# Valor Presente y Costo de Oportunidad del Capital

Christian Larraín

# ¿Se requiere una teoría para determinar los precios de los activos?

- Decisiones de inversión apuntan a encontrar activos cuyo valor supere su costo.
- En pocos casos, el precio lo determina el mercado.
- En general no existe un mercado activo.

# Problema tipo

- Mi edificio habitacional se incendia. Me quedo con un terreno que vale $50 millones y un cheque por $300 millones
- ¿Conviene hacer edificio de oficinas? Edificar vale $300.000 millones.  Se espera que el edificio se venda en $400 mill. Un problema es que tengo flujos en distintos momentos del tiempo. ¿Se pueden sumar?
- Primer principio: Un peso hoy vale más que un peso mañana, debido a que un peso hoy puede invertirse para comenzar a obtener intereses en forma inmediata.

# Introducción al VPN

- **VP de un flujo a recibir en el futuro se obtiene aplicando FD < 1**
- **VP = FD * $C_1$ donde FD = 1/ 1+r**
- **r es recompensa que exige inversionista por aceptar un pago aplazado**
- **¿Cómo determinar r? Concepto de costo de oportunidad (rentabilidad a la que renuncio)**
- **Siempre puedo obtener una rentabilidad fija libre de riesgo invirtiendo en títulos de gobierno:**

  **➔ UF + 4%**

# Volvamos al ejemplo

- **¿Cuál es el valor presente del edificio?**

$$VP = FD * C_1 = \frac{1}{(1+r)} * C_1 = \frac{400.000.000}{1,07} = 373.832.000$$

- **¿En cuánto incrementé mi ganancia?**

$$VPN = C_{0+} \frac{C_1}{(1+r)}$$

**VPN = -350.000.000 + 373.832.000 = 23.832.000**

# Ojo con la Inflación

- **En Chile las tasas de descuento están normalmente cotizadas en términos reales. Por el contrario, en Estados Unidos están normalmente cotizadas en términos nominales.**

- **Si la tasa de inflación para un período es i, entonces:**

$$(1+r(real)) = (1+r(nominal)) / (1+i)$$

- **Lo clave es ser <u>consistente</u> en el tratamiento de la inflación.**

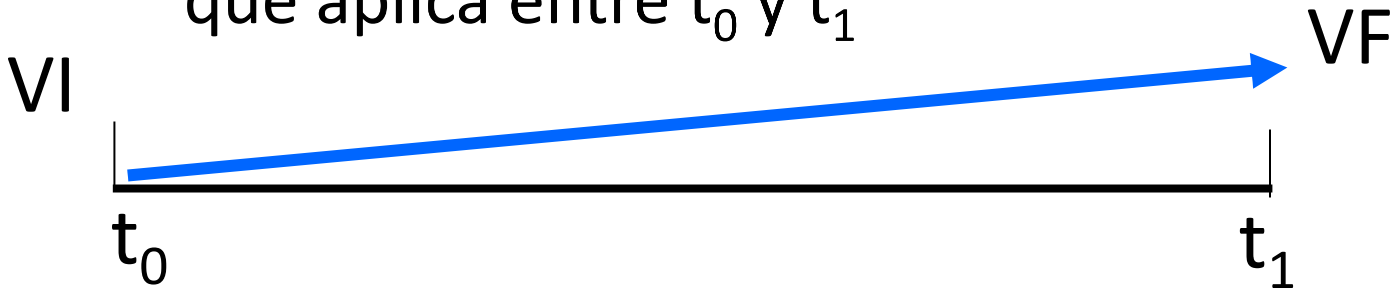
- **Ejemplo anterior: si precios estuvieran en UF, descontamos al 4% y no al 7%.**

# Riesgo

- Concepto de riesgo: un peso seguro vale más que uno con riesgo.
- Supusimos que los 400 millones eran seguros. Es falso.
- Si puedo obtener 400 mill. invirtiendo 373,8 mill. en títulos de gobierno, quiere decir que el VA del edificio es inferior.
- Distintas inversiones tienen distinto riesgo. Pensemos en mercado accionario: 12% de rentabilidad esperada.
- Si el edificio tiene un riesgo similar al mercado accionario, entonces habría que descontar los 400 mill. al 12% y no al 7%.
- VPN = -350.000.000 + 400.000.000/1,12 = 7.143

# La tasa de interés permite relacionar valores hoy con valores futuros

Un monto inicial VI se transforma en VF a través de una tasa de interés r que aplica entre $t_0$ y $t_1$




$$VF = VI \times (1 + r \times t) = VI + \text{Intereses}$$

$$\text{Intereses} = VI \times r \times t$$

$$t = t_1 - t_0$$

# Ejemplo, Caso de un depósito a plazo

- **Si la tasa es de 0.8% mensual, y se invierten $12 millones a 60 días plazo, entonces,**
    - **VF = 12×(1+(0.8/100)*2) =M$ 12.192**

**Intereses = $192,000**

**Al término (0.8/100)*2 = 0.16/100**

**se le denomina interés efectivo**

**FIGURA 2.1**

Obsérvese cómo el endeudamiento y el préstamo amplían la elección del individuo. Endeudándose contra un flujo de tesorería futuro *F*, un individuo puede consumir hoy un extra de *BD*; prestando el presente flujo de tesorería *B*, el individuo puede consumir un extra *FH* mañana.

