

Guía Teórica N°2 – Condensadores

1. Introducción

La siguiente guía, es una referencia rápida, a los conceptos usados en este laboratorio. Un tratamiento más detallado deberá ser buscado en libros de Electricidad y Magnetismo.

I) Condensador

El condensador es un dispositivo que puede almacenar energía eléctrica. La forma más simple de un condensador consiste en dos placas conductoras paralelas. La energía es almacenada en el campo eléctrico entre las placas. El símbolo que se emplea en los circuitos eléctricos para describir un condensador es:

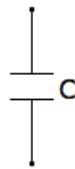


Figura 1: Representación de un condensador eléctrico.

La capacidad de un condensador se define por la relación:

$$C = \frac{Q}{\Delta V}, \quad (1)$$

en donde Q es la cantidad de carga acumulada y ΔV la diferencia de potencial entre sus placas. Si la carga se mide en Coulomb, y la diferencia de potencial en Volt, la capacidad se mide en Farad F .

II) Circuito RC

Debido al tiempo que el condensador tarda en cargarse y descargarse, podemos considerar dos estados diferentes en un circuito RC . El estado transiente corresponde al período después de conectar o desconectar el circuito, mientras el condensador se carga o descarga, respectivamente. El estado estacionario corresponde al comportamiento del circuito una vez que ha pasado suficiente tiempo desde la conexión o la desconexión y el condensador ha llegado a un estado de carga constante en el tiempo.

En esta guía estudiaremos el estado transiente. Considere el circuito de la figura 2. El interruptor está inicialmente cerrado, de manera que el condensador está cargado con el voltaje de la fuente V .

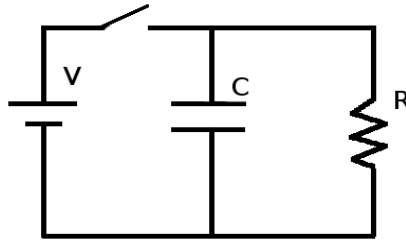


Figura 2: Representación de un circuito RC

La magnitud de la carga en cada placa es $Q_0 = CV$. Entonces se abre el interruptor. El condensador empieza inmediatamente a descargarse, generándose una corriente eléctrica desde una placa del condensador, a través de la resistencia, hasta la otra placa. La correspondiente disminución de la carga en las placas del condensador hace que el voltaje V disminuya, con lo cual también disminuye la corriente. Así, la carga disminuye rápidamente al principio, y después más y más lentamente.

La corriente que fluye en el circuito se debe a la descarga del condensador, entonces:

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt}, \quad (2)$$

y por Ley de Ohm la corriente que pasa por la resistencia está dada por

$$I(t) = \frac{V(t)}{R}. \quad (3)$$

Utilizando la ley de voltajes de Kirchhoff, se tiene que la caída de tensión en la resistencia es $V(t) = Q(t)/C$, de manera que

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q}{RC}. \quad (4)$$

O sea, la tasa de disminución de la carga, en cualquier momento, es simplemente proporcional a la carga restante. La única función que tiene esta propiedad es la exponencial, de manera que la solución de la ecuación anterior es

$$Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (5)$$

El producto RC se llama la constante de tiempo τ del circuito. Para el tiempo $t = \tau$, la carga ha disminuido a una fracción $Q/Q_0 = e^{-1} = 0,368$ del valor original. Si se considera que es suficiente que se haya acumulado (o perdido) un 99 % de la carga, se puede ver que para ello se requiere un tiempo t del orden de sólo 5τ . La evolución en el tiempo del voltaje y la corriente pueden obtenerse de la ecuación anterior

$$V(t) = V e^{-\frac{t}{RC}}, \quad (6)$$

e

$$I(t) = -\frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC}. \quad (7)$$

II) Asociación de condensadores

Llamamos capacidad equivalente a un condensador imaginario, que puede reemplazar a una serie de otros interconectados. Por ejemplo, al conectar en serie n condensadores de capacitancias $C_1, \dots, C_n$,

su capacidad equivalente vale es

$$\frac{1}{C_{\text{equivalente}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}. \quad (8)$$

Si en vez de conectarlas en serie, lo hacemos en paralelo, entonces, obtenemos

$$C_{\text{equivalente}} = \sum_{i=1}^n C_i. \quad (9)$$

Note que nemotécnicamente la forma de las equivalentes es al revés que en el caso de las resistencias. O sea, si queremos aumentar la capacidad, debemos conectar más condensadores en paralelo. En cambio, si se quiere aumentar la resistencia, se deben agregar más resistencias en serie.

II) Analogías electromecánicas

Hay muchas analogías interesantes y útiles entre circuitos eléctricos y sistemas mecánicos. Uno de los más simples es la relación del circuito RC con el sistema mecánico que se muestra en la figura 3, que es una versión simplificada del amortiguador de un automóvil.

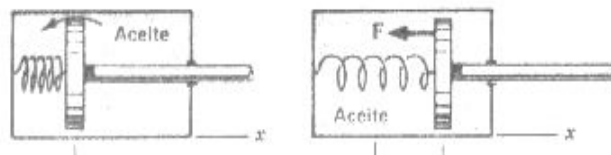


Figura 3: Amortiguador, pistón mecánico

El pistón está perforado, y el aceite pasa por los agujeros cuando el pistón se mueve. El resultado es que hay una fuerza opuesta al movimiento que depende de la velocidad, por la viscosidad del aceite. Para velocidades moderadas, esta fuerza es proporcional a la velocidad y puede expresarse como: $F = -bv$, donde b es una constante de proporcionalidad y el signo negativo indica que la fuerza siempre se opone al movimiento. El resorte ejerce también una fuerza sobre el pistón en movimiento. Cuando se desplaza una distancia x de su posición de equilibrio, el resorte ejerce una fuerza $F = -kx$, donde k es la constante del resorte. La suma de estas dos fuerzas sobre el pistón debe ser igual a la masa del pistón multiplicada por su aceleración (de acuerdo con la segunda ley de Newton). Si la masa es despreciable, la suma de las dos fuerzas es cero, y tenemos

$$-kx - bv = 0 \rightarrow \frac{dx}{dt} = -\frac{k}{b}x \quad (10)$$

Esta ecuación diferencial tiene exactamente la misma forma que la ecuación de la descarga de un condensador. El desplazamiento x corresponde a la carga Q , la velocidad v corresponde a la corriente I . Hay relaciones similares entre los parámetros de los componentes correspondientes; la constante de amortiguamiento b corresponde con la resistencia R , y la constante k del resorte es el inverso de la capacidad C . Así, este análisis demuestra inmediatamente que si al amortiguador se le da un desplazamiento inicial x_0 fuera del equilibrio, vuelve exponencialmente al equilibrio, según la ecuación:

$$x = x_0 e^{-kt/b} \quad (11)$$