

# GF 3022

## Hoy

- Ecuación de continuidad (“LA” ecuación)
  - Términos
  - Deducción
    - Descomposición de Reynolds
    - Advección y mezcla turbulenta
  - Procesos y modularización
- Presentaciones grupales



# Ecuación de Continuidad

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\vec{v} \cdot \nabla c - c \nabla \cdot \vec{v} - \nabla \cdot (\langle c' \vec{v}' \rangle) + Q - S$$

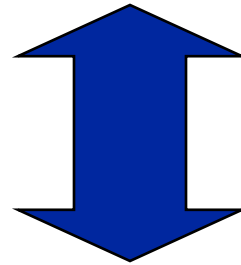
**+CI & CB**



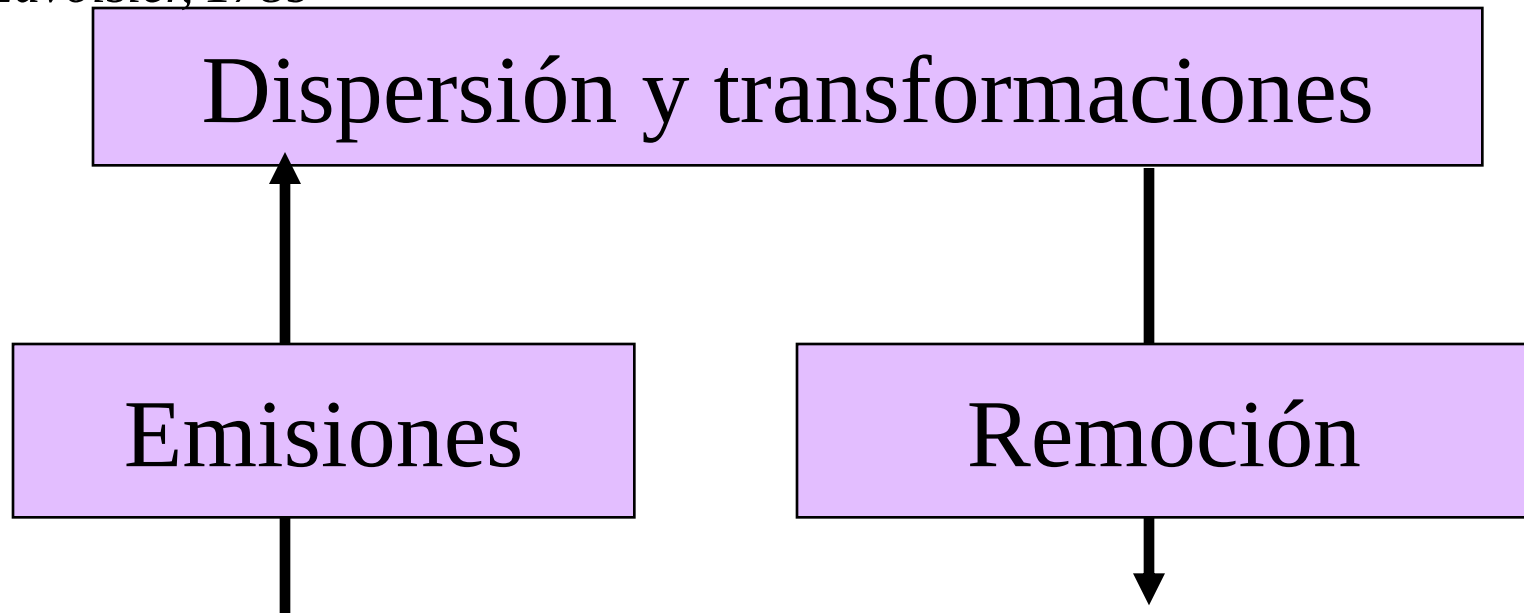
$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\vec{v} \cdot \nabla c - c \nabla \cdot \vec{v} - \nabla \cdot (\langle c' \vec{v}' \rangle) + Q - S$$



*Lavoisier, 1789*



**+CI & CB**



# Conservación de masa para cada traza

+CB

+CI

Variación por advección  
por el flujo promedio

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\vec{v} \cdot \nabla c - c \nabla \cdot \vec{v} - \nabla \cdot (\langle c' \vec{v}' \rangle) + Q - S$$