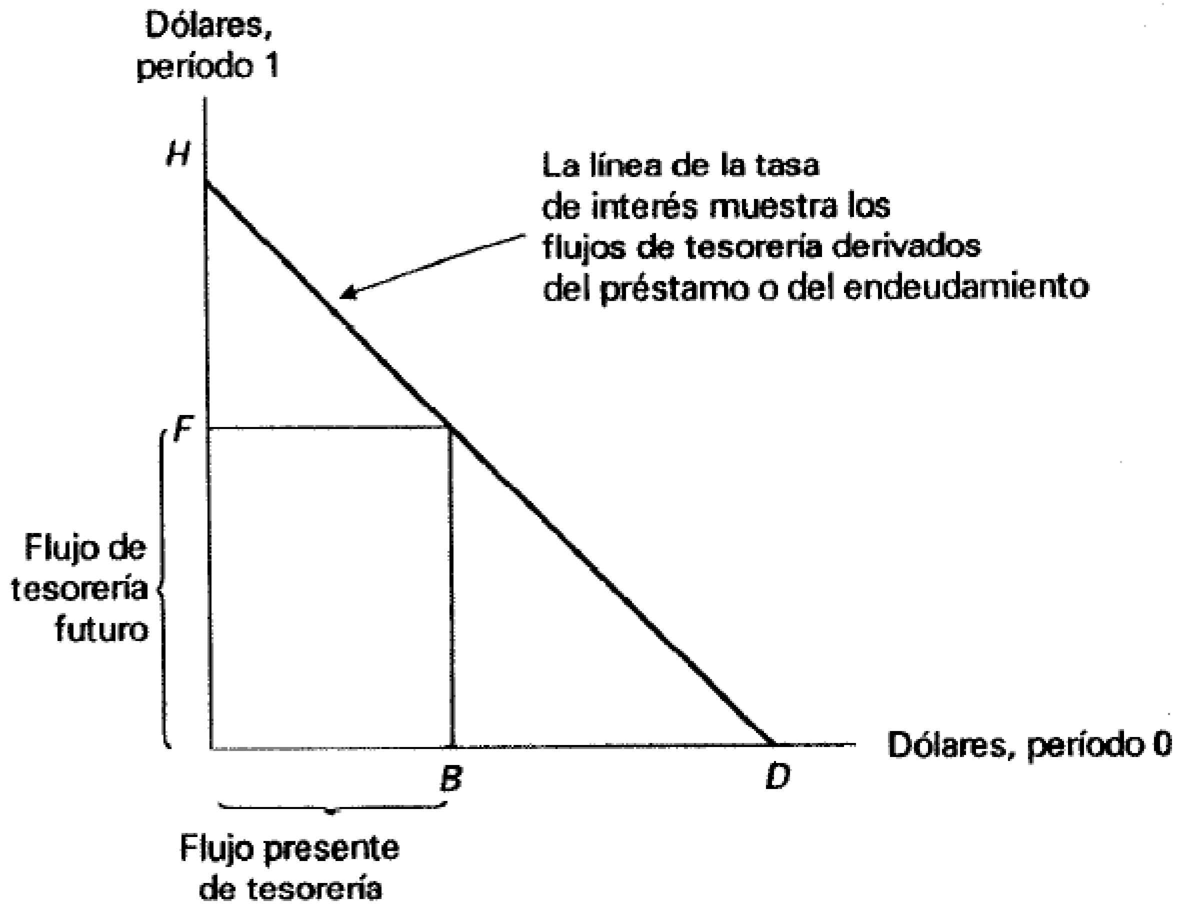


**FIGURA 2.2**

El pródigo elige pedir prestado *BC* contra el flujo de tesorería de mañana, para consumir *C* hoy y *E* mañana.

