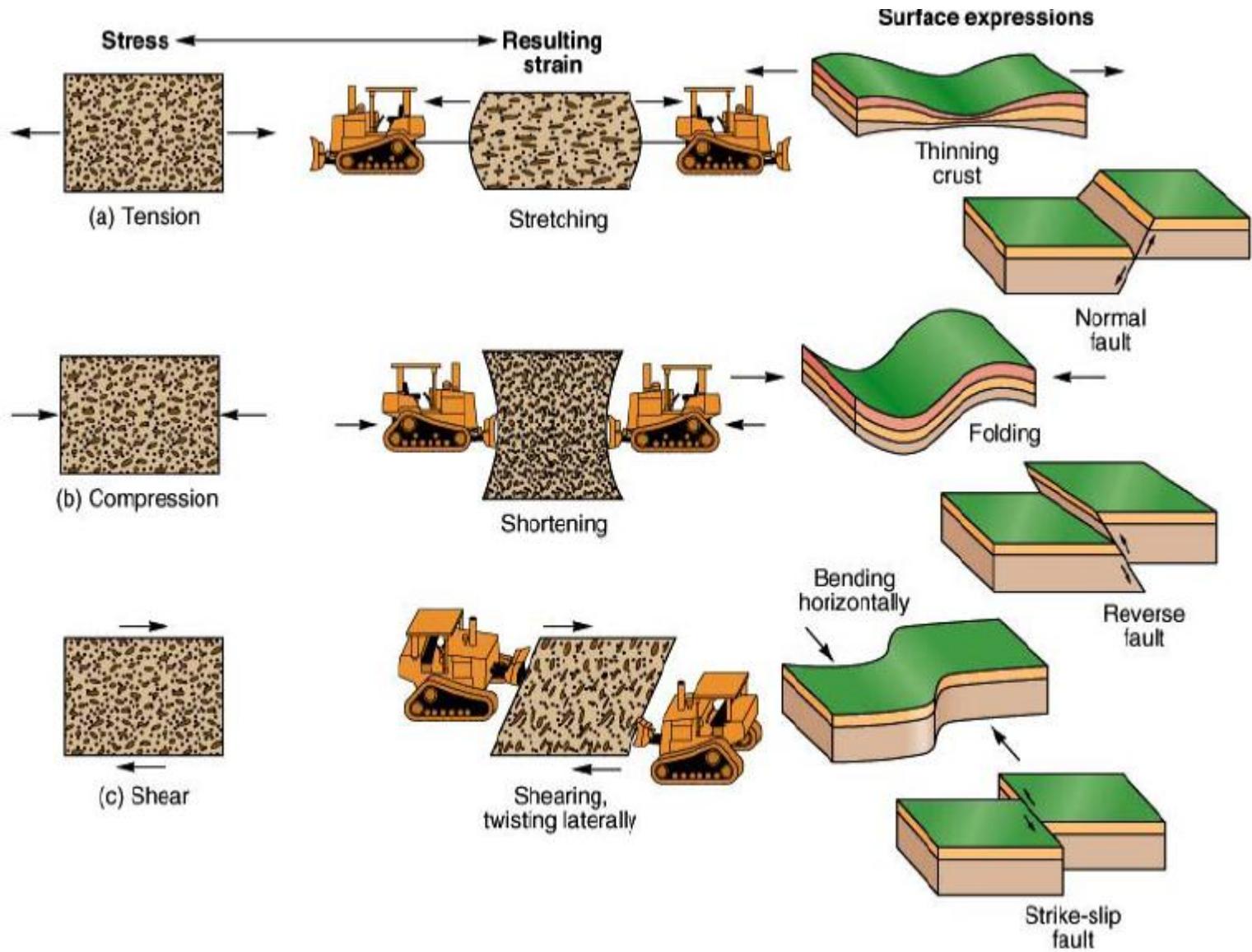
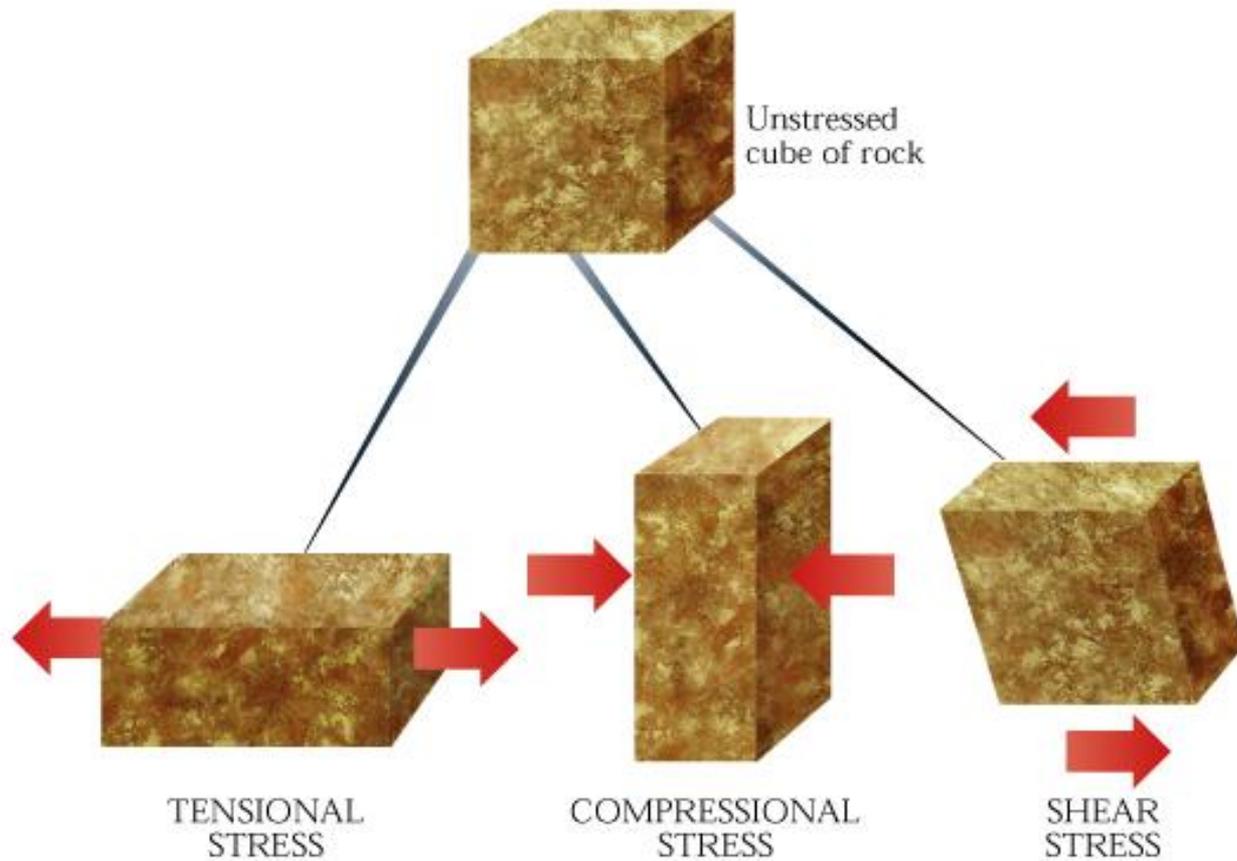


