



## Clase 9/10 - Mecánica Estadística

Duración: 1:10 hrs.  
 Publicada el 11 de noviembre de 2011

Prof. Álvaro Núñez

### 1. Conceptos Básicos

- Calor y energía
- Transformaciones termodinámicas
- Ciclo de Carnot

### 2. El gas ideal clásico

La clase anterior vimos la descripción microcanónica de un gas ideal. El gran acuerdo con resultados experimentales nos permite establecer la relación entre la "temperatura estadística" (definida como  $T = (\partial S / \partial E)^{-1}$ ) y la temperatura calorimétrica usada en contextos experimentales (la temperatura que mide un termómetro,  $\Theta$ ).

$$T = k_B \Theta \quad (1)$$

donde  $k_B$  es la constante de Boltzmann, con valor igual a:

$$k_B = 1,380 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \quad (2)$$

$$k_B = 8,617 \times 10^{-5} \text{ eV K}^{-1} \quad (3)$$

$$k_B = 1,380 \times 10^{-16} \text{ erg K}^{-1} \quad (4)$$

Para referencia volvemos a obtener los resultados asociados a un gas ideal:

- Entropía:

$$S(E, V) = S_0 + N \log V + \frac{3N}{2} \log E \quad (5)$$

- Ecuación de estado:

$$PV = NT \quad (6)$$

- Energía Interna:

$$E = \frac{3N}{2} T \quad (7)$$

- Haremos algunas aplicaciones y aclaraciones respecto a estas dos ecuaciones.

### 3. Calor y Energía

Notemos que la energía interna depende solamente de la temperatura del sistema. Si cambiamos su estado manteniendo constante la temperatura la energía interna del sistema NO cambiara. Necesitamos un concepto, el de un *termostato* o *reservorio térmico*. Este concepto llega para quedarse y se tornara en esencial para el desarrollo de la teoría. Se trata simplemente de un sistema suficientemente grande, de modo que su temperatura no cambia, aunque el sistema intercambie energía con otros sistemas.

*Termostato o Reservorio térmico:* Sistema termodinámico grande cuya temperatura imaginamos constante aunque intercambie energía con otros sistemas

Es importante destacar que un sistema nunca es un reservorio perfecto y solo puede considerarse como tal dentro de un rango de aproximaciones.