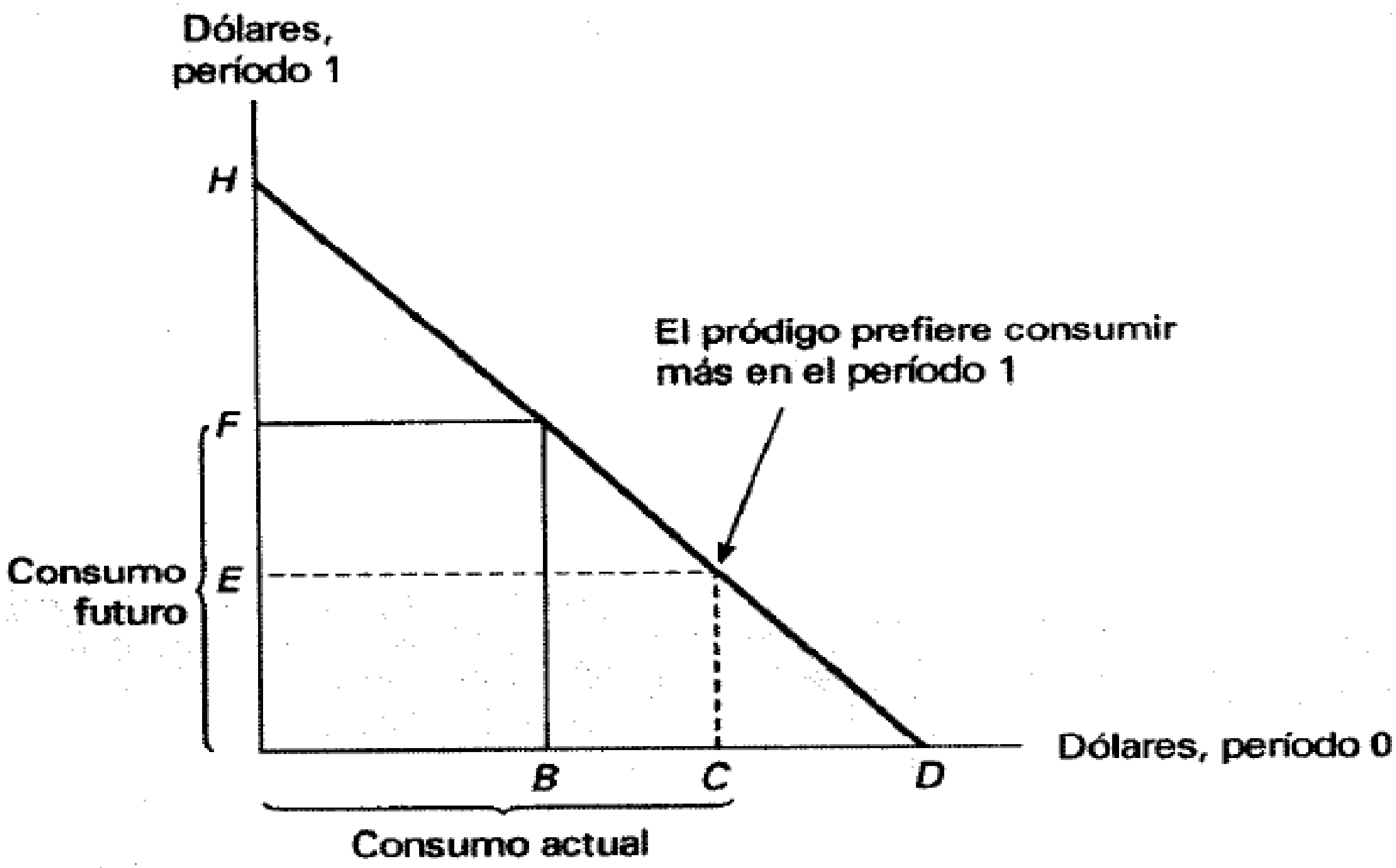


**FIGURA 2.3**

El tacaño elige prestar *AB*, para consumir *A* hoy y *G* mañana.

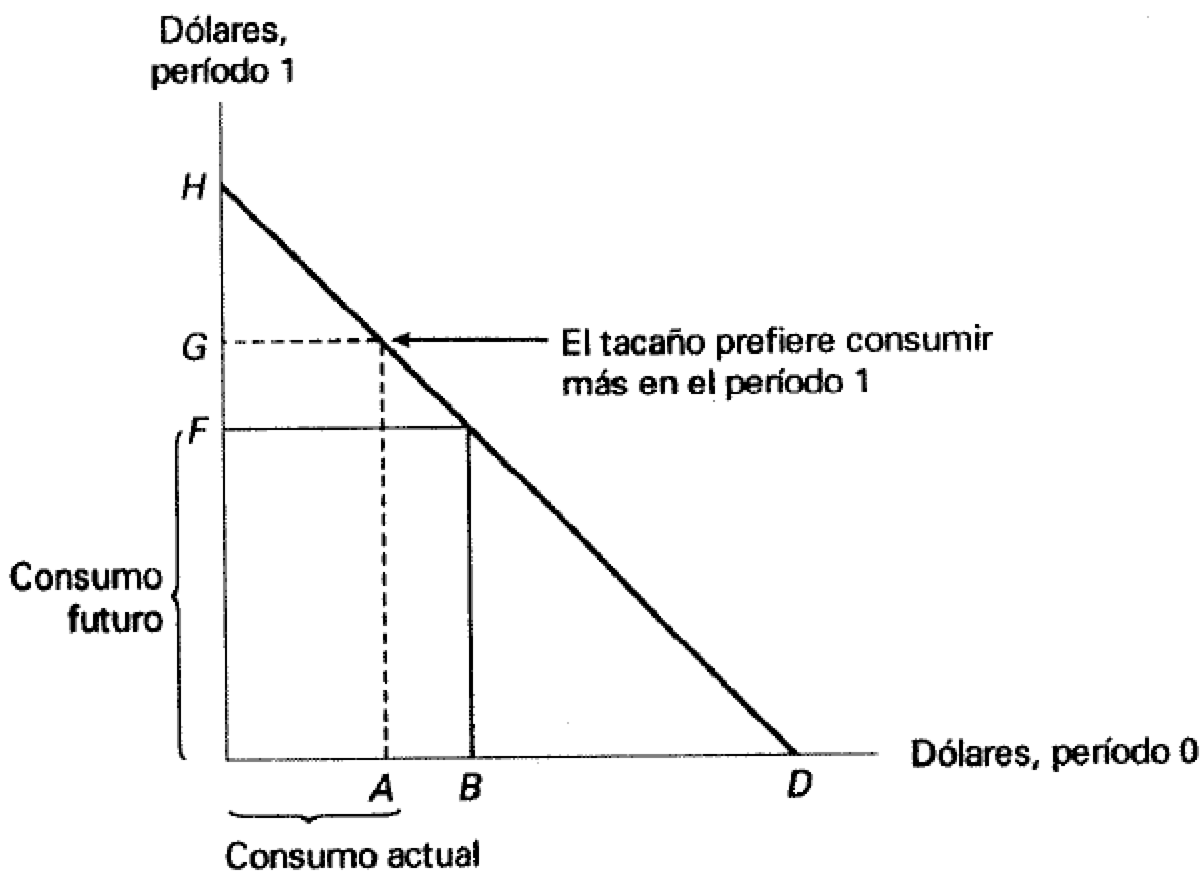


**FIGURA 2.4**

Efecto de la inversión en activos reales sobre los flujos de tesorería en los períodos 0 y 1. Nótese la disminución de la rentabilidad sobre las unidades adicionales de inversión.

