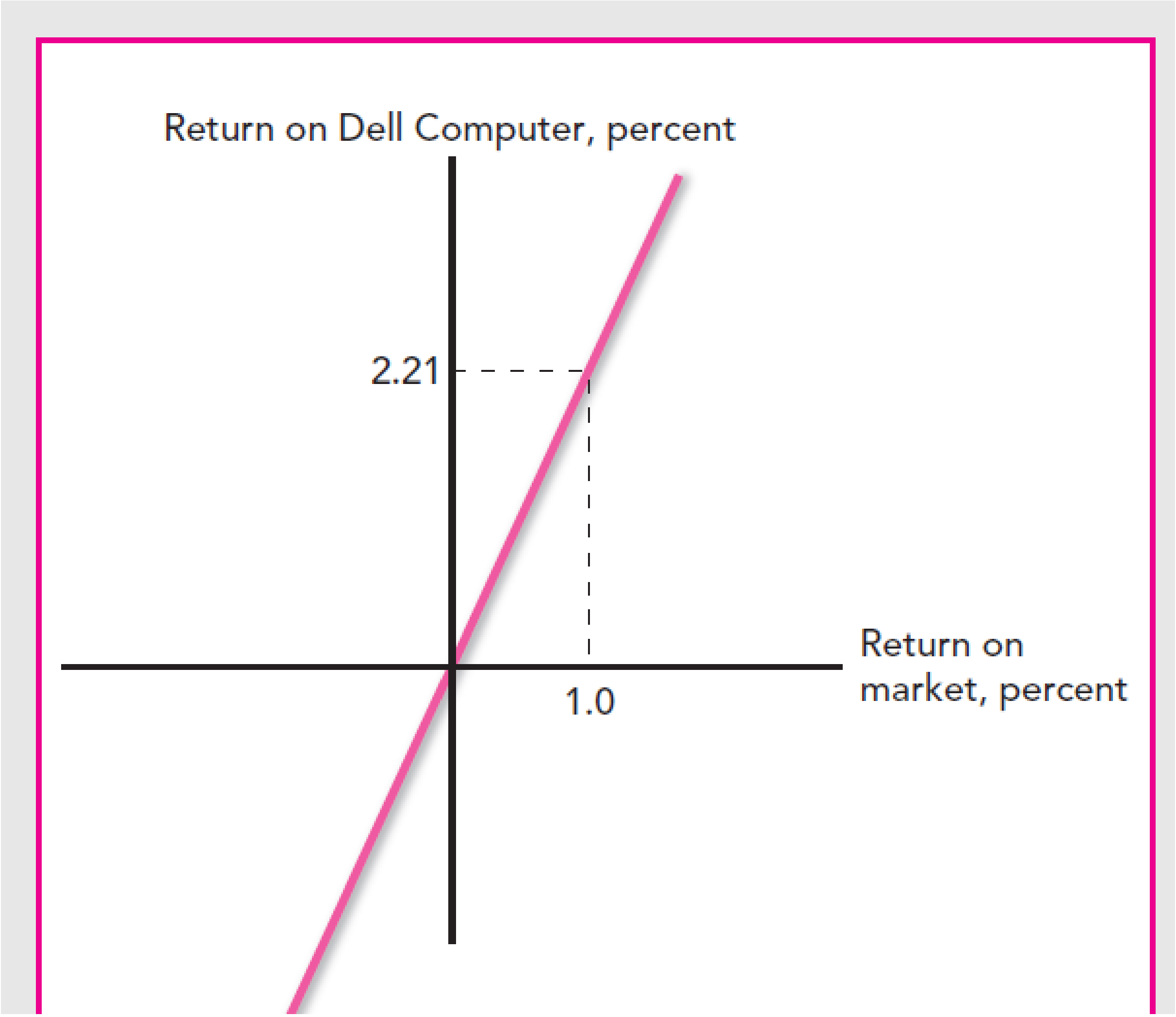
Ejemplos de betas para acciones en EEUU

Stock	Beta (β)	Stock	Beta (β)
Amazon.com*	3.25	General Electric	1.18
Boeing	.56	General Motors	.91
Coca-Cola	.74	McDonald's	.68
Dell Computer	2.21	Pfizer	.71
Exxon Mobil	.40	Reebok	.69

Beta de Dell: 2,21

•Si el mercado cae 2%, Dell caerá 4,42%.

