Pauta P2C1 FI2001 Mecánica

Profesor: Claudio Romero

Primavera/2011

a) la aceleración se puede escribir como

$$\vec{a} = \dot{v}\hat{t} + \frac{v^2}{R}\hat{n}$$

se reconoce que el vector tangente es $\hat{\theta}$

$$\vec{a} = \dot{v}\hat{\theta} - \frac{v^2}{R}\hat{\rho}$$

y descomponiendo la fuerza en ambas coordenadas se tiene

$$\boxed{-F_\rho = -m\frac{v^2}{R}}$$

$$\boxed{F_\theta = m\dot{v}}$$

b) Para obtener rapidez máxima, se hace $\dot{v} = 0$. Por lo tanto, $F_\theta = 0 \Rightarrow F_\rho = F_o$

$$F_o = m\frac{v_m^2}{R}$$

$$\boxed{v_m = \sqrt{\frac{F_o R}{m}}}$$

c) Se eleva al cuadrado cada ecuación de movimiento y se suman

$$(m\dot{v})^2 + (m\frac{v^2}{R})^2 = F_\rho^2 + F_\theta^2 = F_o^2$$

y despejando se tiene que

$$\boxed{\frac{dv}{dt} = \sqrt{(\frac{F_o}{m})^2 - (\frac{v^2}{R})^2}}$$

d) Se usa separación de variables

$$\frac{dv}{\frac{F_o}{m}\sqrt{1-(v/v_m)^4}} = dt$$

se multiplica a ambos lados por v

$$\frac{vdv}{\frac{F_o}{m}\sqrt{1-(v/v_m)^4}} = vdt = ds$$

recordando que $vdv = (1/2)d(v^2)$ e integrando

$$\frac{1}{2\frac{F_o}{m}}\int_0^{v_m}\frac{d(v^2)}{\sqrt{1-(v/v_m)^4}} = vdt = \int_o^L ds = L$$

se hace el cambio de variable $u = v/v_m$

$$\frac{v_m^2}{2\frac{F_o}{m}} \int_0^1 \frac{d(u^2)}{\sqrt{1-(u)^4}} = \frac{v_m^2}{2\frac{F_o}{m}} \frac{\pi}{2} = L$$

recordando que $v_m^2 = \frac{F_o R}{m}$ se tiene

$$\boxed{L = \frac{\pi R}{4}}$$