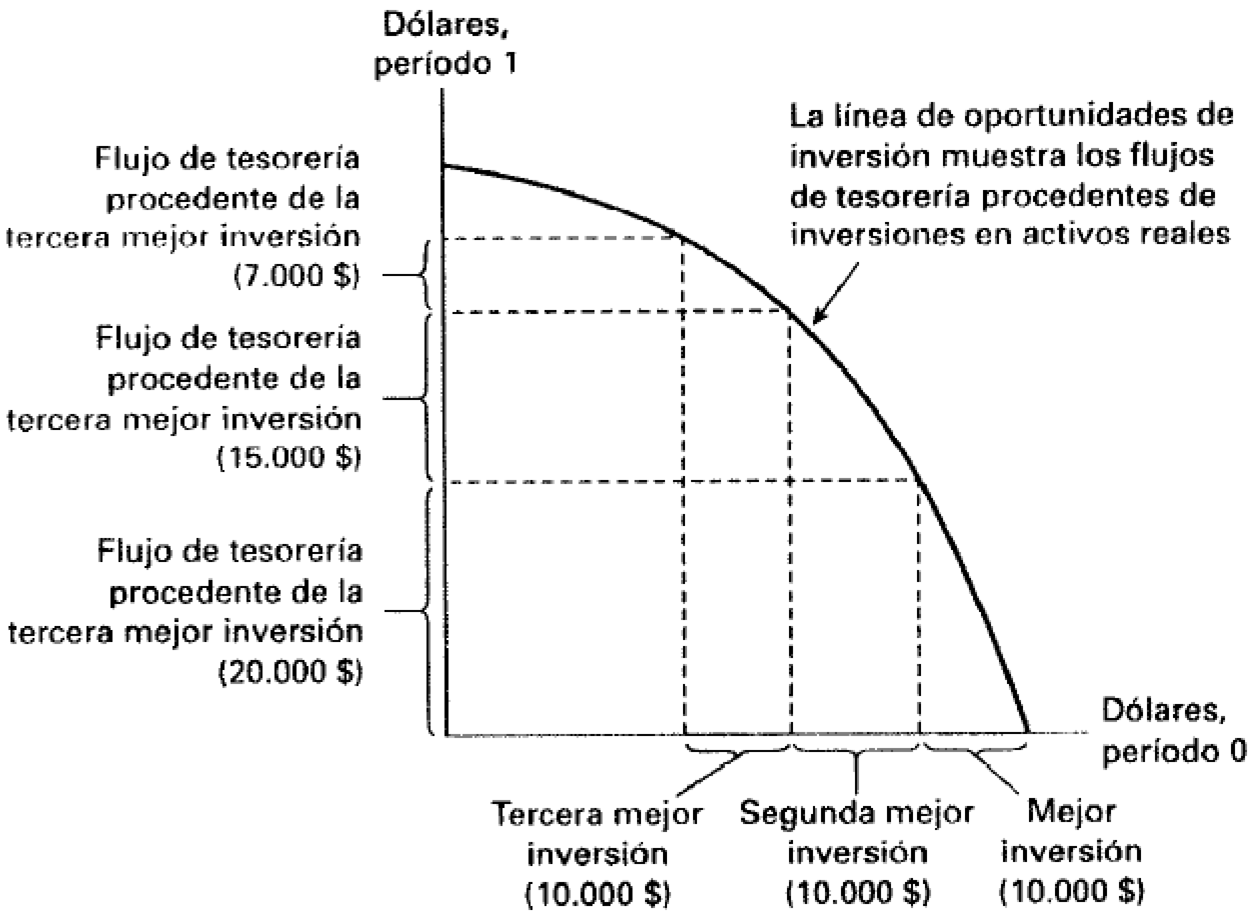


**FIGURA 2.5**

El pródigo y el tacaño tienen la misma riqueza inicial, *D*. Ambos mejorarían si invirtieran *JD* en activos reales y además prestaran o tomaran prestado en el mercado de capitales. Si *sólo* pudieran invertir en el mercado de capitales estarían obligados a elegir un punto a lo largo de *DH*; si *sólo* pudiesen invertir en activos reales, el punto sería *DL*.

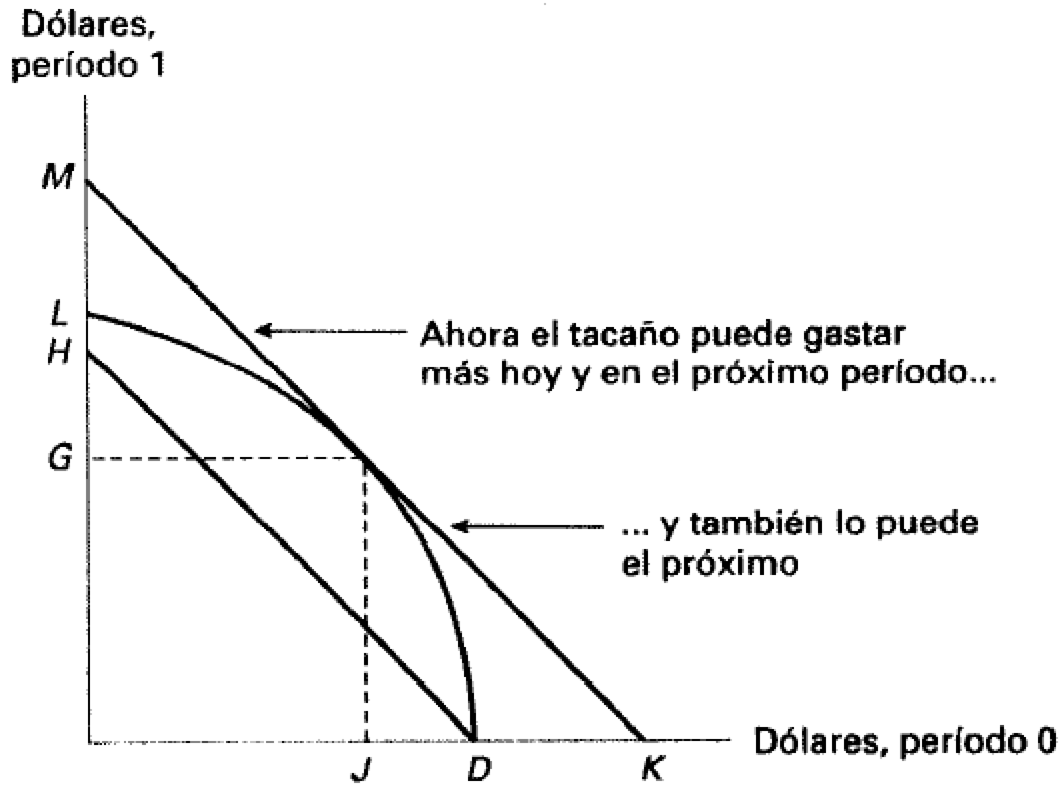


**FIGURA 2.6**

Si el pródigo o el tacaño invierten *ND* en activos reales, el VAN de la inversión sería únicamente *DP*. El inversor tendría menos para gastar tanto hoy como mañana.