Variación por  
flujos turbulentos

Variación por convergencia  
o divergencia del aire

Variación Local  
de la concentración

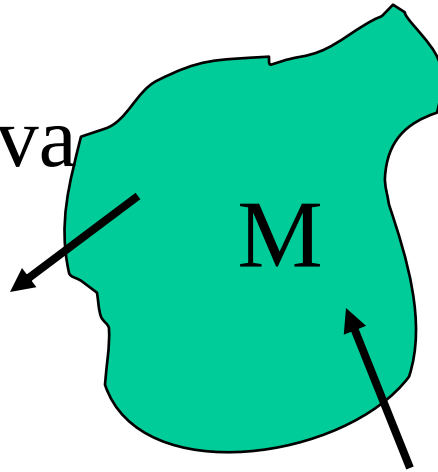
Fuentes y Sumideros



# ¿De dónde viene la ecuación de continuidad?

Lavoisier (1789)  
la masa se conserva

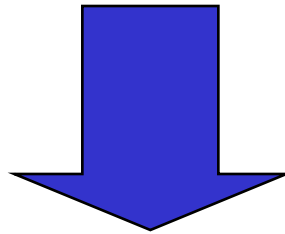
Sea un volumen  
**arbitrario**  $V$  que  
contiene una masa  $M$



$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V c dV = \int_{A=\partial V} -\vec{F} \cdot d\vec{A} + \int_V (Q - S) dV$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V c dV = \int_{A=\partial V} -\vec{F} \cdot d\vec{A} + \int_V (Q - S) dV$$

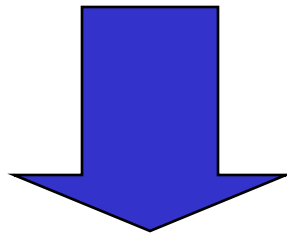
Gracias a Gauss...



$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V c dV = \int_V -\nabla \cdot \vec{F} dV + \int_V (Q - S) dV$$

Como  $V$  es arbitrario...

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V c dV = \int_V -\nabla \cdot \vec{F} dV + \int_V (Q - S) dV$$



$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{F} + Q - S$$

Transporte  
Atmosférico  
¿Qué es  $\vec{F}$ ?