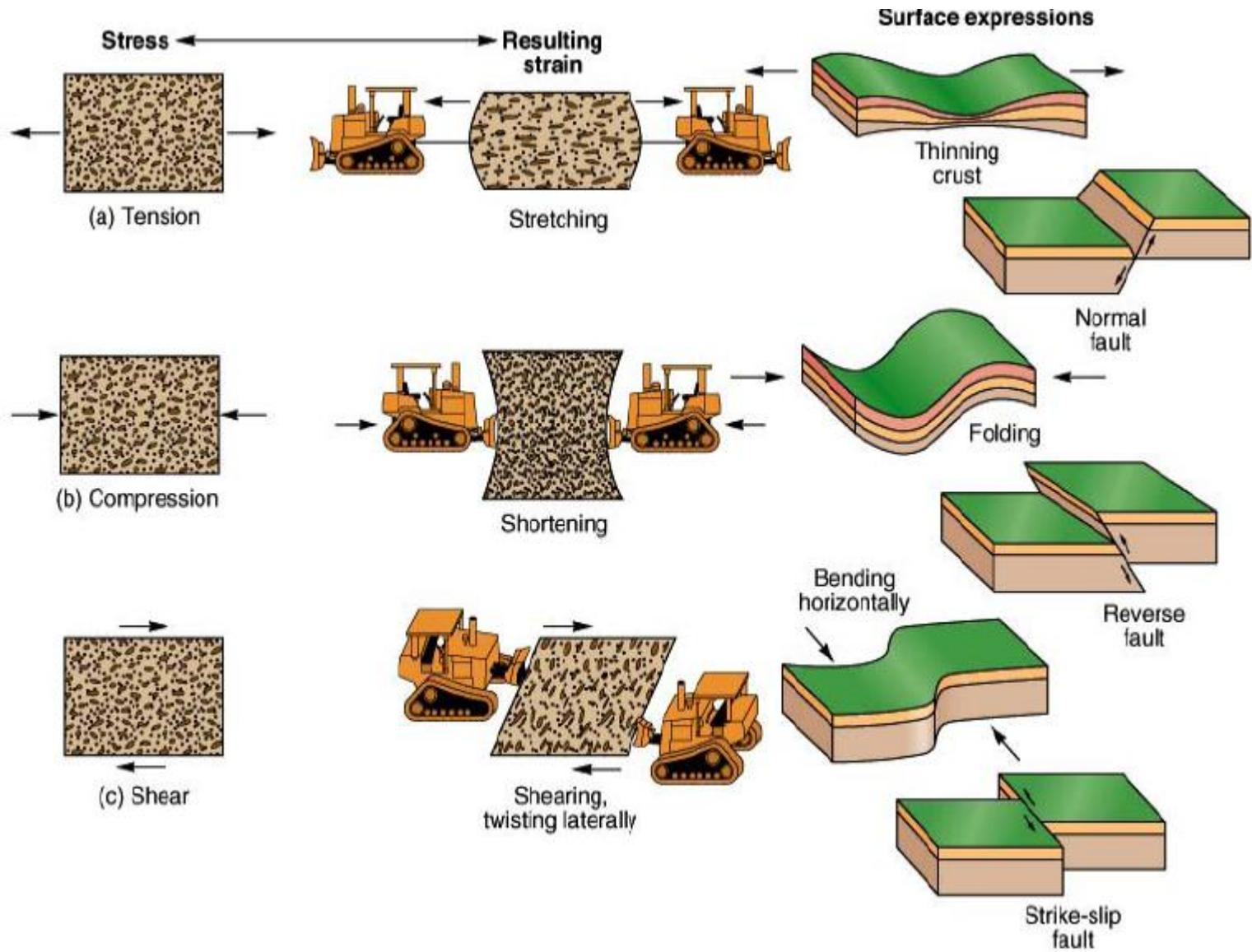
Fuerza y Stress

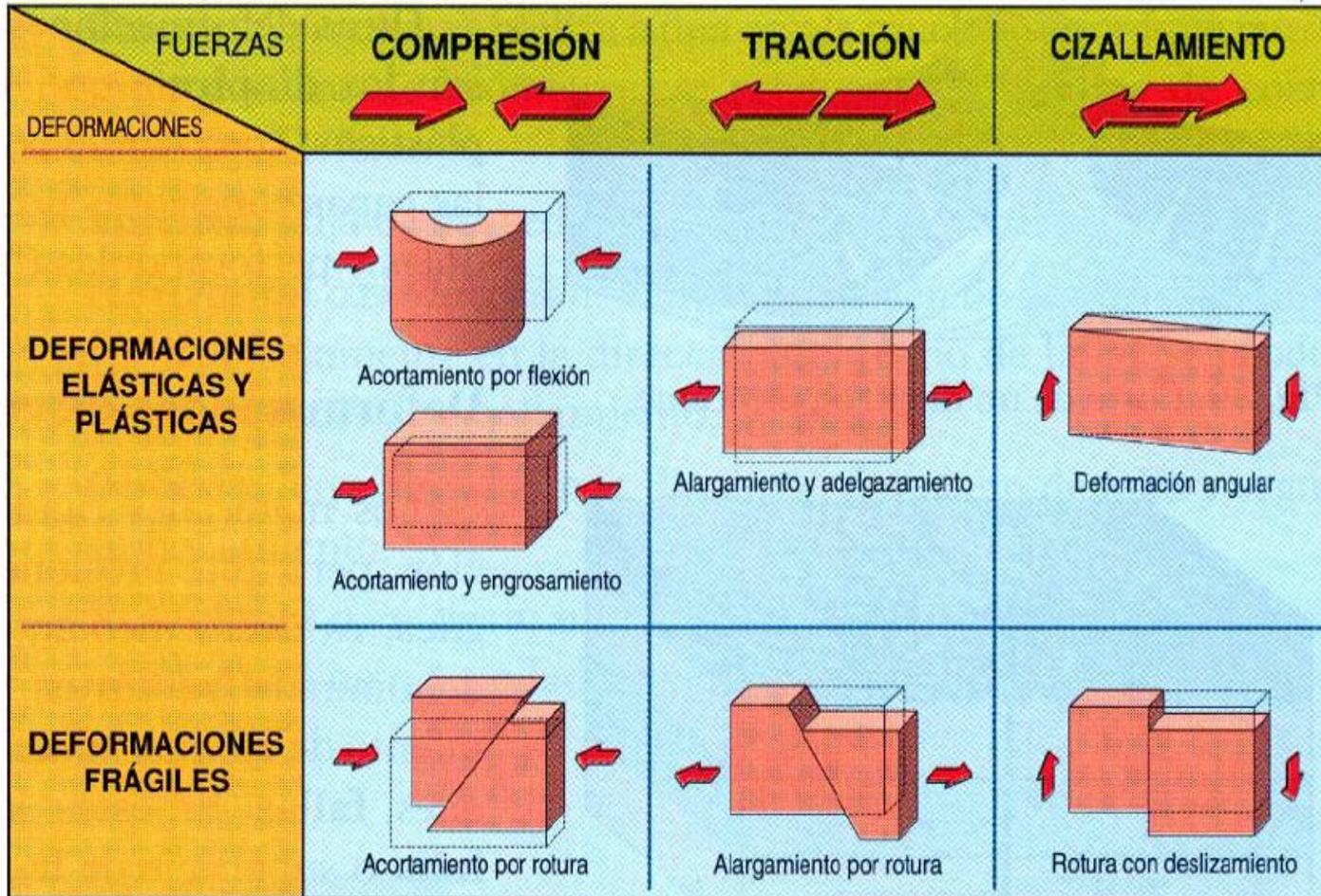
El desarrollo de pliegues, fallas y estructuras menores de diferentes tipos son causados por fuerzas y campos de stress que resultan de los movimientos dentro del manto y la corteza, activados termal y gravitacionalmente.



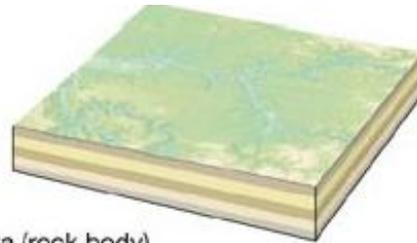


Copyright 1999 John Wiley and Sons, Inc. All rights reserved.

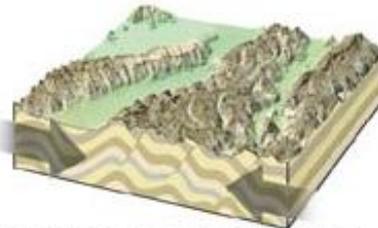




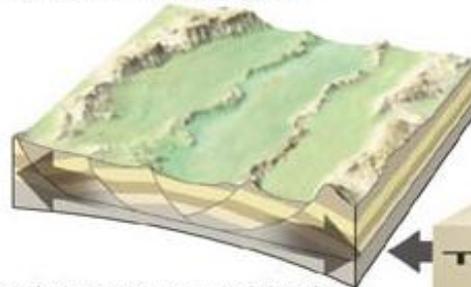
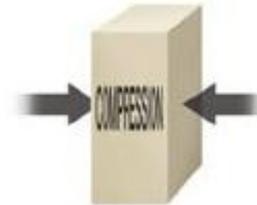




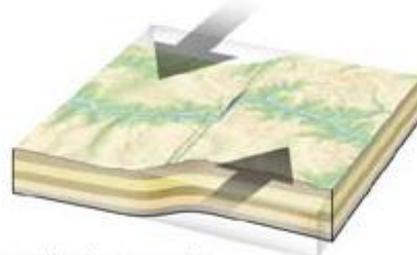
A. Undeformed strata (rock body)



B. Horizontal compressional stress causes rock bodies to shorten horizontally and thicken vertically



C. Horizontal tensional stress causes rock bodies to lengthen horizontally and thin vertically



D. Shear stress causes displacements along fault zones or by ductile flow



Fuerza

La fuerza es usualmente definida como cualquier acción que altera o tiende a alterar el estado de reposo de un cuerpo o su movimiento a velocidad constante.

Cuando una fuerza actúa en un cuerpo, ésta puede ser especificada completamente si uno conoce su dirección de acción en el espacio y su magnitud

La fuerza es, por consiguiente, un vector.

Sabemos que

$$F = ma.$$

Si se considera la aceleración de gravedad ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$), la fuerza ejercida por una masa de 1 kg que reposa en superficie de la tierra es de

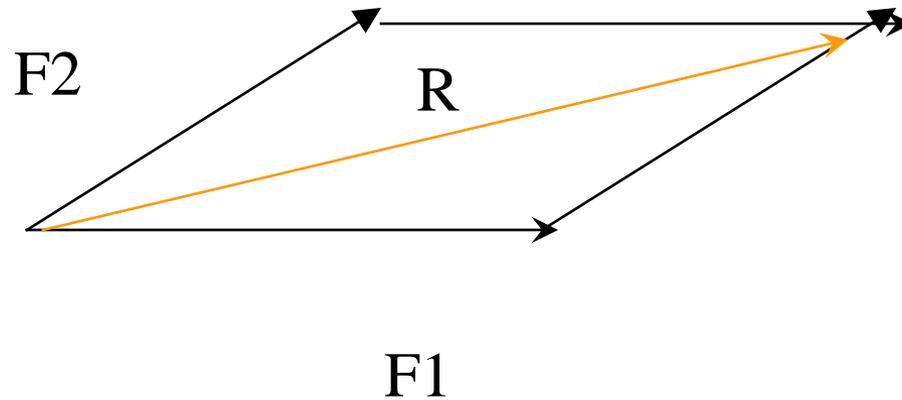
9,81 Newton.