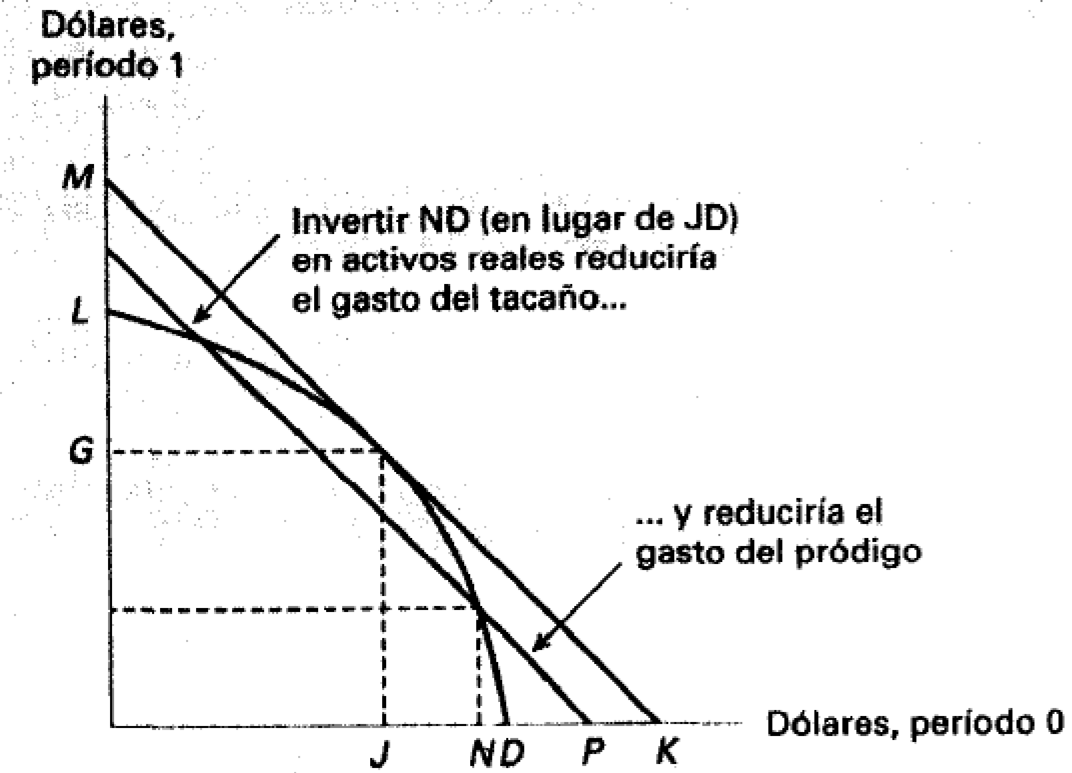
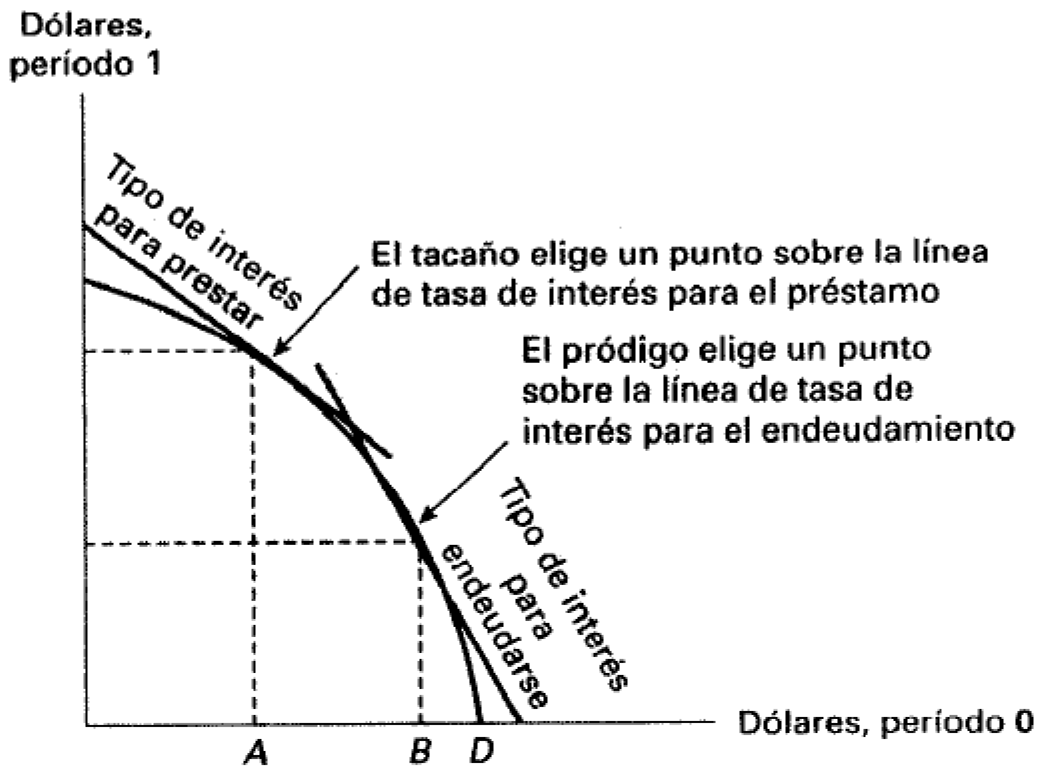


**FIGURA 2.7**

Aquí los tipos de interés para prestar y para endeudarse son distintos. La línea más inclinada representa el tipo de interés para la persona que se endeuda; la línea menos inclinada muestra el tipo de interés para quien presta. En este caso, el pródigo y el tacaño eligen niveles diferentes de inversión de capital.