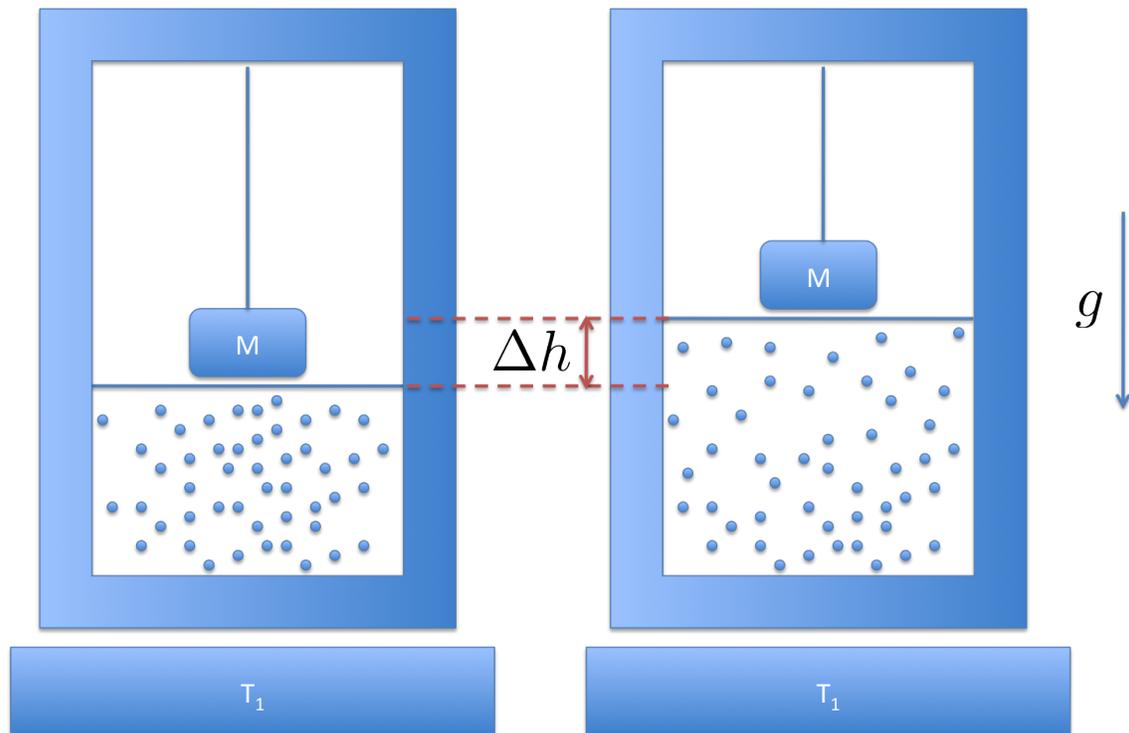


Figura 1: Ejemplo de una expansión isotérmica. Durante la expansión el gas aumento la energía potencial de la masa (en una magnitud  $Mg\Delta h$ ). Como la energía del gas es constante la diferencia de energía se origina en el reservorio.

Consideraremos un gas que sufre una transformación mientras se encuentra en contacto con un reservorio con el que puede intercambiar energía (pero no partículas). Digamos que se expande (ver figura). La energía del gas es constante pues su temperatura lo es. El trabajo hecho por el gas (o sobre él) no se manifiesta en su energía interna. El principio de conservación de la energía nos indica que la energía faltante (o sobrante) debe haber sido enviada al (extraída desde) el reservorio. A esta energía intercambiada con un reservorio se le denomina calor.

### 4. Transformación termodinámica

En termodinámica las transformaciones de la energía se estudian considerando la evolución de los sistemas a través de situaciones de equilibrio. Una transformación entre estados de equilibrio

es un oxímoron. El sentido implícito en dicha construcción es que las transformaciones ocurren mediante pequeños desvíos del equilibrio que relajan rápidamente. Esta idea da origen al concepto de transformación cuasi-estática.

*Transformación cuasi-estática:* Transformación lenta que permite el establecimiento del equilibrio termodinámico en cada etapa.

Además definiremos los siguientes tipos de transformaciones cuasi-estáticas:

- *Transformación isotérmica:* Transformación cuasi-estática en la que todas las etapas se encuentran a la misma temperatura.
- *Transformación isocórica:* Transformación cuasi-estática en la que todas las etapas se encuentran a la misma presión.

Finalmente será importante imaginar un sistema aislado de cualquier intercambio de energía con el exterior:

*Transformación adiabática:* Transformación cuasi-estática en la que el sistema evoluciona sin intercambiar calor con medios externos.

## 5. Ciclo de Carnot

Un problema fundamental es usar una fuente de energía en forma de calor y transformarla en trabajo. Por ejemplo en un cañón, la energía química de la pólvora (75 % de nitrato de potasio, 15 % de carbono y 10 % de azufre), es liberada en forma de calor mediante una reacción exotérmica. Los gases liberados por la reacción sufren una expansión rápida que permite hacer trabajo sobre la bala que adquiere energía cinética. El problema con el diseño anterior es que funciona en una sola dirección y una sola vez. Una transformación cíclica, tiene la ventaja de permitirnos hacer uso del proceso una y otra vez. Estudiaremos el trabajo hecho por un gas ideal sujeto a transformaciones termodinámicas cíclicas. La energía en un proceso cíclico debe volver al mismo valor, de modo que el trabajo neto realizado es igual al intercambio neto de calor con el reservorio.

El ciclo de Carnot es una construcción teórica que ilustra un proceso ideal en el que se hace trabajar a una máquina usando dos termostatos a distintas temperaturas. Un gas ideal se pone en contacto primero con el reservorio de alta temperatura y se expande en un proceso isotérmico. Eventualmente el gas es enfriado mediante el contacto con el reservorio de baja temperatura y se comprime isotérmicamente. La transformación entre las dos temperaturas se realiza en ambos sentidos usando un proceso adiabático.