Algunas unidades de fuerza son:

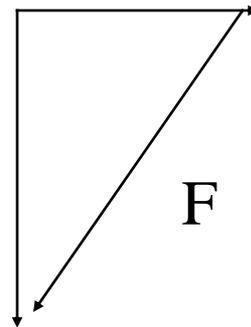
$$\textit{Newton} = 1 \text{ Kg m/s}^2$$

$$\textit{Dyna} = 1 \text{ gr m/s}^2$$

Si dos fuerzas actúan en un punto, entonces al ser vectores, ellas pueden ser combinadas gráficamente por el paralelogramo de fuerzas

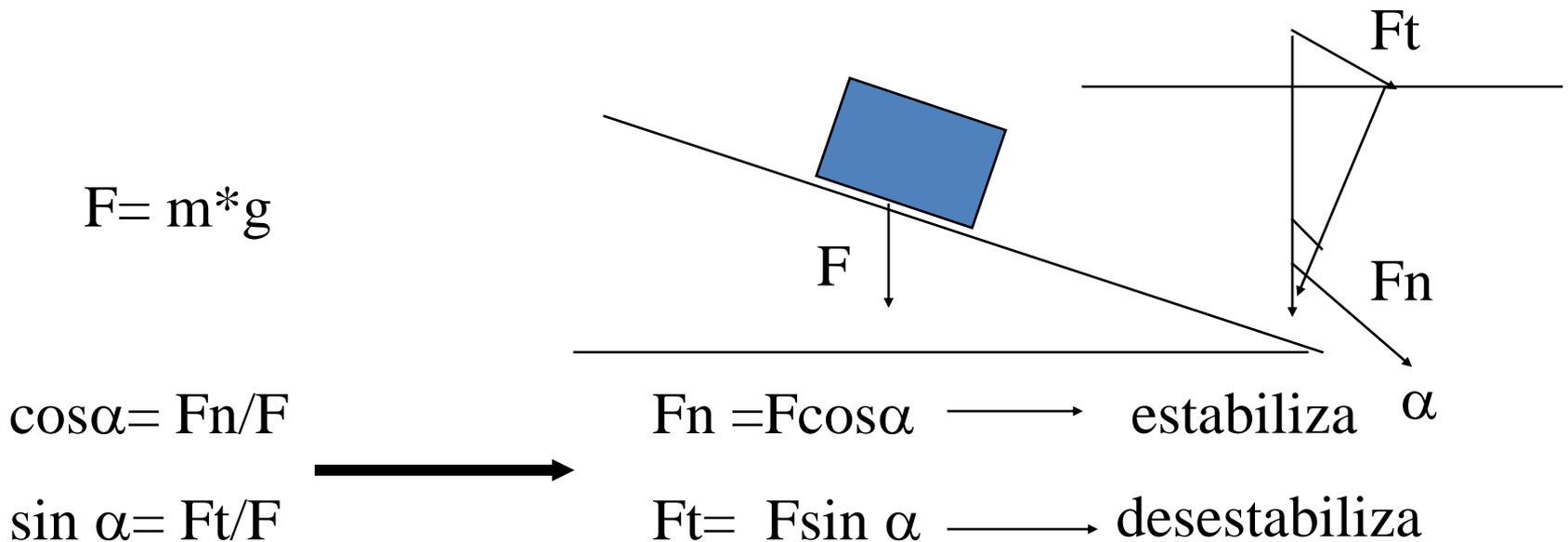


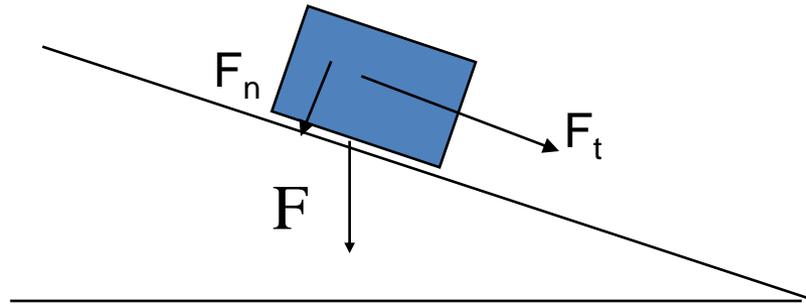
De manera análoga, una fuerza puede ser descompuesta en dos o más componentes. Esto último puede ser realizado de infinitas formas, pero en la mayoría de los análisis es necesario (o conveniente) resolver las fuerzas en dos direcciones perpendiculares entre sí.



Por ejemplo:

La figura muestra un cuerpo rectangular, de masa M , descansando sobre un plano inclinado α grados con respecto a la horizontal.



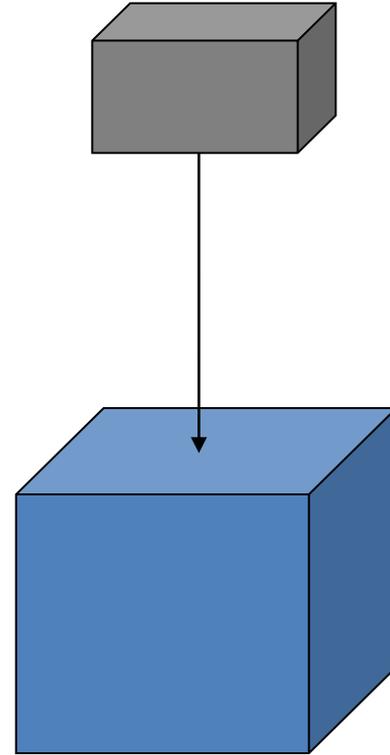
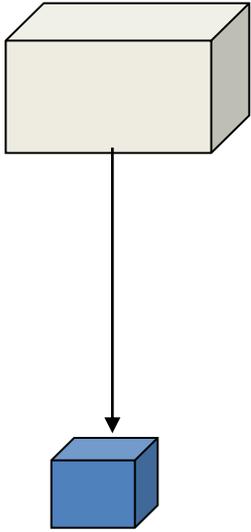


- Si el ángulo es gradualmente aumentado, F_t también aumenta y F_n disminuye. Cuando el ángulo alcanza un valor crítico la resistencia al movimiento es sobrepasada y el cuerpo comienza a deslizarse. Este ángulo crítico es característico de los materiales que constituyen el plano inclinado y el bloque.
- Experimentalmente se ha demostrado que la fuerza friccional que tiende a impedir el movimiento es proporcional a la reacción normal, o fuerza normal, que actúa en la superficie. Esta razón constante es denominada **coeficiente de fricción interna** :

$$\mu = \frac{F_t}{F_n} = \frac{F \sin \phi}{F \cos \phi} = \tan \phi$$

este concepto es importante en la mecánica de movimientos en fallas y fracturas





STRESS $\sigma = F/A$

Unidades de stress

$$1\left(\frac{N}{m^2}\right) = 1Pa(\text{pascal})$$

$$1(Pa) = 0.1\left(\frac{KN}{cm^2}\right)$$

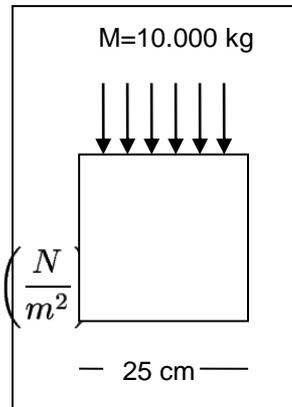
$$1(\text{bar}) = 0.1(MPa)$$

$$1(MPa) = 10\frac{kgf}{cm^2}$$

$$S = \frac{10000 (kg) \times 9,81 \left(\frac{m}{s^2}\right)}{25 \times 25 (cm^2)}$$

$$S = 1569600 \left(\frac{kg \frac{m}{s^2}}{m^2}\right) = 1569600 \left(\frac{N}{m^2}\right)$$

$$S = 1,6 (MPa).$$



Prefijos

kilonewton (kN) = 1000 N = $10^3 N$

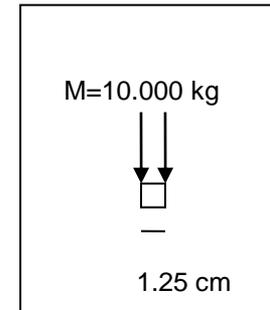
Meganewton (MN) = 1000000 N = $10^6 N$

Giganewton (GN) = 1000000000 N = $10^9 N$.

$$S = \frac{10000 (kg) \times 9,81 \left(\frac{m}{s^2}\right)}{1,25 \times 1,25 (cm^2)}$$

$$S = 627840000 \left(\frac{kg \frac{m}{s^2}}{m^2}\right) = 627840000 \left(\frac{N}{m^2}\right)$$

$$S = 627 (MPa).$$



- En el ejemplo se asumió que la dirección de acción de la fuerza era perpendicular a la superficie del cubo y por lo tanto, no había componente de fuerza actuando tangencialmente a las superficies del cubo.
- El stress que actúa perpendicular a una superficie se define como **stress principal** cuando el stress de cizalle total actuando en esa superficie es **cero**.
- Si hay sólo un stress principal actuando en un cuerpo y éste es compresivo, se denomina **compresión uniaxial**. Si hay dos o más stresses actuando en un cuerpo, la condición se denomina **compresión biaxial o triaxial**, respectivamente.
- Las direcciones en las que actúan los stresses principales son siempre ortogonales entre sí.