# Resultado fundamental (Fisher)

- La decisión óptima desde el punto de vista de la inversión, no guarda relación con preferencias acerca del consumo (tacaño o gozador).
- La alta gerencia optimiza su trabajo maximizando el VPN.
- Cada accionista elige libremente su perfil de consumo intertemporal.

# Irving Fisher

- Economista que crea los fundamentos del VPN.
- En 1906 los inversionistas sofisticados invertían en bonos, usando tablas de descuento.
- Fisher discute la incertidumbre asociada a las acciones. Dice que diferencia con bonos es un problema de grado. Los bonos pueden caer en default; también la inflación se los puede comer.
- De aquí el FD que refleja la incertidumbre asociada a las acciones.
- En conferencia oct. 29, dijo que acciones habían alcanzado un "plateau" permanente. A las dos semanas vino el "crash". Las acciones vinieron a recuperar su valor previo en 1954.

# Hipótesis fundamentales

- No hay barreras que impidan el acceso al mercado de capitales y que ningún participante tiene una posición dominante para ejercer un efecto significativo en el precio.
- El acceso al mercado de capitales tiene lugar sin costos y no hay fricciones que impidan la libre negociación de títulos.
- La información relevante acerca de los títulos está amplia y libremente disponible.
- No hay impuestos distorsionantes.
- ¿Qué ocurre en el mercado chileno? Rol de las AFP; casos de información privilegiada; impuesto a ganancias de capital.

# Efectos del Impuesto a Ganancias de Capital

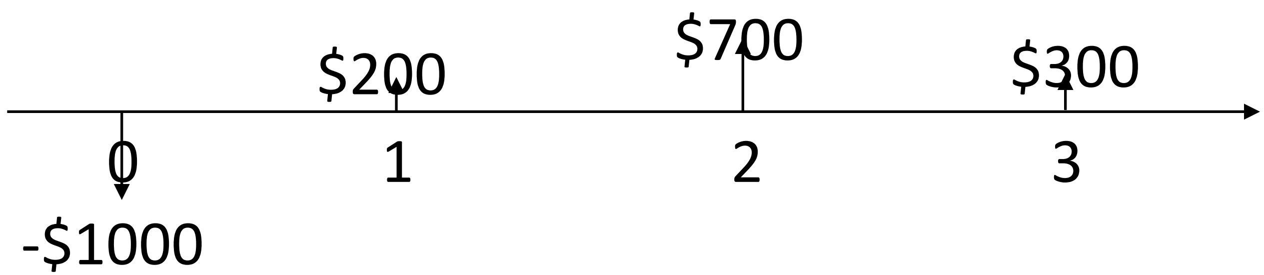
- De acuerdo a la legislación nacional, una ganancia de capital se define como un incremento en el valor real de un activo, la que se materializa sólo cuando éste es vendido.
- Conceptualmente el precio de un activo se define como el valor presente (neto de impuestos) de sus flujos esperados. Dado que las utilidades de las empresas tributan en primera categoría, cuando se grava las ganancias de capital se está gravando dos veces una misma renta. Este modo de doble tributación es devastador para desincentivar a las personas a invertir en acciones de sociedades anónimas.
- No obstante, ello no ocurre en el caso de una enajenación de un bosque en que, producto del paso del tiempo, adquiere un mayor valor (equivale a retener utilidades), o bien en el caso de un bien raíz. En este caso, el inversionista es una persona natural no habitual que está exenta de todo impuestos cuando dicha ganancia se realiza. Este tratamiento diferencial entre acciones y otros activos distorsiona la asignación de recursos y representa por tanto un sesgo en contra del capital accionario y a favor de los bienes raíces.

# El rol de los incentivos: caso La Polar

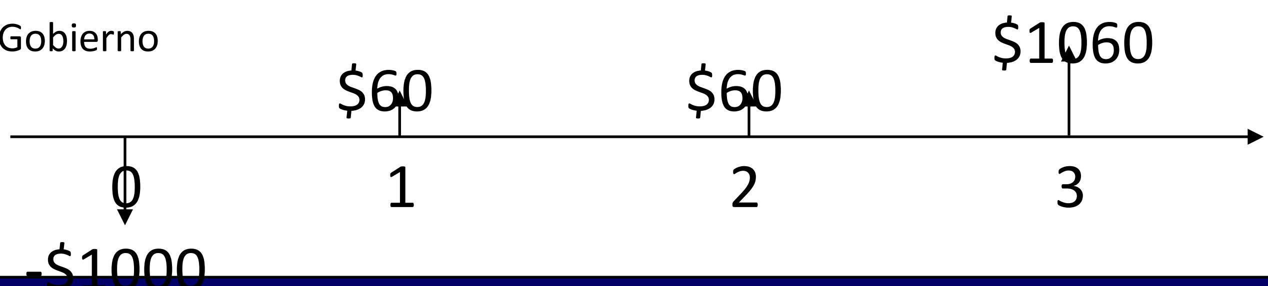
- ¿Cómo nos aseguramos que la alta gerencia maximice el VPN de la empresa?
- Incentivos juegan papel clave: pagar en función de resultados.
- Posibilidad de ascender.
- Rol de take-over.