• Los retornos de Dell no están perfectamente correlacionados con los retornos del mercado (nube de puntos).



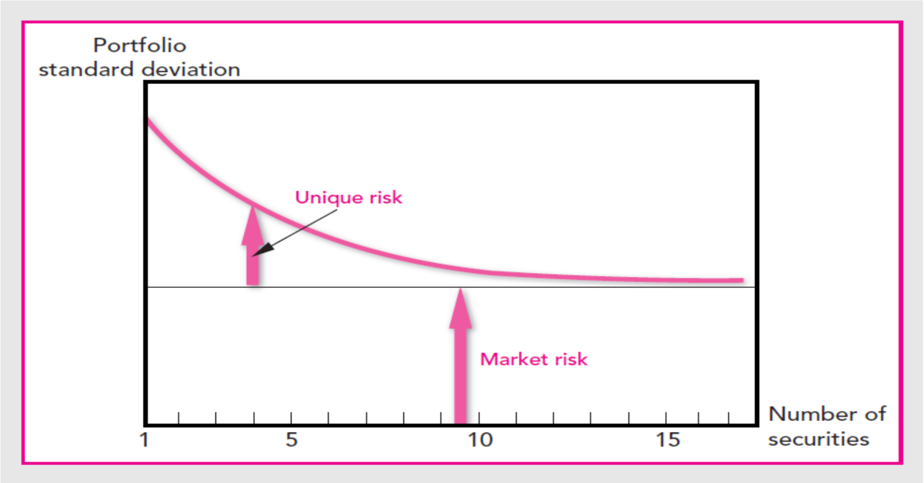
- **El riesgo de mercado representa la mayor parte de un portafolio bien diversificado.**
- **El beta de los títulos individuales mide su sensibilidad a los movimientos del mercado.**

En un contexto de portafolio, el riesgo de los títulos se mide por su beta. Se define:

$$\beta i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2}$$

Donde σ_{im} es cov entre retorno acción i y retorno de mercado y σ_m^2 es la varianza del retorno de mercado.

• Recordemos que a mayor diversificación, la DS del portafolio se explicará exclusivamente por el riesgo de mercado, ya que riesgo único desaparece.

