FI1002-1 Sistemas newtonianos, sección 1
Profesor de cátedra: Rodrigo Arias
Profesores auxiliares: Ignacio Andrade,
Rodrigo Sabaj y Benjamín Soto.

Auxiliar preparativa control 2

P1)

Considere una boya cilíndrica flotante de radio r, altura L y densidad ρ_b. Inicialmente la boya está en reposo, suspendida sobre la superficie del mar, y después es abandonada al instante $t = 0$. De aquí en adelante, actúan sobre ella dos fuerzas:

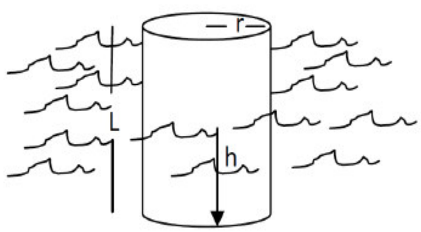
- La fuerza gravitacional descendente, igual a su peso $m_b g$, donde m_b es la masa de la boya.
- La fuerza de flotación ascendente igual al peso del agua desalojada $m_{agua} g = \rho_a V g$, donde ρ_a es la densidad del agua y $V = Ah$ es el volumen del agua desplazado cuando la parte inferior de la boya se encuentra sumergido una profundidad $h = h(t)$ en el instante t.

(a) Bosqueje el DCL de la boya.

(b) Demuestre que la boya está sometida a un movimiento armónico simple alrededor de su posición de equilibrio. Determine la ecuación de movimiento y la frecuencia de oscilación.

(c) Suponiendo que existe roce viscoso entre la boya y el agua, de la forma $F_{roce} = -bv$, donde v es la velocidad vertical de la boya. Determine la nueva ecuación de movimiento y la frecuencia Ω del sistema.

(d) Adicionalmente, si el oleaje del mar refuerza la amplitud del movimiento de la boya incorporando una fuerza de la forma $F = F_0 \operatorname{sen}(\omega t)$, ¿para qué frecuencia la amplitud de oscilación es máxima en el régimen estacionario?



P2) Una cuerda de masa m y largo L sostiene un bloque de masa M, como se indica en la figura. La distancia entre el extremo fijo y la polea es l. El bloque oscila libre de roce hasta un ángulo máximo θ. Determine, para un pulso que viaja a través de la cuerda horizontal, el tiempo de viaje del pulso cuando el péndulo pasa por la parte mas baja y cuando está en el ángulo máximo. Compare los resultados e indique en cual condición el pulso tarda menos tiempo.

P3) Una cuerda está dispuesta horizontalmente entre dos puntos separados una distancia L. La cuerda tiene una densidad lineal ρ y está tensada por una tensión T. Los extremos de la cuerda se hacen oscilar con una aceleración de la forma $a_0 \operatorname{sen}(\Omega t)$ en sentido vertical, ver figura. Se desea determinar la forma $y(x,t)$ de las ondas estacionarias formadas en la cuerda. Para esto, y considerando como solución inicial dos ondas sinusoidales que viajan en direcciones opuestas $y(x,t) = A \sin(kx-\omega t) + B \sin(kx+\omega t)$, siga los siguientes pasos:

a) Escriba las condiciones de borde en los puntos x=0 y x=L.

b) Imponiendo las condiciones de borde, encuentre las relaciones entre:
   - (i) Ω y ω.
   - (ii) a_0, A, B y Ω.
   - (iii) A y B.

c) Escriba, en forma compacta, la onda $y(x,t)$, y compare con la solución para ambos extremos fijos $y(x,t) = A \sin(kx) \cos(\omega t)$. Discuta.