# Valor Presente Neto

- Problema de valorar flujos en el tiempo.
- El concepto de valor presente neto aparece como una respuesta a esta necesidad: un solo número resume un conjunto de flujos dispersos en el tiempo.
- Ejemplo:
  - Usted tiene la posibilidad de invertir en una de las siguientes dos alternativas:
    - Proyecto inmobiliario (supongamos libre de riesgo)




Bonos del Gobierno



# Supuestos y fórmulas básicas del valor presente

- **El valor presente es aditivo:**

  $PV(C_1, C_2, ...., C_t, ....., C_T) = PV(C_1) + PV(C_2) + ....$

- **Los inversionistas descuentan por tiempo y riesgo**

  $PV(C_t) = FD_t\, C_t$, donde $FD<1$

- **Convenciones de escritura**

$$FDt = \frac{1}{(1+r_t)^t}$$

$$VP = \frac{C_1}{1+r_1} + \frac{C_2}{(1+r_2)^2} + ..... + \frac{C_T}{(1+r_T)^T} = \sum_{t=1}^{T} \frac{C_t}{(1+r_t)^t}$$

- $r_t$ es la tasa relevante para el período t

# Atajos (I)

- **Perpetuidades**
  – Ejemplo: Bono que paga un monto fijo ($C_1$) cada año.

$$VP = \frac{C_1}{1+r} + \frac{C_1}{(1+r)^2} + \frac{C_1}{(1+r)^3} + ....$$

VP (Flujos del bono) = $C_1/r$

  – La rentabilidad de una perpetuidad es igual a:

$r = C_1 / VP$

- Ejemplo: donación de $1.000.000 al año con tasa de 10%
- VP = 1.000.000/0,1= 10.000.000

# Atajos (II)

- Perpetuidades crecientes
  - Ejemplo: Sueldos con incrementos reales anuales.

$$VP = \frac{C_1}{1+r} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \frac{C_3}{(1+r)^3} + \ldots$$

$$VP = \frac{C_1}{1+r} + \frac{C_1(1+g)}{(1+r)^2} + \frac{C_1(1+g)^2}{(1+r)^3} + \ldots$$

$$VP = \frac{C_1}{r-g}$$

  - Ejemplo: aporta \$1 millón al año, incrementado en 4% por año.
  - VP = 1.000.000/0,1-0,04 = 16.666.667

# Atajos (III)

- **Anualidades: activo que produce un flujo fijo por un número determinado de años**

$$VP = \frac{C1}{1+r} + \frac{C1}{(1+r)^2} + .... + \frac{C1}{(1+r)^T}$$

$$VP = \sum_{t=1}^{T} \frac{C1}{(1+r)^t}$$

$$VP = C1\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^T}\right]$$

# Atajos (III)

- **Una anualidad puede ser vista como la diferencia entre dos perpetuidades:**

1 2 ............t.......t+1.................

| | |
|---|---|
| Perpetuidad (primer pago año 1) → | $$\frac{C_1}{r}$$ |
| Perpetuidad (primer pago año t+1) → | $$\left(\frac{C_1}{r}\right)\frac{1}{(1+r)^t}$$ |
| Anualidad desde año 1 a año t → | $$\frac{C_1}{r}-\left(\frac{C_1}{r}\right)\frac{1}{(1+r)^t}$$ |

# Atajos (IV)

- **Ejemplo de anualidades:**
  - Crédito hipotecario a 20 años
  - Pago anual \$100.000
  - Tasa de interés: 5%

$$VP = 100.000\left[\frac{1}{0,05} - \frac{1}{0.05(1,05)^{20}}\right] = \$1.246.221$$

# Intereses

- **La tasa de  interés no es un concepto único. Depende de:**
- **Convenciones medición del tiempo:**
  - Base 360, Base 365
  - días calendarios, días hábiles, años bisiestos, etc.
- **Composición de intereses**
  - lineal
  - anual
  - semestral
  - mensual
  - diario
  - continuo

# Interés Compuesto

- Generalmente se usa para inversiones a plazos superiores a 1 año (bonos), o cuando los intereses y el capital se re-invierten a la tasa original.

- Caso de créditos a plazos superiores a 1 año

- Lo importante es cómo se determinan los flujos de caja futuros: conocer su mecánica

# Convenciones de Composición de Intereses

- **Si la frecuencia de composición de intereses en un año es *f* y si la tasa de interés (anual) que se aplica en un intervalo de tiempo es r, entonces podemos definir que al invertir $1 generamos:**

$$W = \left(1 + \frac{r}{f}\right)^{t \cdot f}$$

- **donde t es el tiempo expresado en años.**
- **Si *f =2* composición es semestral**
- **Si *f= 1* es anual**
- **Si *f = 360* composición es diaria**

# Interés simple versus interés compuesto

| | Simple Interest | | | | | Compound Interest | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Year | Starting Balance | + | Interest | = | Ending Balance | Starting Balance | + | Ending Interest | = | Balance |
| 1 | 100 | + | 10 | = | 110 | 100 | + | 10 | = | 110 |
| 2 | 110 | + | 10 | = | 120 | 110 | + | 11 | = | 121 |
| 3 | 120 | + | 10 | = | 130 | 121 | + | 12.1 | = | 133.1 |
| 4 | 130 | + | 10 | = | 140 | 133.1 | + | 13.3 | = | 146.4 |
| 10 | 190 | + | 10 | = | 200 | 236 | + | 24 | = | 259 |
| 20 | 290 | + | 10 | = | 300 | 612 | + | 61 | = | 673 |
| 50 | 590 | + | 10 | = | 600 | 10,672 | + | 1,067 | = | 11,739 |
| 100 | 1,090 | + | 10 | = | 1,100 | 1,252,783 | + | 125,278 | = | 1,378,061 |
| 200 | 2,090 | + | 10 | = | 2,100 | 17,264,116,042 | + | 1,726,411,604 | = | 18,990,527,646 |
| 226 | 2,350 | + | 10 | = | 2,360 | 205,756,782,755 | + | 20,575,678,275 | = | 226,332,461,030 |

**TABLE 3.2**

Value of $100 invested at 10 percent simple and compound interest.