Características de los materiales

Ensayos

- Resistencia a la compresión simple (UCS, compresión uniaxial)
- Carga Puntual
- Resistencia a la tracción

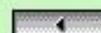
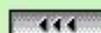
Caracterizan los materiales

Ensayos estándar que permiten comparar un material con otro



InfoRock

Figura 2. Prensa



InfoRock



Figura 8. Ensayo de compresión bajo carga puntual









<http://www.rammeng.com/rock%20core%20samples.JPG>



Estructuras y Roca Intacta





InfoRock



Figura 7. Abrazaderas



Tensor de stress

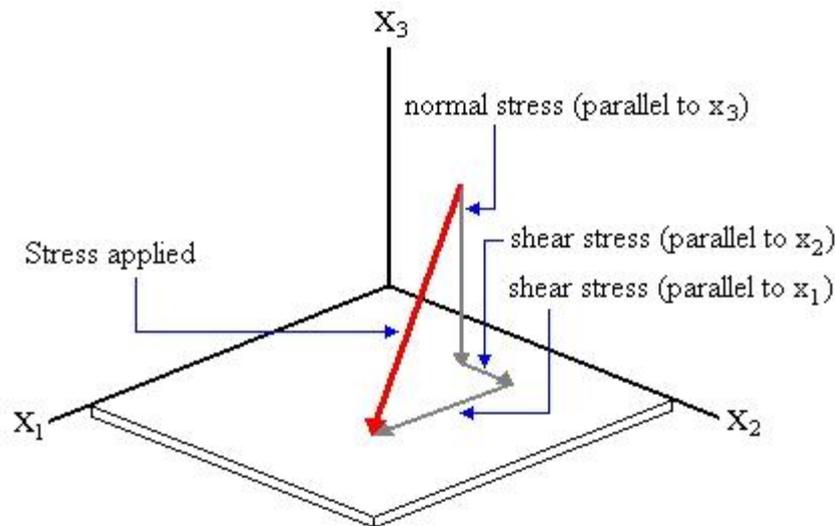
Stress en un plano

Un stress cualquiera aplicado a un plano puede ser resuelto en tres componentes:

El stress puede ser expresada en términos de un stress normal (stress perpendicular al plano), y dos stresses de cizalle (paralelos al plano en las dos direcciones ortogonales del sistema de ejes elegido).

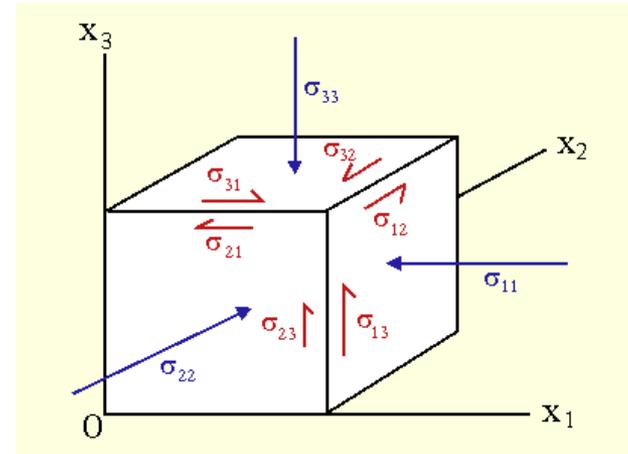
Para resolver el problema, se requiere simplificar y se realiza mediante el análisis de stress en un punto.

(El stress a través de un volumen puede variar).



Stress en un punto

- Se considera un punto como un cubo infinitamente pequeño con seis caras (tres pares de planos).
- Se consideran tres caras porque las otras tres caras paralelas son idénticas.



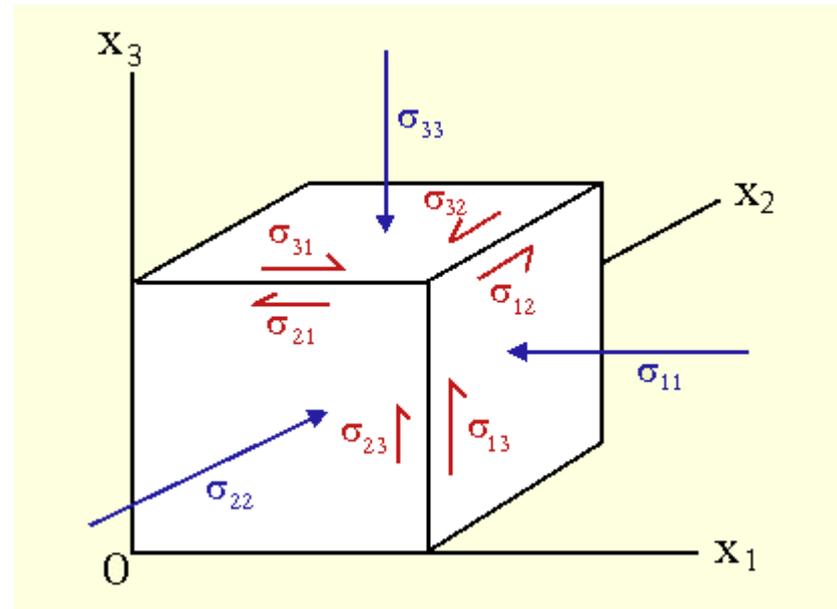
En el diagrama se muestra el stress en cada cara, en términos de tres vectores del stress. Resultan 9 stresses, los cuales se pueden expresar en una matriz general de stress: ***Tensor de stress.***

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

Si el cubo está en el equilibrio (no rota),

entonces $s_{21} = s_{12}$,
 $s_{31} = s_{13}$ y $s_{32} = s_{23}$.

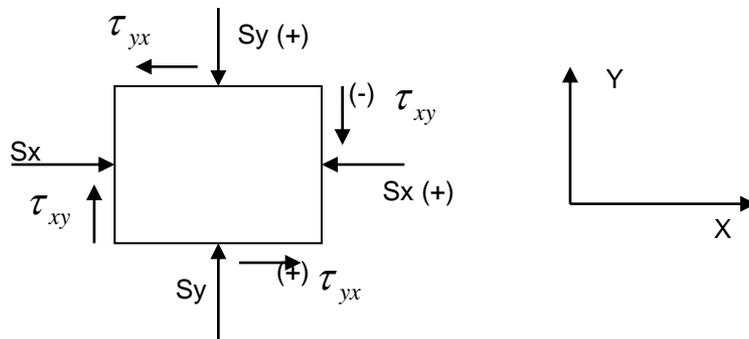
Así, hay solamente seis componentes independientes del tensor de stress (tensor simétrico).



Si el cubo se orienta de manera tal que el stress principal que actúa en la cara es normal a uno de los planos, los stress de cizalle se hacen 0 y el Tensor se reduce a:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

Es conveniente representar los stress en un sistema de tres coordenadas: una coordenada vertical y las otras dos en un plano horizontal. El subíndice z se usa para indicar es stress que actúa en la vertical (S_z). Los otros dos stresses, que actúan paralelos a las direcciones X e Y son (S_x) y (S_y). Cuando se usa esta terminología, los stresses S_x , S_y y S_z no son necesariamente stress principales. Los stress de cizalle también pueden ser representados en el mismo sistema de coordenadas. La nomenclatura usada se muestra en la figura. El primer subíndice indica la dirección del esfuerzo normal asociado y el segundo la dirección de acción del stress de cizalle.

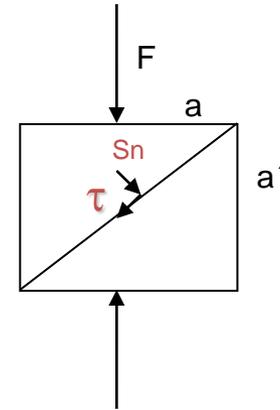


Al analizar procesos mecánicos pertinentes al desarrollo de estructuras geológicas, se asume que el elemento rota tan lentamente que puede ser considerado irrotacional.

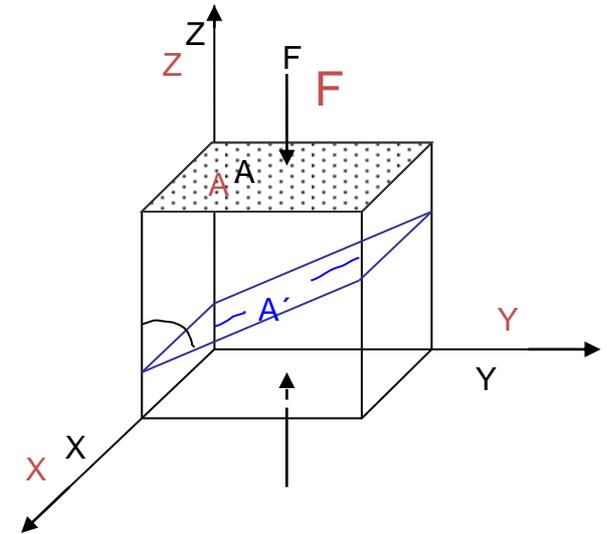
Los stress normales compresivos son considerados positivos y los de tracción negativos. Los stress de cizalle que actúan en sentido de los punteros del reloj son negativos (rotación horaria) y los que actúan en sentido antihorario son considerados positivos.

- Consideremos un plano inclinado con respecto a la dirección de la fuerza aplicada o stress principal.
- La fuerza puede descomponerse en una componente actuando normal y otra paralela al plano interno.

Estas se corresponden con un stress normal (σ) y otro de cizalle (τ).



Si se conoce la magnitud y orientación de los stress principales, se puede determinar fácilmente los valores de los stress normales y de cizalle actuando en un plano que forma un ángulo con el eje de stress principal. Consideremos un prisma rectangular sometido a compresión uniaxial. Una fuerza F actúa normal a las superficies superior e inferior del prisma, que tienen un área A (cada una).