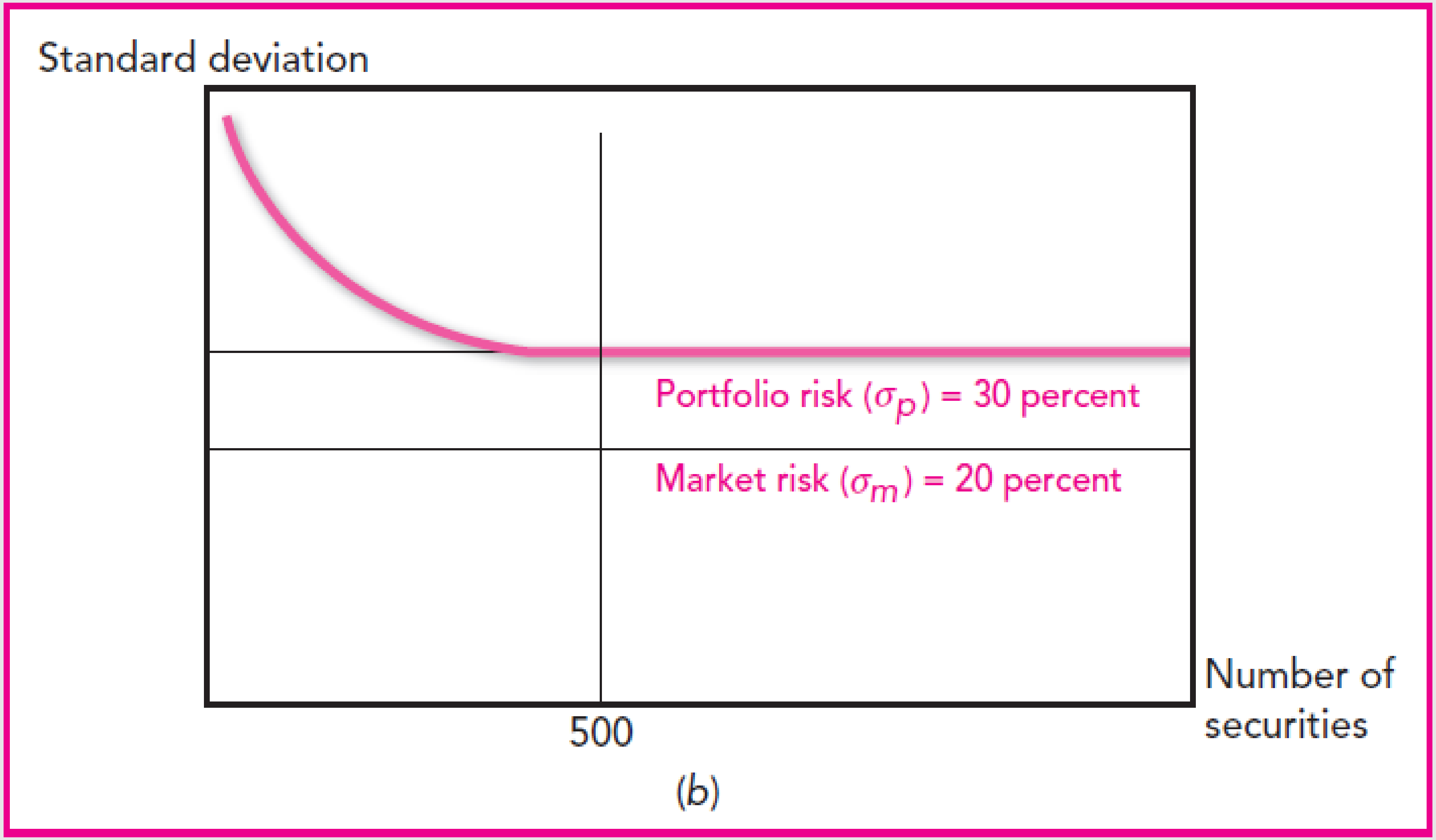


- Supongamos que construimos un portafolio de 500 acciones, tomadas al azar. ¿Qué obtendremos?
- Un portafolio muy similar al del mercado con beta de 1 y correlación con el mercado de 1.
- Si la DS del mercado fuera 20%, entonces la DS del portafolio también será 20%.