# Interés Compuesto - Intervalos

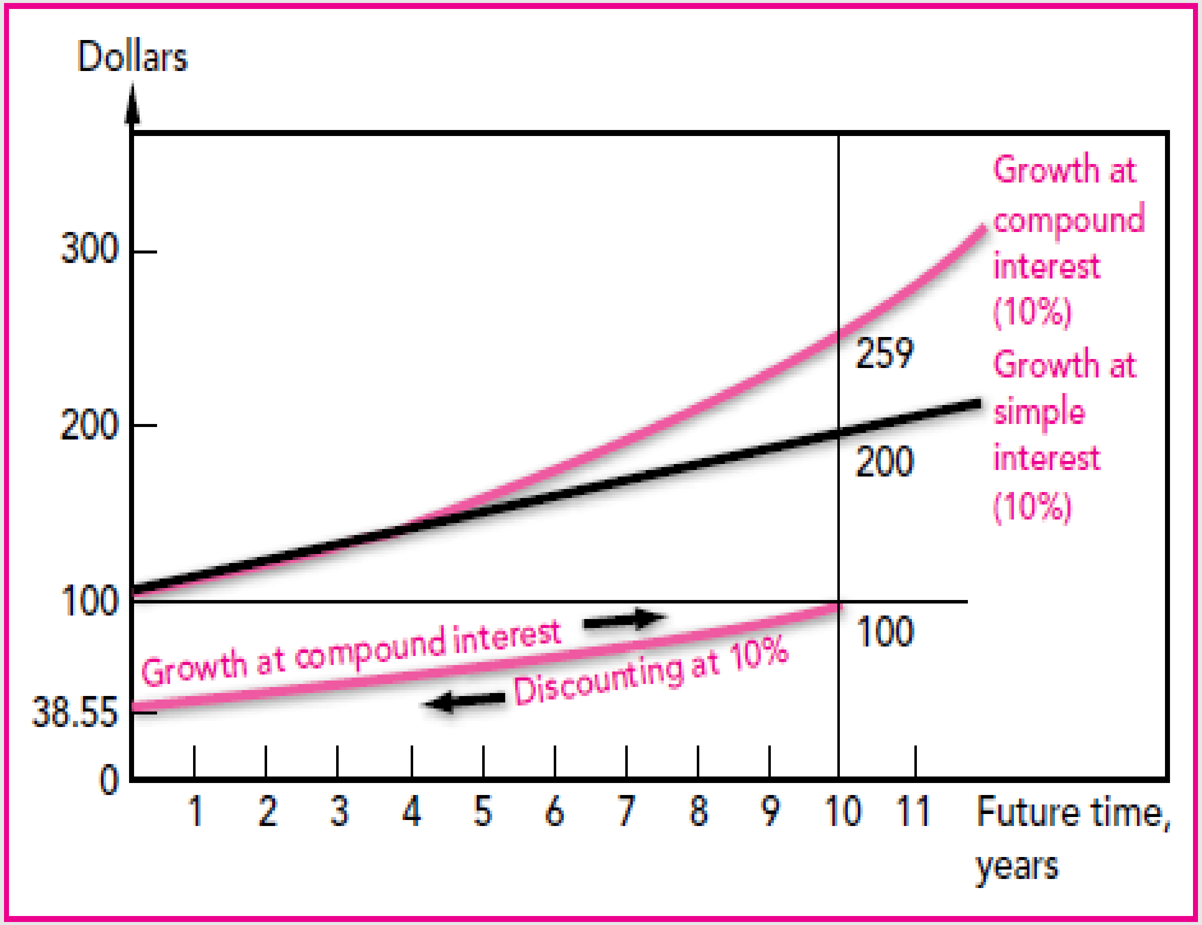



**FIGURE 3.2**

Compound interest versus simple interest. The top two ascending lines show the growth of $100 invested at simple and compound interest. The longer the funds are invested, the greater the advantage with compound interest. The bottom line shows that $38.55 must be invested now to obtain $100 after 10 periods. Conversely, the present value of $100 to be received after 10 years is $38.55.

# Casos particulares

- Si la frecuencia es cero, interés simple

$$W = 1 + r \cdot t$$

- Si la frecuencia es infinita, interés composición continua

$$\mathrm{e} = \lim_{f \to \infty} \left(1 + \frac{1}{f}\right)^{f}$$

$$W = e^{r \cdot t}$$

# Composición de Intereses – tasa 10% a tres años

- **Interés simple: W = 1 + 0,1*3 = 1,3**
  **Interés ganado = 0,3**

- Interés compuesto, composición anual: $W = (1 + 0,1/1)^{1*3} = 1,331$
  Interés ganado = 0,331
- Interés compuesto, composición semestral: $W = (1 + 0,1/2)^{2*3} = 1,3401$
  Interés ganado = 0,3401
- Interés compuesto, composición mensual: $W = (1 + 0,1/12)^{12*3} = 1,3482$
  Interés ganado = 0,3482
- Con tasas compuestas continuamente: $W = e^{0,1*3} = 1,3499$
  Interés ganado = 0,3499

$$W = 1 + r \cdot t$$

$$W = e^{r \cdot t}$$

$$W = \left(1 + \frac{r}{f}\right)^{t \cdot f}$$

# Ejemplo (II) – Regla del 72 (y el 69)

- **Con composición discreta, el tiempo que se demora $1 en doblarse se puede aproximar usando:**

$$\text{Tiempo para doblar} = \frac{72}{r(\%)}$$

- Con composición continua, si definimos como t el tiempo para doblar:

$$e^{rt} = 2$$

$$\ln(e^{rt}) = \ln(2) = 0.693$$

$$rt = 0.693$$

$$t = \frac{0.693}{r}$$

# Ejemplo reglas del 72 y 69: tasa 7%

- **Composición discreta: 72/7 = 10,28**
  **$1{,}07^{10{,}28} = 2{,}0048$   t<10,28**

- **Composición continua:  0,6931/0,07 = 9,9021**
  **$e^{0{,}07*9{,}9021} = 2$**