Desorganizado e individual,  
difusión molecular

$$\vec{F} = \kappa \nabla c$$

Organizado y colectivo,  
siguiendo el viento promedio

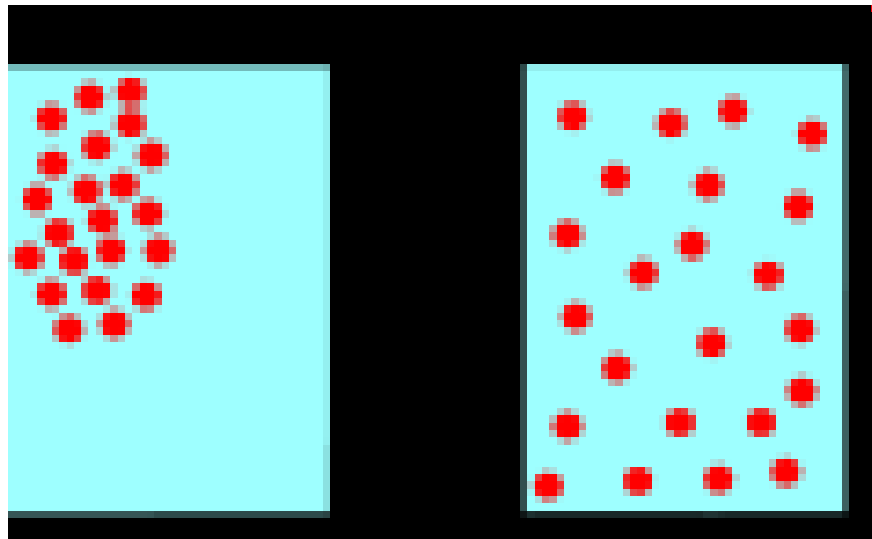
$$\vec{F} = c \vec{V}$$



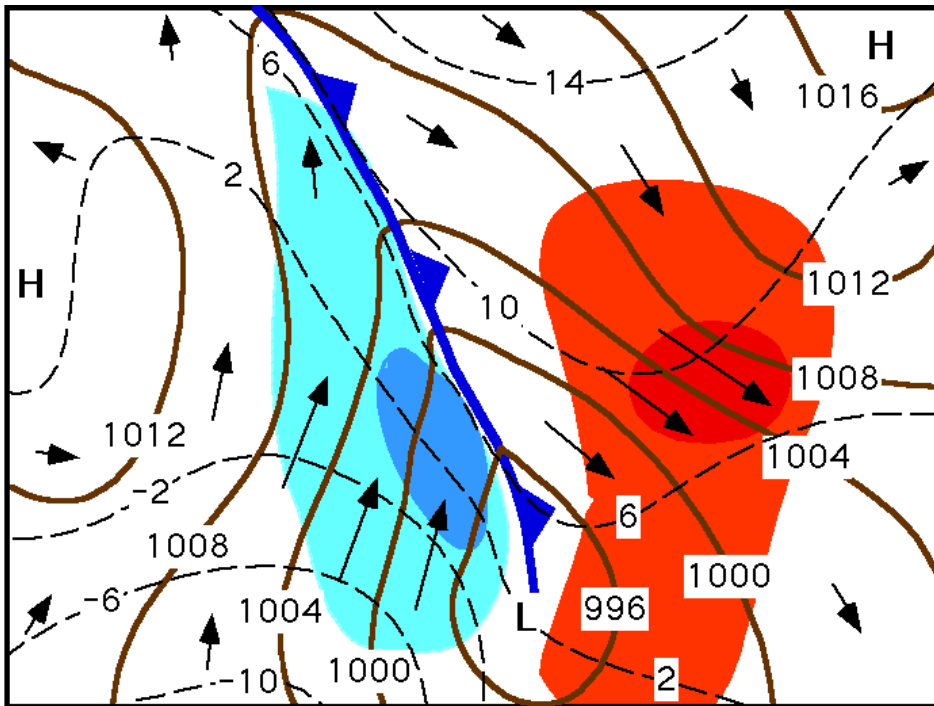
# Difusión molecular y ley de Fick



$$\vec{F} = \kappa \nabla c$$



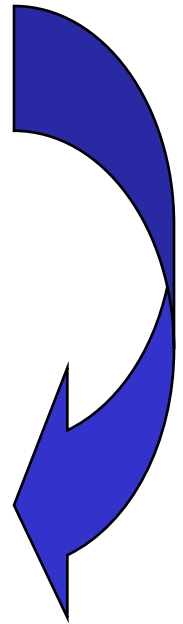
# Advección



Ergo...

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{F} + Q - S$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\nabla \cdot (c\vec{V}) - \kappa \nabla^2 c + Q - S$$

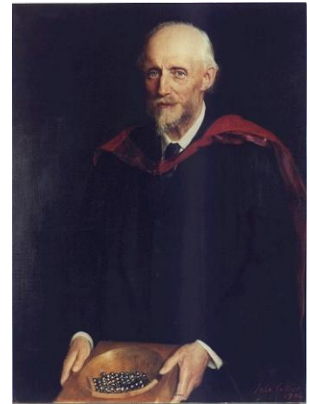


# Pero en la práctica...

1. La difusión molecular es **casi** siempre despreciable

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\nabla \cdot (c\vec{V}) - \cancel{\kappa \nabla^2 c} + Q - S$$

0



2. Las variables se conocen sólo como promedios temporales y/o espaciales (Partición de Reynolds)

$$c = \bar{c} + c' \quad \vec{V} = \bar{\vec{V}} + \vec{V}'$$

Usando las identidades...

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\partial c}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla c$$

$$\nabla \cdot (c \vec{v}) = \vec{v} \cdot \nabla c + c \nabla \cdot \vec{v}$$

## À la Euler...modelos Eulerianos

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\vec{v} \cdot \nabla c - c \nabla \cdot \vec{v} - \nabla \cdot (\langle c' \vec{v}' \rangle) + Q - S$$

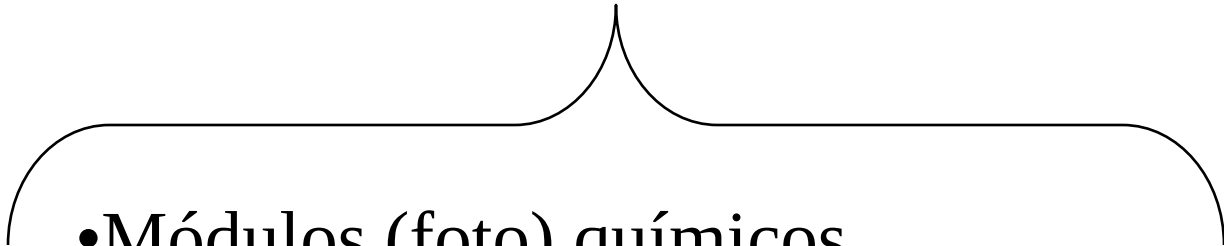
## À la Lagrange...modelos Lagrangianos

$$\frac{dc}{dt} = -c \nabla \cdot \vec{v} - \nabla \cdot (\langle c' \vec{v}' \rangle) + Q - S$$



$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\vec{v} \cdot \nabla c - c \nabla \cdot \vec{v} - \nabla \cdot (\langle c' \vec{v}' \rangle) + Q - S$$