Stress principal =
$$S_z = \frac{F}{A}$$

Si consideramos la superficie interna, orientada de manera que forma un ángulo con el eje de stress principal, se puede ver que la fuerza F tiene una componente F_n normal a la superficie interna tal que

$$F_n = F \sin \theta$$

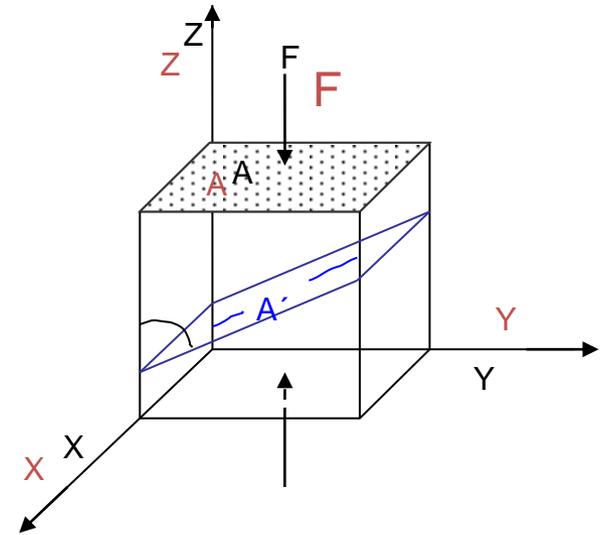
$$\sin \theta = \frac{F_n}{F}$$

$$\cos \theta = \frac{F_t}{F}$$

De manera análoga, la fuerza F tiene una componente de cizalle F_t paralela a la superficie, tal que:

$$F_t = F \cos \theta$$

Usando estas relaciones, se puede determinar el stress normal (S_n) actuando en el plano interno.



El área A' del plano interno es mayor que el área A de las caras externas del prisma:

$$A' = \frac{A}{\sin \theta}$$

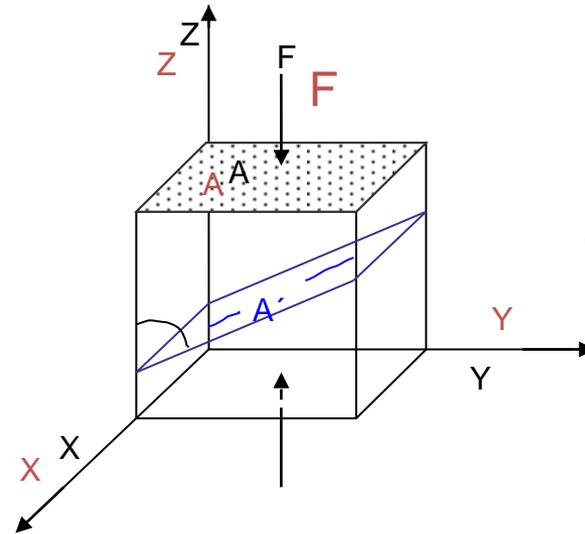
$$S_n = \frac{F_n}{A'} = \frac{F \sin \theta}{\frac{A}{\sin \theta}} = \frac{F}{A} \sin^2 \theta = S_z \sin^2 \theta$$

El stress de cizalle en el plano interno será: $F_t = F \cos \theta$

$$\tau = \frac{F_t}{A'} = \frac{F \cos \theta}{\frac{A}{\sin \theta}} = S_z \sin \theta \cos \theta$$

$$S_n = S_z \sin^2 \theta$$

$$\tau = S_z \sin \theta \cos \theta$$



$$F_n = F \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{F_n}{F}$$

$$\cos \theta = \frac{F_t}{F}$$

$$A' = \frac{A}{\sin \theta}$$

Son las ecuaciones de stress uniaxial y dan el stress normal y de cizalle en cualquier plano inclinado a un ángulo (θ) con respecto al stress principal.

- **Compresión biaxial**
- Consideremos ahora la condición de compresión biaxial. El stress normal que actúa sobre la superficie interna (S_n) tiene dos componentes de stress normal, una debido a S_x y la otra a S_z $S_n = S_{nz} + S_{nx}$.

En el caso uniaxial: $S_{nz} = S_z \sin^2 \theta$

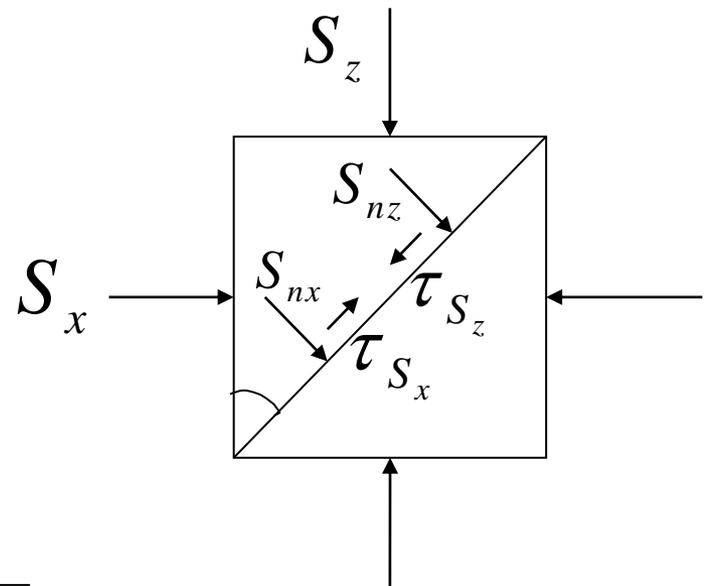
De manera análoga y a partir de la figura:

$$S_x = \frac{F_x}{A}$$

$$S_{nx} = \frac{F_{nx}}{A'} = \frac{F_x \cos \theta}{A'}$$

$$\cos \theta = \frac{A}{A'} \Rightarrow A' = \frac{A}{\cos \theta}$$

$$S_{nx} = \frac{F_x \cos \theta}{A / \cos \theta} = S_x \cos^2 \theta$$



$$S_n = S_{nz} + S_{nx} = S_z \sin^2 \theta + S_x \cos^2 \theta$$

Si los stresses principales son compresivos y $S_z > S_x$, entonces las componentes de cizalle tienen distinto sentido (en el plano). El stress de cizalle total será:

$$\tau_z - \tau_x = \tau$$

Aplicando la ecuación del caso uniaxial

queda:

$$\tau = S_z \sin \theta \cos \theta$$

$$\tau = (S_z - S_x) \sin \theta \cos \theta$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta \Rightarrow \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta$$

$$\tau = \frac{S_z - S_x}{2} \sin 2\theta \quad S_n = S_{nz} + S_{nx} = S_z \sin^2 \theta + S_x \cos^2 \theta$$

$$S_n = S_{nz} + S_{nx} = S_z \sin^2 \theta + S_x \cos^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos 2\theta$$

$$S_n = \frac{S_z}{2} - \frac{S_z \cos 2\theta}{2} + \frac{S_x}{2} + \frac{S_x \cos 2\theta}{2}$$

$$S_n = S_z \left(\frac{1 - \cos 2\theta}{2} \right) + S_x \left(\frac{1 + \cos 2\theta}{2} \right)$$

$$S_n = \frac{S_z + S_x}{2} - \frac{\cos 2\theta}{2} (S_z - S_x)$$

$$S_n = \frac{S_z + S_x}{2} - \frac{S_z - S_x}{2} \cos 2\theta$$

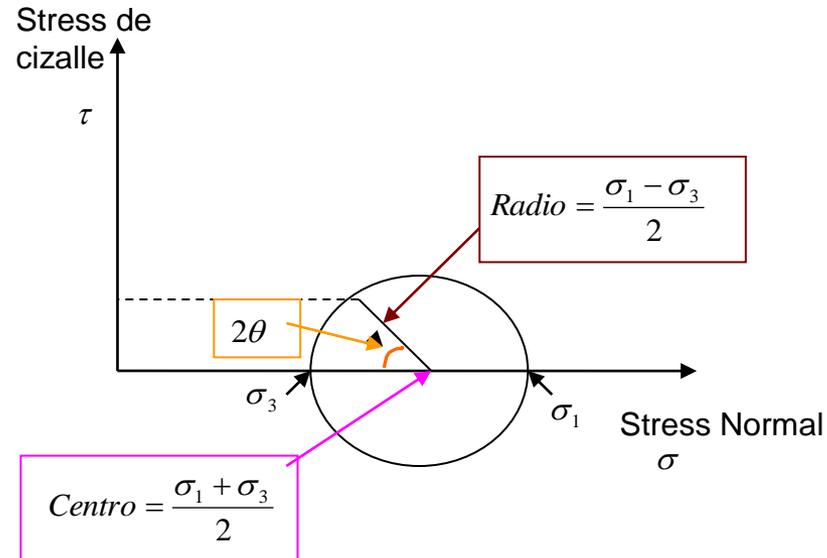
$$S_n = \frac{S_z + S_x}{2} - \frac{S_z - S_x}{2} \cos 2\theta$$

$$\tau = \frac{S_z - S_x}{2} \sin 2\theta$$

Estas ecuaciones son particularmente importantes, porque permitieron una solución gráfica para problemas de stress mediante una técnica desarrollada por Otto Mohr.

