Pauta E4 FI2001 Mecánica

Profesor: Claudio Romero

Primavera/2011

a) (Por fuerza) Se cacula el momento de inercia del sistema

$$I = m(R\sqrt{2})^2 + m(2R)^2 + m(R\sqrt{2})^2 + m(0) = 8mR^2$$

El torque que actua en el sistema es solo el torque gravitacional (el vector $\hat{k}$ sale del plano de la hoja)

$$\vec{\tau} = (R\hat{r}) \times (4m\vec{g}) = 4mgR\sin\phi(-\hat{k})$$

y como $\vec{\omega} = \dot{\phi}\hat{k}$ se tiene

$$-4mgR\sin\phi = -8mR^2\ddot{\phi}$$

$$\ddot{\phi} = -\frac{1}{2}\frac{g}{R}\sin\phi$$

se hace $\ddot{\phi} = \dot{\phi}(d\dot{\phi}/d\phi)$ y se integra la ecuación

$$\frac{\dot{\phi}^2}{2} - \frac{\omega_o^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{g}{R}(\cos\phi - 1)$$

$$\boxed{\dot{\phi}^2 = \omega_o^2 + \frac{g}{R}(\cos\phi - 1)}$$

a) (Por energía)Se cacula el momento de inercia del sistema

$$I = m(R\sqrt{2})^2 + m(2R)^2 + m(R\sqrt{2})^2 + m(0) = 8mR^2$$

Por lo tanto la energia cinética del sistema es (dado que hay rotación pura)

$$K = \frac{1}{2}8mR^2\dot{\phi}^2$$

La energia potencial gravitatoria tendrá su valor nulo a la altura del punto A, por lo tanto

$$U = -4mgR\cos\phi$$

Por lo tanto

$$E = \frac{1}{2}8mR^2\dot{\phi}^2 - 4mgR\cos\phi$$

inicialmente $E = \frac{1}{2}8mR^2\omega_o^2 - 4mgR$, y como la energia se conserva

$$\frac{1}{2}8mR^2\omega_o^2 - 4mgR = \frac{1}{2}8mR^2\dot{\phi}^2 - 4mgR\cos\phi$$

$$\boxed{\dot{\phi}^2 = \omega_o^2 + \frac{g}{R}(\cos\phi - 1)}$$