CI/CB

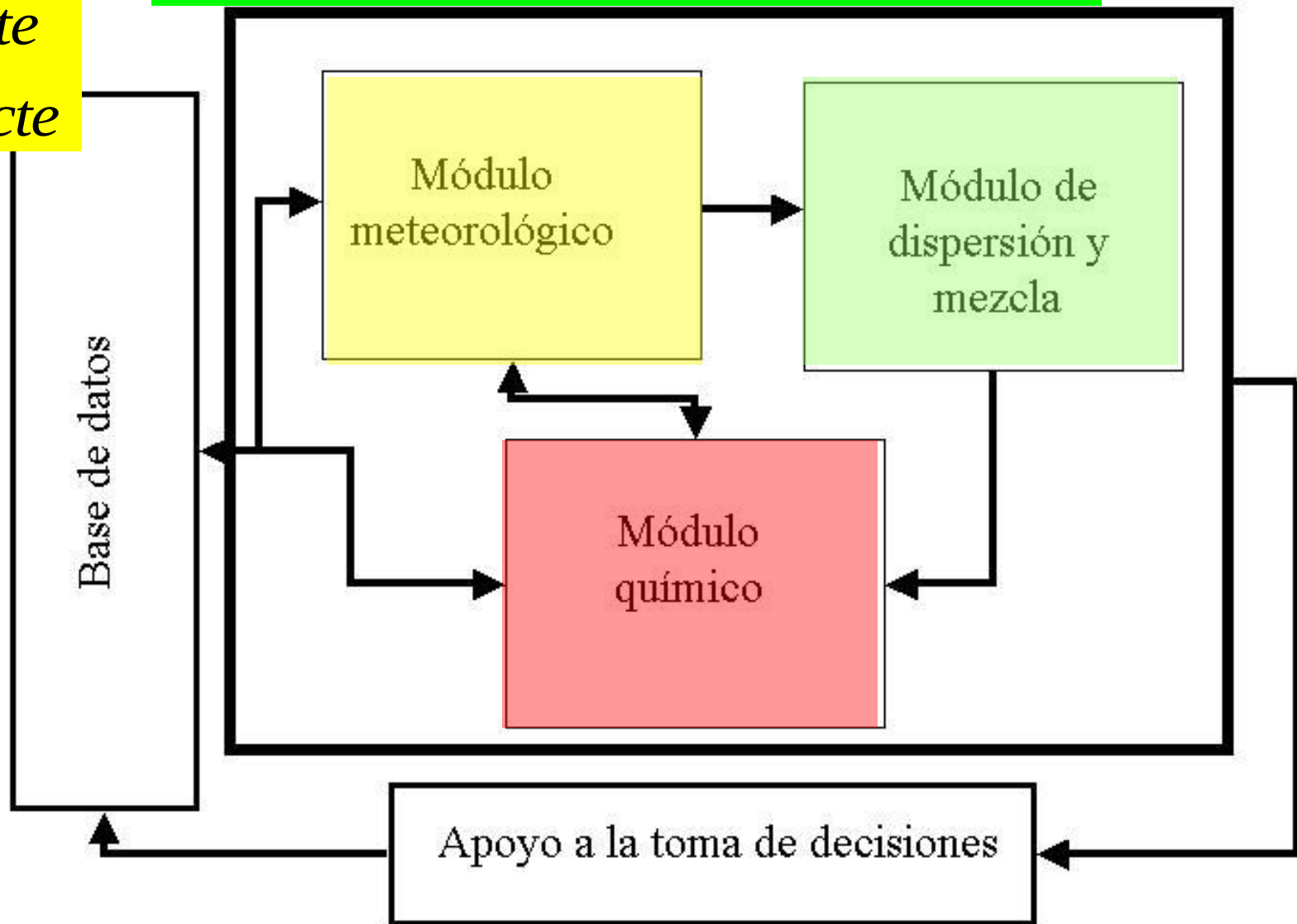
- 
- Módulos (foto) químicos
  - *Módulos meteorológicos*
  - Métodos numéricos y resolución de EDP
  - Datos de entrada (Emisiones, CI, CB)
  - Implementaciones computacionales
  - Evaluación y validación

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

$$E = cte$$

$$M = cte$$

$$T = -\vec{v} \cdot \nabla c - c \nabla \cdot \vec{v} - \nabla \cdot (\langle c' \vec{v}' \rangle) \quad C = Q - S$$



# Lecturas recomendadas de hoy

- *Gallardo, 2006*
- Jacob, 2007Cap 1  
([http://acmg.seas.harvard.edu/education/jacob\\_lectures\\_ctms\\_chap1.pdf](http://acmg.seas.harvard.edu/education/jacob_lectures_ctms_chap1.pdf))

# Por hacer (y presentar en 3 transparencias)

- Estimar las escalas espacial y temporal
- Identificar una traza atmosférica relevante y discutir su tiempo de recambio. ¿Qué se puede decir de la variabilidad espacial de las concentraciones de esta traza?
- ¿Hay un origen antrópico en estos problemas?
- ¿Qué efectos tienen los problemas presentados?