## 6. Gas ideal en una transformación adiabática

En una transformación adiabática el trabajo es igual al cambio de energía, pues no hay intercambio de calor.

$$dW = -\frac{NT}{V}dV \quad (8)$$

$$dE = \frac{3N}{2}dT \quad (9)$$

de donde obtenemos:

$$\frac{dV}{V} = -\frac{3}{2} \frac{dT}{T} \longrightarrow VT^{3/2} = \text{constante} \quad (10)$$

Esta relación nos permite calcular el trabajo realizado por el gas durante un ciclo.

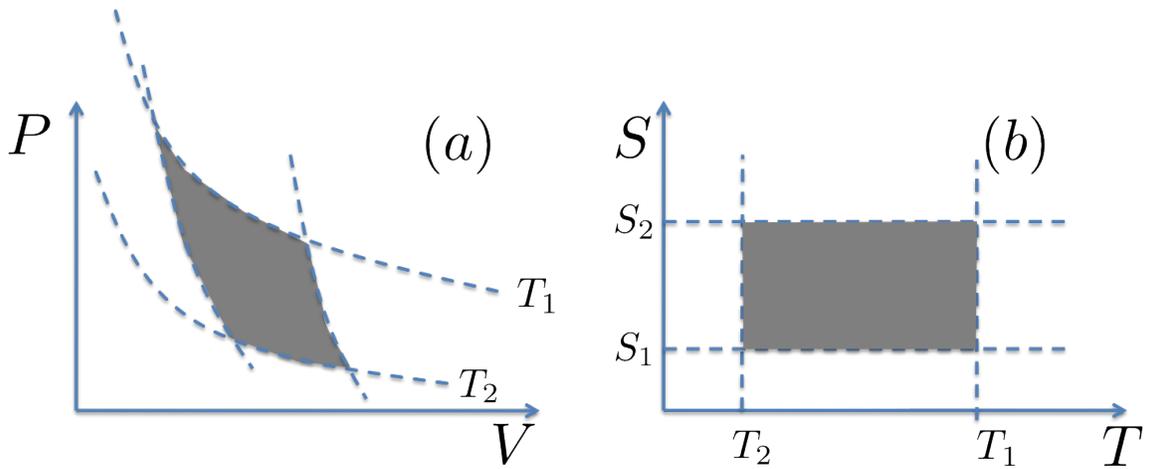


Figura 2: Ciclo de Carnot.

## 7. Paradoja de Gibbs

- Los átomos de un mismo material son idénticos. Esta identidad es una curiosidad en mecánica clásica, pero tiene consecuencias fundamentales en mecánica cuántica.
- Como las partículas no tienen trayectorias definidas, no podemos distinguir entre dos partículas arbitrarias.
- Etiquetar las partículas como lo hicimos con índices de 1 a  $N$ , tiene una gran ambigüedad, ya que cualquier otro orden de las etiquetas nos entrega un estado completamente equivalente.
- Hemos sobreestimado el número de estados por un factor  $N!$ . Si corregimos este error llegamos a:

$$S(E) = N \log \left[ \frac{V}{h^3} (2mE)^{3/2} \right] - \log \left[ N! \left( \frac{3N}{2} \right)! \right] \quad (11)$$

que podemos escribir como:

$$S = N \left( \frac{5}{2} - \log(\rho \lambda^3) \right) \quad (12)$$

donde  $\lambda = h/\sqrt{4\pi m E/3N}$  y  $\rho = N/V$ .

- Entropía de mezcla y paradoja de Gibbs.

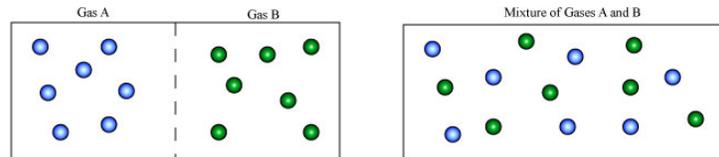


Figura 3: ¿Cuanto cambia la entropía del sistema al mezclar los gases?

- Entropía como ignorancia.