Mohr gráfico

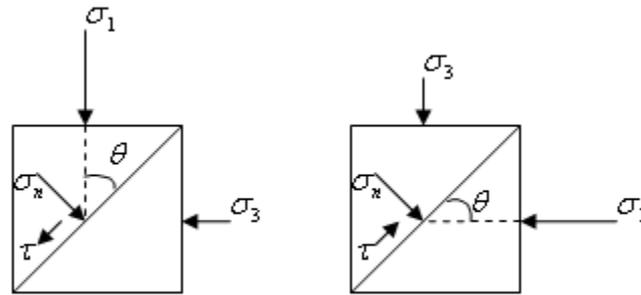
τ vs σ



Del gráfico es posible determinar que el centro del círculo se ubica en las coordenadas

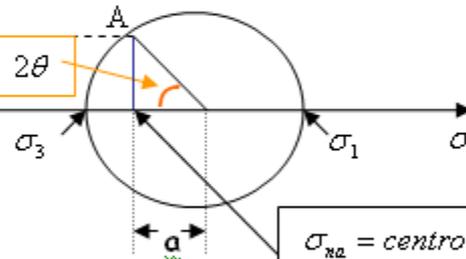
$\left(\frac{S_1 + S_3}{2}, 0 \right)$ y que el radio es $\left(\frac{S_1 - S_3}{2} \right)$

- Como no existe stress de cizalle en los planos perpendiculares al stress principal (definición de stress principal), entonces los stress principales se ubican en el eje horizontal: $\tau = 0$.
- El círculo de Mohr representa entonces el estado de stress de cualquier plano dentro de un cuerpo sometido a dos stress principales. Denominaremos S_1 al stress principal máximo y S_3 al stress principal mínimo.
- Conociendo las magnitudes de los stress principales, se puede determinar S_n y τ_n en cualquier plano dentro del cuerpo.
- Un punto en el círculo representa S_n y τ_n actuando en un plano **inclinado θ con respecto a $S_{\text{principal}} \text{ máximo}$** .



$$\sin 2\theta = \frac{\tau}{\text{radio}} = \frac{\tau}{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}}$$

$$\tau_x = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\theta$$

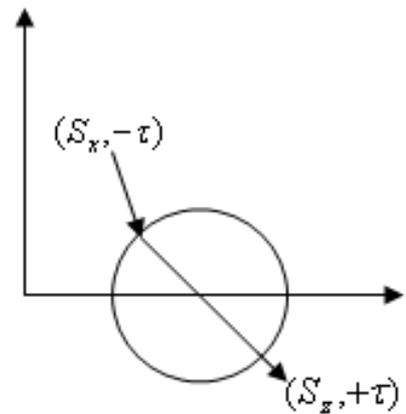
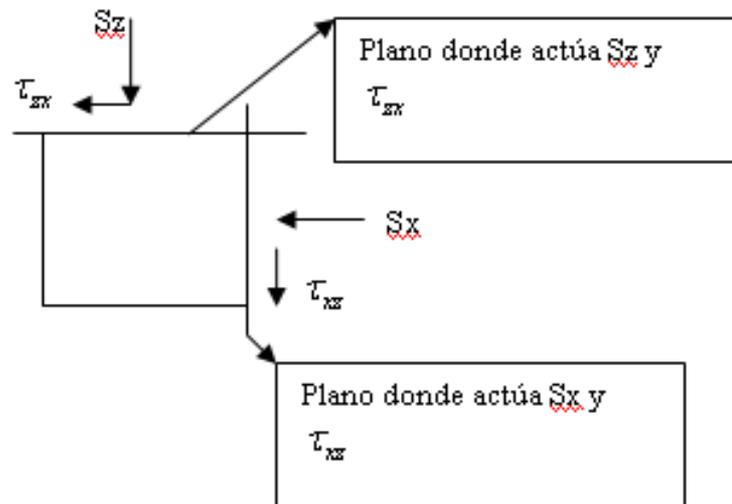


$$\sigma_{x2} = \text{centro} - a$$

$$\cos 2\theta = \frac{a}{\text{radio}}$$

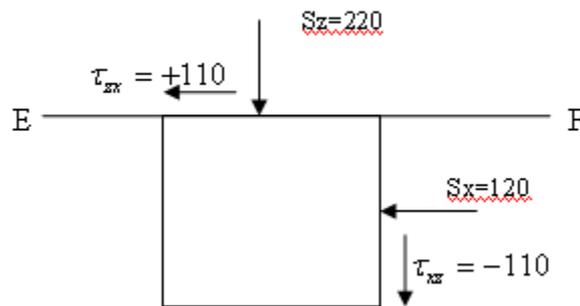
$$a = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\theta$$

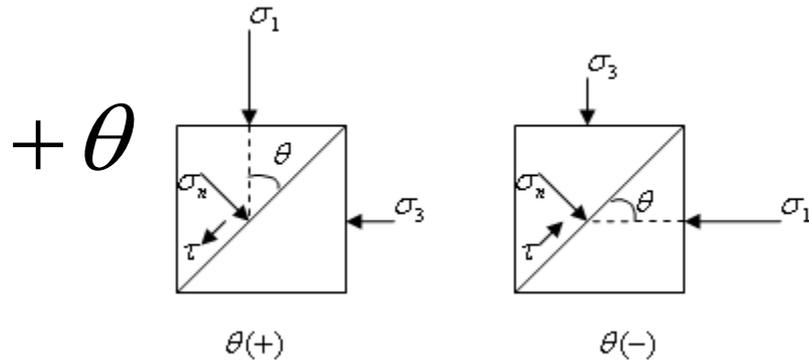
- De este modo, si conocemos S_1 y S_3 de un sistema, podemos construir el círculo de Mohr que representa el estado de stress (S_n) de cualquier plano.
- El círculo es útil también para determinar los valores de S_1 y S_3 , conociendo S_n y que actúan en dos superficies de orientación conocida.
- Si S_z , S_x y son causados por un mismo estado de stress (S_1 , S_3) ambos puntos pertenecen al círculo. Si además S_z y S_x actúan en superficies de orientación conocida, que forman un ángulo de 90° entre ellas, los puntos serán diametralmente opuestos (en el círculo se representan los ángulos dobles). Por lo tanto, si se unen se encuentra el centro C y el radio del círculo; en la intersección de éste con el eje S se obtiene S_1 y S_3 . Se puede obtener también el ángulo 2θ , o sea el ángulo entre S_1 con S_x y/o con S_z .



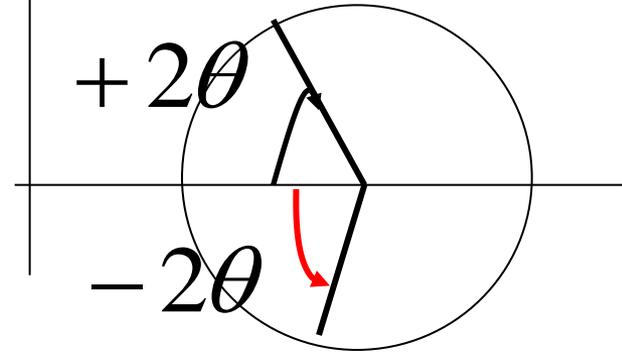
Por convención el ángulo θ es positivo hacia la derecha de S_1 y negativo hacia la izquierda de S_1 .

Ejemplo: determinar S_1 , S_3 y el ángulo que forma EF con S_1 (orientación).



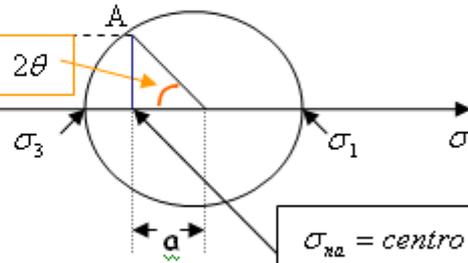


$-\theta$



$$\sin 2\theta = \frac{\tau}{\text{radio}} = \frac{\tau}{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}}$$

$$\tau_a = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\theta$$



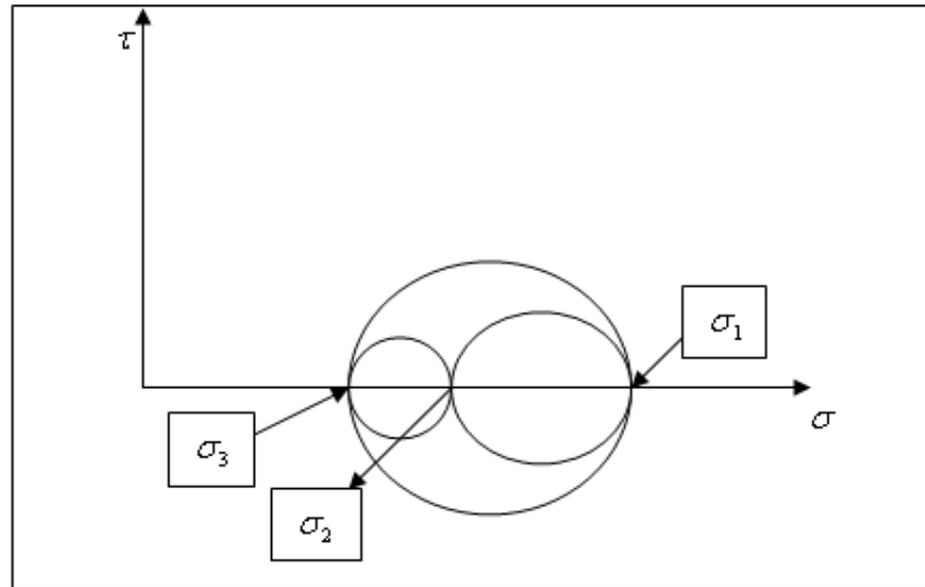
$$\cos 2\theta = \frac{a}{\text{radio}}$$

$$a = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\theta$$

Círculos de Mohr

Los círculos de Mohr representan el estado de stress tridimensional con

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$



El círculo mayor representa los stress en planos perpendiculares al plano S_1S_3 .

El círculo menor representa los stress determinados por el sistema S_1, S_2 y S_3 en planos perpendiculares al plano S_2S_3 .

De lo anterior se puede concluir que el estado de stresses mayor ocurre en planos perpendiculares al plano S_1S_3 y por eso se usa el análisis el 2-D, considerando los stresses máximo y mínimo del sistema.