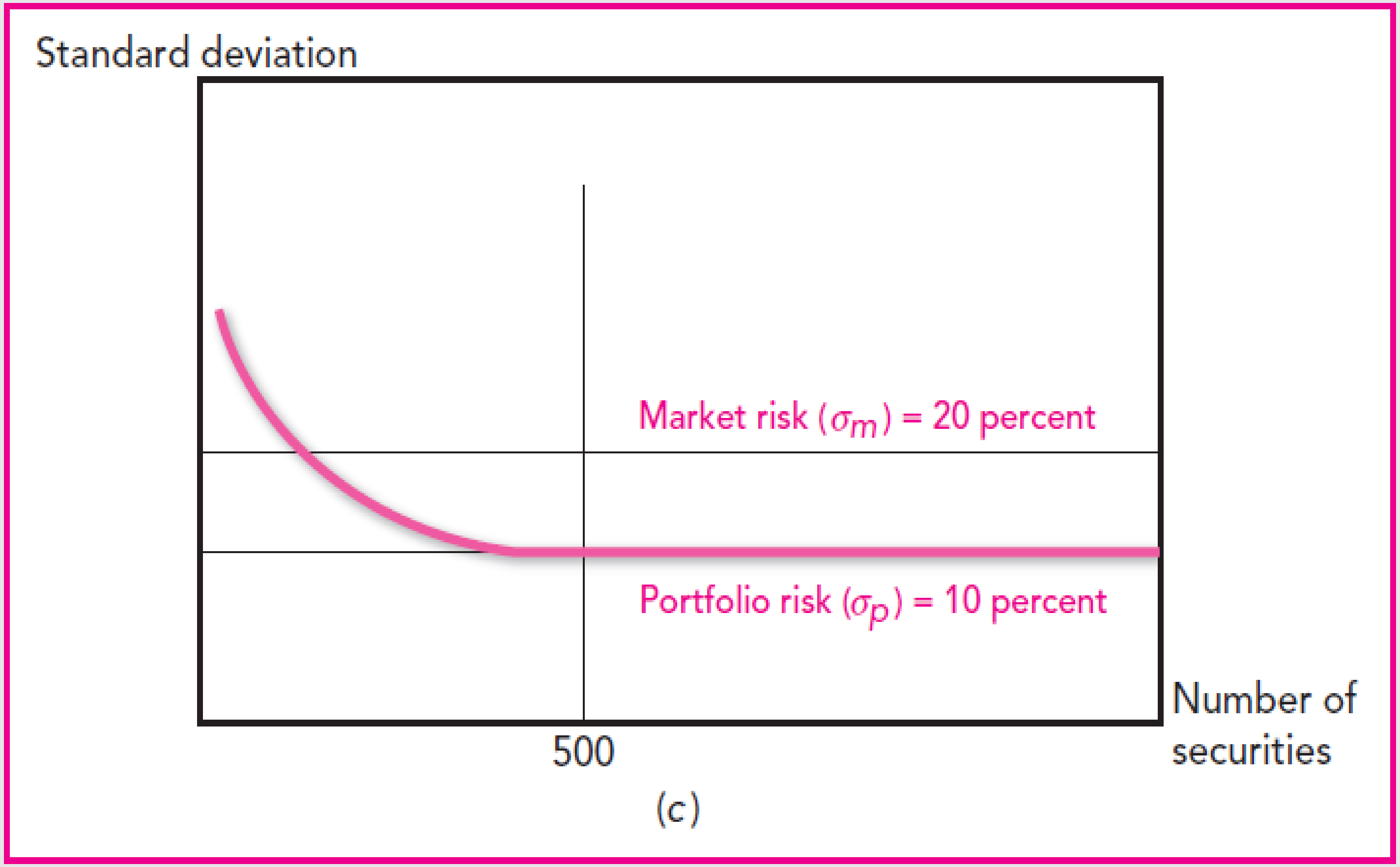
- Supongamos que construimos otro portafolio compuesto por 500 acciones; pero con un beta promedio de 1,5.
- En este caso, el portafolio tampoco tendrá riesgo único, pero tendrá una DS de 30%, 1,5 veces la del mercado. ¿Qué pasa si beta promedio es 0,5?

El riesgo de un portafolio bien diversificado es proporcional al beta del portafolio, el cual es igual al beta promedio de los títulos incluidos en el portafolio.

Portafolio con beta promedio de 1,5



Portafolio con beta promedio de 0,5



Diversificación y aditividad del valor

- Sabemos que la diversificación reduce riesgo.
- ¿Significa que una empresa diversificada vale más que una que no lo es?
- Si la respuesta es afirmativa, significa que el todo vale más que la suma de las partes, por lo cual no podemos sumar VPN.
- Pero la respuesta es no. En un mercado accionario relativamente amplio, los inversionistas diversificarán por su cuenta, a bajos costos (comisiones de corretaje), y no pagarán un extra por la diversificación.
- También es muy costoso para una firma agregar o eliminar proyectos en consideración al riesgo.