Ejemplo:

Supongamos que el stress en un punto está caracterizado por

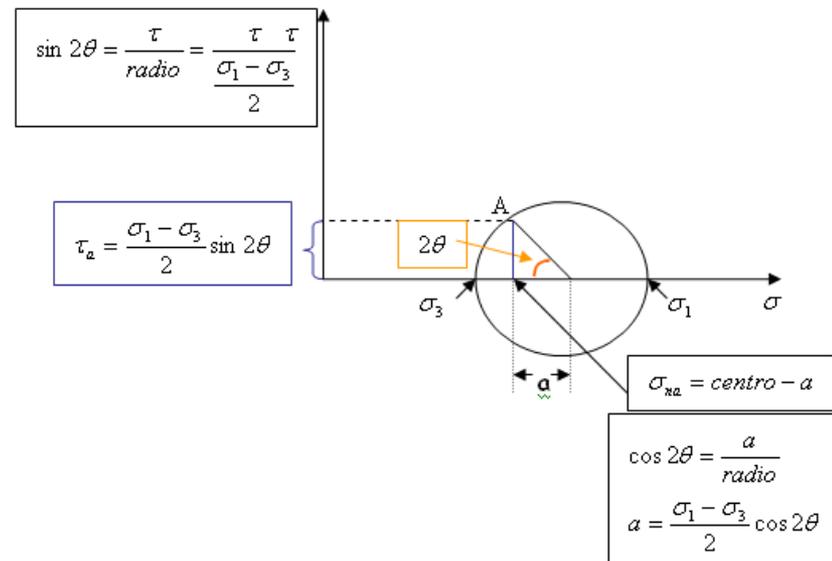
$$\sigma_1 \text{ dirección EW, horizontal} = 30 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 \text{ vertical} = 10 \text{ MPa.}$$

Se pide encontrar S_n y τ en un plano de falla de $\rho = \text{NS}$ y $\mu = 80^\circ \text{E}$.

- **Signos en el círculo de Mohr:**
- Stress normal compresivo es positivo y plotea a la derecha del origen.
- Stress normal extensivo (tracción) es negativo y plotea a la izquierda del origen.
- Stress de cizalle en sentido horario es negativo y plotea bajo el eje S.
- Stress de cizalle que actúa en sentido anti horario es positivo y plotea sobre el eje S.

- Para cualquier estado de stress es evidente que la magnitud **absoluta** de los stresses de cizalle es máxima en dos planos que son perpendiculares entre sí y que se ubican a



+2θ = 90° de σ₁ y a -2θ = 90° de σ₁.

La magnitud absoluta corresponde al radio del círculo y es $\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$.

Clases de stress

- El estado de stress en dos dimensiones (2-D) puede ser clasificado como:

Tensión hidrostática:

- Stresses en todos los planos son de tracción y de igual magnitud (existencia poco probable).

Tensión general:

- Los stresses principales son ambos de tracción.

Tensión uniaxial:

- Sólo un stress es distinto de 0 y éste es de tracción.

Tensión y compresión:

- Uno de los stresses es compresivo, el otro es de tracción.

Cizalle simple:

- Caso especial de tensión/compresión, en que $S_1 = -S_3$, por lo cual los planos de cizalle máximo tienen $S_n = 0$

Compresión uniaxial:

- Uno de los stresses es distinto de 0 (en particular, mayor que 0).

Compresión general:

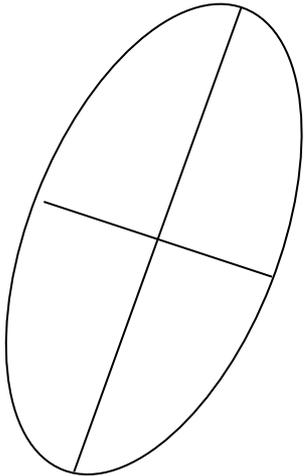
- $S_1 > S_3 > 0$ $S_1 > S_2 > S_3 > 0$.

Compresión hidrostática:

- Stress compresivo igual en todos los planos
- $S_1 = S_2 = S_3 > 0$.

Elipse de stress (elipsoide en tres dimensiones)

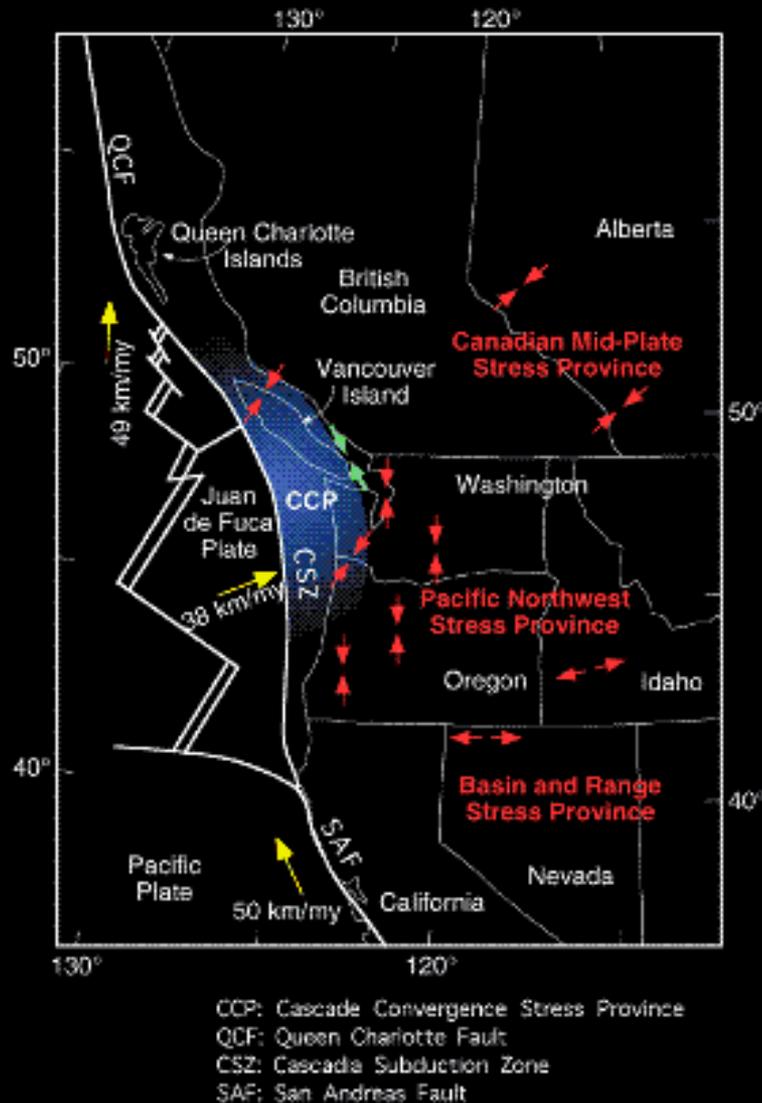
- En un punto p de un cuerpo rocoso hay planos P en un número infinito de orientaciones diferentes. Para cada uno de estos planos, hay dos valores de stress normal dirigidos en distinto sentido.
- Si dibujamos esta familia de vectores de stress alrededor de p obtendremos una elipse de ejes S_1 y S_3 que coinciden con las direcciones de stress principal.



Trayectorias de esfuerzo

- Las variaciones tridimensionales en el estado de esfuerzos que existen en un cuerpo se aprecian más fácilmente si se considera que el sistema de los ejes principales del esfuerzo varía en orientación y en valor. Las líneas ortogonales que representan las direcciones de los esfuerzos principales se conocen como **trayectorias del esfuerzo**.
- En los problemas en dos dimensiones, los dos conjuntos de líneas ortogonales que representan las direcciones de los esfuerzos máximo y mínimo, pueden representarse de una manera muy sencilla. Si la curvatura de estas líneas varía de modo que las trayectorias adyacentes se aproximen unas a otras, entonces esto indica una concentración del esfuerzo en esta región. Todos los puntos en los que los esfuerzos principales tienen valores iguales, se conocen como **puntos isótropos**.

The Cascadia Megathrust and Tectonic Stress in the Pacific Northwest Tectonic Setting and Stress Field



Inward pointing red arrows:

Orientation of principal compressive stress

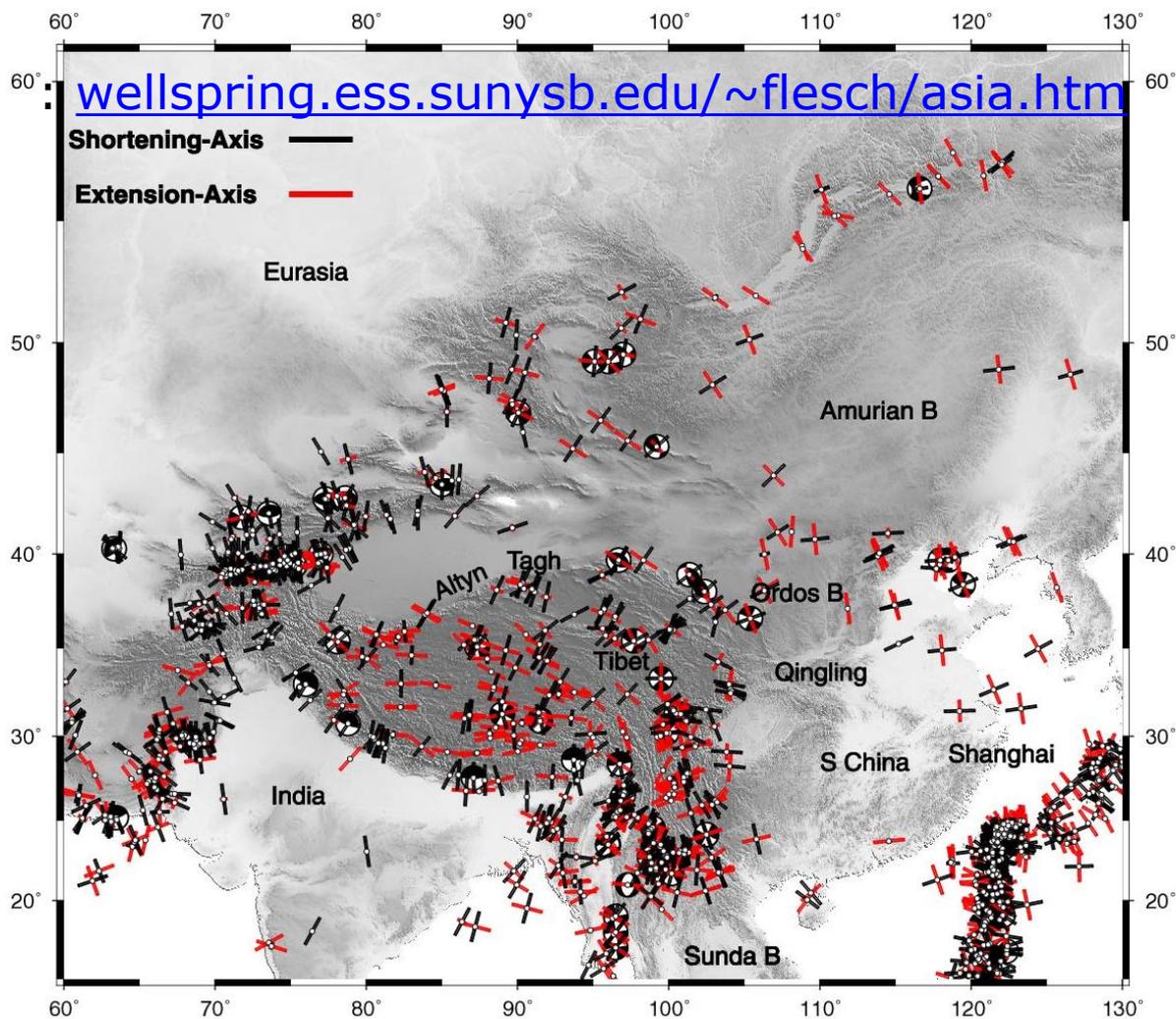
Outward pointing red arrows:

Orientation of principal tensional stress

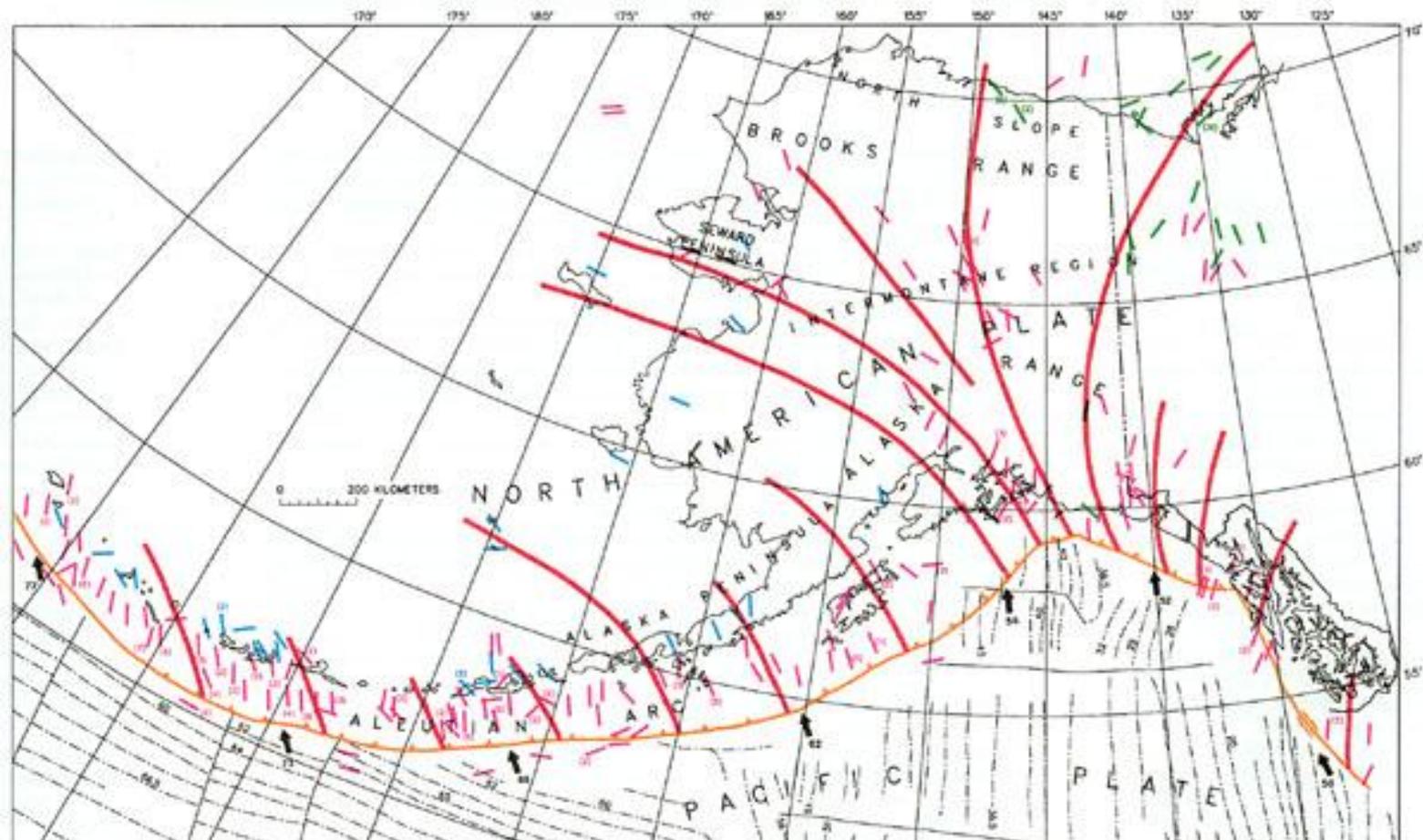
Inward pointing green arrows:

Orientation of principal compressive in Puget Sound

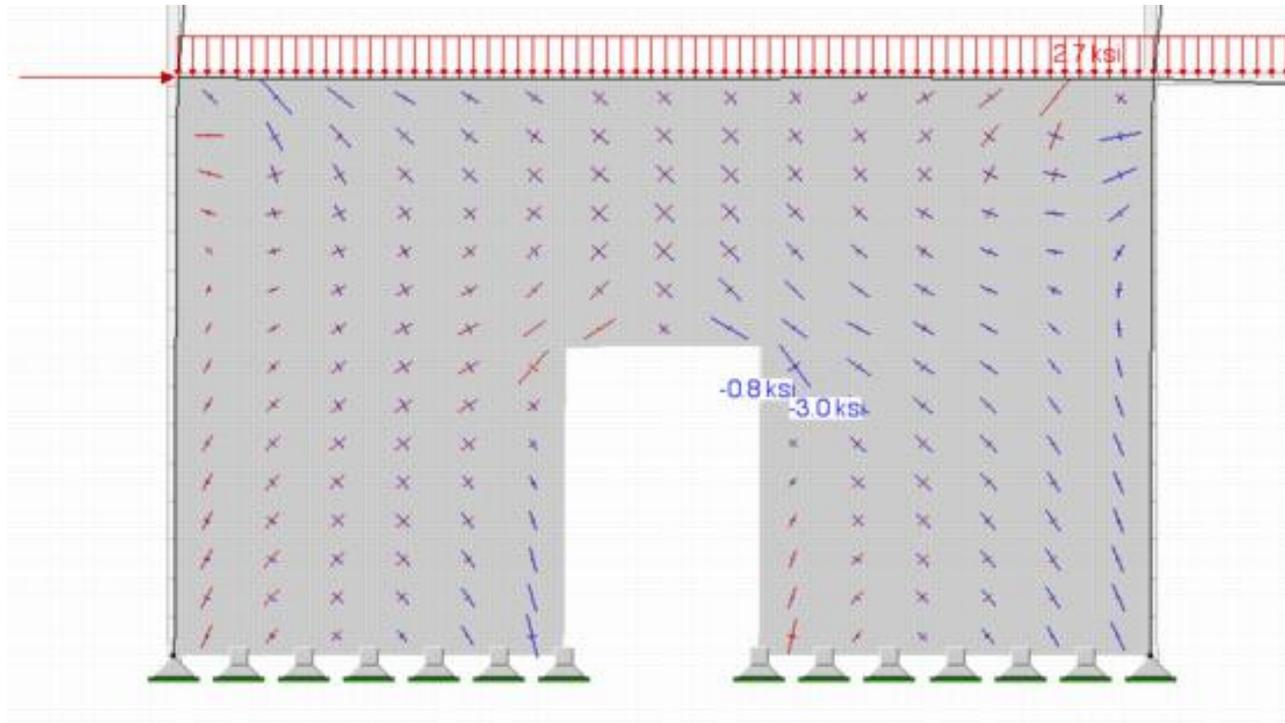
Yellow arrows: Relative plate motion between the oceanic plates (Pacific and Juan de Fuca) and the North American plate



Horizontal contraction (black) and extension (red) strain axes directions associated with earthquakes larger than M_w 5.5 between 1963 and 1998, showing the distributed nature of the deformation around the India-Eurasia collision zone as well as the spatial variation in the **strain field** [Holt et al., 1995]. Focal mechanisms are for large events with $M_w > 7.0$; a few large historical events (pre - 1963) are also shown [Molnar and Deng, 1984].



This regional stress field is a result of strains transmitted between the Pacific and North America plates. The stress were determined from faults, folds, seismicity and focal mechanisms. The black arrows are the direction and amount of plate movement in mm/yr. The small bars are stress direction indicators from active fault slip (black), earthquake focal mechanisms (red), volcanic vent and fissure alignment (blue), and well bore deformation or breakout (green). The heavy red lines are the inferred regional horizontal stress field. The bold orange line represents the plate boundary. Figure from Plafker et al., (1994).



The crosses are oriented according to the principal directions of the stress state, and each leg of the cross is drawn with a length proportional to the corresponding principal stress. **Red** indicates **tension**, and **blue** indicates **compression**. The size of the glyphs can be scaled using the standard stress scale buttons.

